The background features a dark blue gradient with technical diagrams. On the left, there are several circular gauges with scales ranging from 140 to 260. Some gauges have arrows indicating direction. The right side of the image is mostly dark blue with faint, light-colored circular patterns and lines.

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТЕРЬ В ОСЕВЫХ ТУРБИНАХ

СОДЕРБЕРГ [1949]

Модель Содерберга включает профильные, вторичные потери и потери от утечек.

Для статора:
$$\zeta_N = \left(\frac{10^5}{Re} \right)^{1/4} \left[(1 + \xi^*) \left(0.993 + 0.075 \frac{l}{H} \right) - 1 \right]$$

Для ротора:
$$\zeta_R = \left(\frac{10^5}{Re} \right)^{1/4} \left[(1 + \xi^*) \left(0.975 + 0.075 \frac{l}{H} \right) - 1 \right]$$

Где

$$\xi^* = 0.04 + 0.06 \left(\frac{\varepsilon}{100} \right)^2$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета профильных потерь:

- Углы входа и выхода
- Re

Для расчета вторичных потерь:

- Хорда лопатки
- Длина лопатки
- Re

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Диаметр лопатки

ТРАУПЕЛЬ [1977]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек, вентиляционных потерь и потерь о трение диска.

Для статора: $\zeta_N = \zeta_{p,N} + \zeta_{f,N} + \zeta_{r,N} + \zeta_{TI,N}$

Для ротора: $\zeta_R = \zeta_{p,R} + \zeta_{f,R} + \zeta_{r,R} + \zeta_{TI,R}$

Профильные потери:

$$\zeta_p = \chi_R \chi_M \zeta_{p0} + \zeta_{Te} + \zeta_c$$

Вторичные потери:

a) If $H/t \geq (H/t)_k$

$$\zeta_s = \frac{\zeta_p}{\zeta_{p0}} F\left(\frac{t}{H}\right) + \zeta_r$$

b) If $H/t < (H/t)_k$

$$\zeta_s = \frac{\zeta_p}{\zeta_{p0}} F\left(\frac{t}{H}\right)_k + \zeta_r + A\left(\frac{l}{H} - \frac{l/t}{(H/t)_k}\right)$$

Потери от утечек:

С бандажом:

stator	$\zeta_{TI,N} = 2 \cdot (1 - R_H) \cdot \mu_N \cdot \left[1 - \left(\frac{v - v(\alpha_0^*)}{v(\alpha_0^*)} \right)^2 \right]$
rotor	$\zeta_{TI,R} = \mu_R \cdot \left[1 - \left(\frac{v - v(\beta_1^*)}{v(\beta_1^*)} \right)^2 \right]$

Без бандаж:

$$\Delta\eta_{TI} = K_\delta \frac{(\tau - 0.002 l) D}{H D_m}$$

Для расчета профильных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода
- Re, Mout
- Шаг
- Толщина задней кромки

Вторичные потери:

- Сжимаемость, углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки
- Re
- Профильные потери
- скорость потока на входе и выходе
- осевое расстояние

Потери от утечек:

- Радиальный зазор, углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки, диаметр, степень реактивности
- Отношение скоростей, коэф. сжатия, давление на входе и выходе
- Скорость на входе и выходе

ЭЙНЛИ И МЭТИСОН [1951]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек и кромочных потерь.

$$Y = (Y_p + Y_s + Y_{TI}) \chi_{Te}$$

Профильные потери:

$$Y_{P(i=0)} = \left\{ Y_{P(\alpha'_{in}=0)} + \left(\frac{\alpha'_{in}}{\alpha_{out}} \right)^2 \left[Y_{P(\alpha'_{in}=\alpha_{out})} - Y_{P(\alpha'_{in}=0)} \right] \right\} \left(\frac{t'_{max}/l}{0.2} \right)^{\frac{\alpha'_{in}}{\alpha_{out}}}$$

Вторичные потери:

$$Y_s = \lambda 4 (\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

Потери от утечек:

$$Y_{TI} = B \frac{\tau}{h} 4 (\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета профильных потерь:

- Углы входа и выхода
- Шаг, хорда
- Максимальная толщина, толщина задней кромки

Для расчета вторичных потерь:

- Угол входа и выхода потока
- Выходной угол лопатки
- Параметр ускорения потока

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Угол входа и выхода потока
- Длина лопатки

ДАНХЭМ И КЕЙМ [1970]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек.

Общие потери:

$$Y = \left[(Y_P + Y_S) \left(\frac{R_e}{2 \times 10^5} \right)^{-0.2} + Y_{TI} \right] \chi_{Te}$$

Профильные потери:

$$Y_P = \left[1 + 60(M_{out} - 1)^2 \right] \chi_i Y_{P(i=0)}$$

Вторичные потери:

$$Y_S = 0.0334 \left(\frac{l}{H} \right) \left[4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \right] \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right) \left(\frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha'_{in}} \right)$$

Потери от утечек:

$$Y_{TI} = B \frac{l}{h} \left(\frac{\tau}{l} \right)^{0.78} 4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

Основные изменения:

- Профильные потери: Эйнли и Мэтисон посчитали потери достаточно точно, поэтому были внесены только поправки к числу Маха
- Вторичные потери: был добавлен параметр нагрузки к исходному уравнению. Лямбда в уравнении удаляется и заменяется фиксированным значением 0,0334
- Потери от утечек: Ввели отношение для случая с уплотнением на конце, что повысило эффективность расчётов.

Итог: их корреляция немного завышает вторичные потери. Авторы заявили, что их корреляция может предсказывать течение потока в пределах 3%, а КПД в пределах 2%.

КАКЕР И ОКАПУУ[1982]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек и потерь на задней кромке.

Полные потери:

$$\chi_{Re} = \begin{cases} \left(\frac{Re}{2 \times 10^5}\right)^{-0.4} & Re \leq 2 \times 10^5 \\ 1.0 & 2 \times 10^5 > Re > 10^6 \\ \left(\frac{Re}{10^6}\right)^{-0.2} & Re > 10^6 \end{cases}$$

$$Y = \chi_{Re} Y_p + Y_s + Y_{TI} + Y_{Te}$$

Профильные потери:

$$Y_p = 0.914 \left(\frac{2}{3} K_p \chi_i Y_{P(i=0)} + Y_{shock} \right)$$

Вторичные потери:

$$Y_s = 0.04 \left(\frac{l}{H} \right) \chi_{AR} \left[4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \right] \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right) \left(\frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha'_{in}} \right) \left[1 - \left(\frac{l_x}{H} \right)^2 (1 - K_p) \right]$$

Кромочные потери:

$$Y_{Te} = \frac{\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2 \left(\frac{1}{1 - \Delta E_{Te}} - 1 \right) \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

Потери от утечек:

$$\Delta \eta_t = 0.93 \left(\frac{r_r}{r_m} \right) \left(\frac{1}{H \cos \alpha_{out}} \right) \eta_{t,0} \Delta \tau$$

с бандажом

$$Y_{TI} = 0.37 \frac{l}{h} \left(\frac{\tau'}{l} \right)^{0.78} 4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

без

Для расчета профильных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода
- Re, Mout, Min
- Шаг, хорда
- Мах толщина, толщина задней кромки

Вторичные потери:

- Сжимаемость, углы входа и выхода потока
- Хорда, длина лопатки
- Re
- Параметр ускорения потока

- Mout, Min
- угол выхода лопатки

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки, диаметр

КРЕЙГ И КОКС[1970]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потери от парциальности и прочих потерь.

Общие потери:

$$\zeta = \zeta_p + \zeta_s + \zeta_A$$

Профильные потери:

$$\zeta_p = \chi_R \chi_{Te} \chi_i \zeta_{p0} + \Delta\zeta_{p,M} + \Delta\zeta_{p,Se} + \Delta\zeta_{p,Tt}$$

Вторичные потери:

$$\zeta_s = \chi_R \chi_{AR} \zeta_{s0}$$

Потери от утечек:

$$\Delta\eta_n = F_k \frac{A_k}{A_i} \eta_{n=0}$$

Для расчета профильных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода
- Re , $Mout$
- Шаг, длина изгиба, ширина горла, кривизна поверхности
- Толщина задней кромки

Вторичные потери:

- Углы входа и выхода потока, угол входа лопатки
- Шаг, длина лопатки
- Re
- Скорость потока на входе и выходе
- Длина изгиба

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Длина лопатки
- Скорость на входе и выходе

ДЕНТОН[1994]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек и кромочных потерь.

$$\zeta_N = \zeta_{Bb} + \zeta_{Te} + \zeta_{TI} + \zeta_{Eb} + \zeta_{shock}$$

Потери в пограничном слое поверхности лопатки:

для статора

$$\zeta_{Bb,N} = \frac{T_1 \Delta S_{Bb,N}}{m c_1 / 2}$$

для ротора:

$$\zeta_{Bb,R} = \frac{T_2 \Delta S_{Bb,R}}{m w_2 / 2}$$

Кромочные потери:

для статора

$$\zeta_{Te,N} = -\frac{C_{pb} t'_N}{t_N \cos \alpha_1} + \frac{2\theta_N}{t_N \cos \alpha_1} + \left(\frac{\delta'_N + t'_N}{t_N \cos \alpha_1}\right)^2$$

для ротора:

$$\zeta_{Te,R} = -\frac{C_{pb} t'_R}{t_R \cos \beta_2} + \frac{2\theta_R}{t_R \cos \beta_2} + \left(\frac{\delta'_R + t'_R}{t_R \cos \beta_2}\right)^2$$

Потери от утечек:

с бандажом

$$\zeta_{TI,R} = 2 \frac{m_m}{m} \left(1 - \frac{\tan \beta_1}{\tan \beta_2} \sin^2 \beta_2\right)$$

(без бандажа)

$$\zeta_{TI,R} = 1.5 \frac{\tau l}{H t \cos \beta_2} \int_0^1 \left(\frac{w_s}{w_2}\right)^3 \left(1 - \frac{w_p}{w_s}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{w_p}{w_s}\right)^2} d\left(\frac{s}{l}\right)$$

Потери у торцевой стенки (без учета вторичных потерь потока):

$$\zeta_{end} = \frac{T_2}{V^2} 0.25 \int_0^{c_x} \frac{C_d}{T} \frac{(V_s^4 - V_p^4)}{(V_s - V_p)} \rho y dx$$

Ударные потери:

$$\zeta_{shock} = \frac{T_{out} \Delta S_{shock}}{m V_{out}^2 / 2}$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета профильных потерь:

- Угол выхода потока, шаг, хорда, высота лопатки
- Ширина горла, толщина задней кромки
- скорость потока на входе и выходе
- распределение скорости потока, условие пограничного слоя, базовое давление

Потери от утечек:

- Радиальный зазор, углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки, длина изгиба
- Коэф. сжатия, давление на входе и выходе
- распределение скоростей
- Скорость на входе и выходе

СТЮАРТ [1960]

Общие потери состоят из профильных потерь, потерь у торцевой стенки и кромочных потерь.

$$\zeta = \zeta_p + \zeta_c + \zeta_m$$

Профильные потери:

$$\zeta_p = 18 \frac{\frac{\theta}{l_c} \frac{l_c}{t \cos \alpha_{out}}}{1 - \frac{t' + \delta^*}{t \cos \alpha_{out}}}$$

Потери у торцевой стенки:

$$\zeta_c = \left(1 + \frac{t \cos \gamma}{H}\right) \zeta_p$$

Потери при смешивании задней кромки:

$$\zeta_m = c_m \zeta_p$$

Для расчета профильных потерь:

- Угол выхода
- Шаг, хорда, длина изгиба
- Толщина задней кромки
- Скорость потока на входе и выходе
- Условие пограничного слоя

Вторичные потери:

- Хорда
- Длина лопатки
- Угол смещения
- Профильные потери

БАЛЬЖЕ И БИНСЛИ [1968]

Параметры используемые в моделях

Общие потери состоят из профильных потерь, потерь на торцевой стенке, потерю от утечек и потерю на трение диска.

$$\zeta = \zeta_p + \zeta_e + \zeta_{\Pi} + \zeta_{pa}$$

Профильные потери:

$$\zeta_p = 1 - \frac{\frac{\cos^2 \lambda_2 (1 - \delta^* - \theta^* - \frac{t_e}{t})^2}{(1 - \delta^* - \frac{t_e}{t})^2} + \sin^2 \lambda_2 (1 - \delta^* - \frac{t_e}{t})^2}{1 + 2 \sin^2 \lambda_2 \left[(1 - \delta^* - \frac{t_e}{t})^2 - (1 - \delta^* - \theta^* - \frac{t_e}{t}) \right]}$$

Потери у торцевой стенки профиля:

$$\zeta_e = K_e \frac{l}{H} \left\{ 0.0388 \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right) + 0.08 \right\} \left(1 + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{100} \right) + 0.0003371 \left[10 \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right) + 0.08 \right]^{1.5 + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{160}}$$

Потери от утечек:

$$\zeta_{\Pi} = 0.0696 \tanh\left(13 \frac{\tau}{l}\right) \frac{l}{D} \frac{D}{H} \sin \alpha_m (\cot \lambda_2 - \cot \lambda_1)$$

Для расчета профильных потерь:

- Углы входа и выхода лопатки
- Шаг, хорда
- Re
- Длина изгиба, толщина задней кромки

Для расчета вторичных потерь:

- Входной и выходной угол лопатки
- Хорда, высота лопатки
- Коэффициент входного пограничного слоя

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Угол входа и выхода лопатки
- Высота, хорда, диаметр лопатки

ЦЕНЕР[1980]

Параметр геометрии ступени:

$$g = \frac{f}{t} \sqrt{\gamma(\alpha'_{in} + \alpha'_{out})}$$

Неконструктивные профильные потери:

$$\zeta_p = 1 - (1 - \zeta_{p(i=0)}) e^{-a(\Delta i^*)^b}$$

Безразмерная функция частоты:

$$\Delta i^* = i / (180 - \alpha'_{in})$$

Коэффициенты, связанные с геометрии ступени:

$$a = \begin{cases} 2587 - 0.426g - 1.216g^2 & i > 0 \\ 0.446 + 382g - 2.899g^2 & i < 0 \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} 4.175 + 10.802g - 13.881g^2 & i > 0 \\ 2.413 + 10.38g - 10.116g^2 & i < 0 \end{cases}$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета неконструктивных профильных потерь:

- Частота
- Углы входа и выхода лопатки
- Шаг
- Угол смещения
- Линия кривизны высоты

МУСТАФА [1990]

Изменение коэффициента потерь кинетической энергии:

$$\Delta\phi^2 = \begin{cases} 0.778 \times 10^{-5} x' + 0.56 \times 10^{-7} x'^2 + 0.4 \times 10^{-10} x'^3 + 2.054 \times 10^{-19} x'^6, & 800 > x' > 0 \\ -5.1734 \times 10^{-6} x' + 7.6902 \times 10^{-9} x'^2, & 0 > x' > -800 \end{cases}$$

$$x' = \left(\frac{d}{l}\right)^{-1.6} \left(\frac{\cos\alpha'_{in}}{\cos\alpha'_{out}}\right)^{-2} i$$

Неконструктивные профильные потери:

$$Y = \frac{\left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2 \left(\frac{1}{\phi^2} - 1\right)\right]^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}}$$

Неконструктивные вторичные потери:

$$\frac{Y_s}{Y_s^*} = \begin{cases} \exp(0.9x'') + 13x''^{12} + 400x''^{14}, & 0.3 > x'' > 0 \\ \exp(0.9x''), & 0 > x'' > -0.4 \end{cases}$$

$$x'' = \frac{i}{180 - (\alpha'_{in} + \alpha'_{out})} \left(\frac{\cos\alpha'_{in}}{\cos\alpha'_{out}}\right)^{-1.5} \left(\frac{d}{l}\right)^{-0.3}$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета неконструктивных профильных потерь:

- Частота
- Углы входа и выхода лопатки
- Шаг
- Диаметр передней кромки

Для расчета неконструктивных вторичных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода потока
- Углы входа и выхода лопатки
- Хорда, длина лопатки
- Параметр ускорения потока
- Коэффициент входного пограничного слоя
- Частота
- Mout, Min
- Диаметр передней кромки

ИТО [1980]

Потери с пленочным охлаждением:

$$Y_{fc} = 1 - \frac{(1 + FR) \left(1 + FR \frac{c_{p,f}}{c_{p,1}} \right)}{\left(1 + FR \frac{R_f}{R_1} \right) \left(1 + FR \frac{c_{p,f}}{c_{p,1}} \frac{T_f}{T_1} \right)} \left[\frac{1 + \frac{(FR + \sigma) U_e}{(1 - \sigma) U_{3,0}}}{1 + \frac{FR + \sigma}{1 - \sigma}} \right]^2$$

$$\frac{U_e^2}{U_{3,0}^2} = \frac{\left(1 + \frac{FR R_f}{\sigma R_1} \right) \left(1 + \frac{FR c_{p,f}}{\sigma c_{p,1}} \frac{T_f}{T_1} \right)}{\left(1 + \frac{FR}{\sigma} \right) \left(1 + \frac{FR c_{p,f}}{\sigma c_{p,1}} \right)} \left[1 - \left(\frac{u_\infty}{U_{3,0}} \right)^2 \right] + \left(\frac{u_\infty}{U_{3,0}} \right)^2 \left[\frac{1 + \frac{FR U_2}{\sigma U_{3,0}}}{1 + \frac{FR}{\sigma}} \right]$$

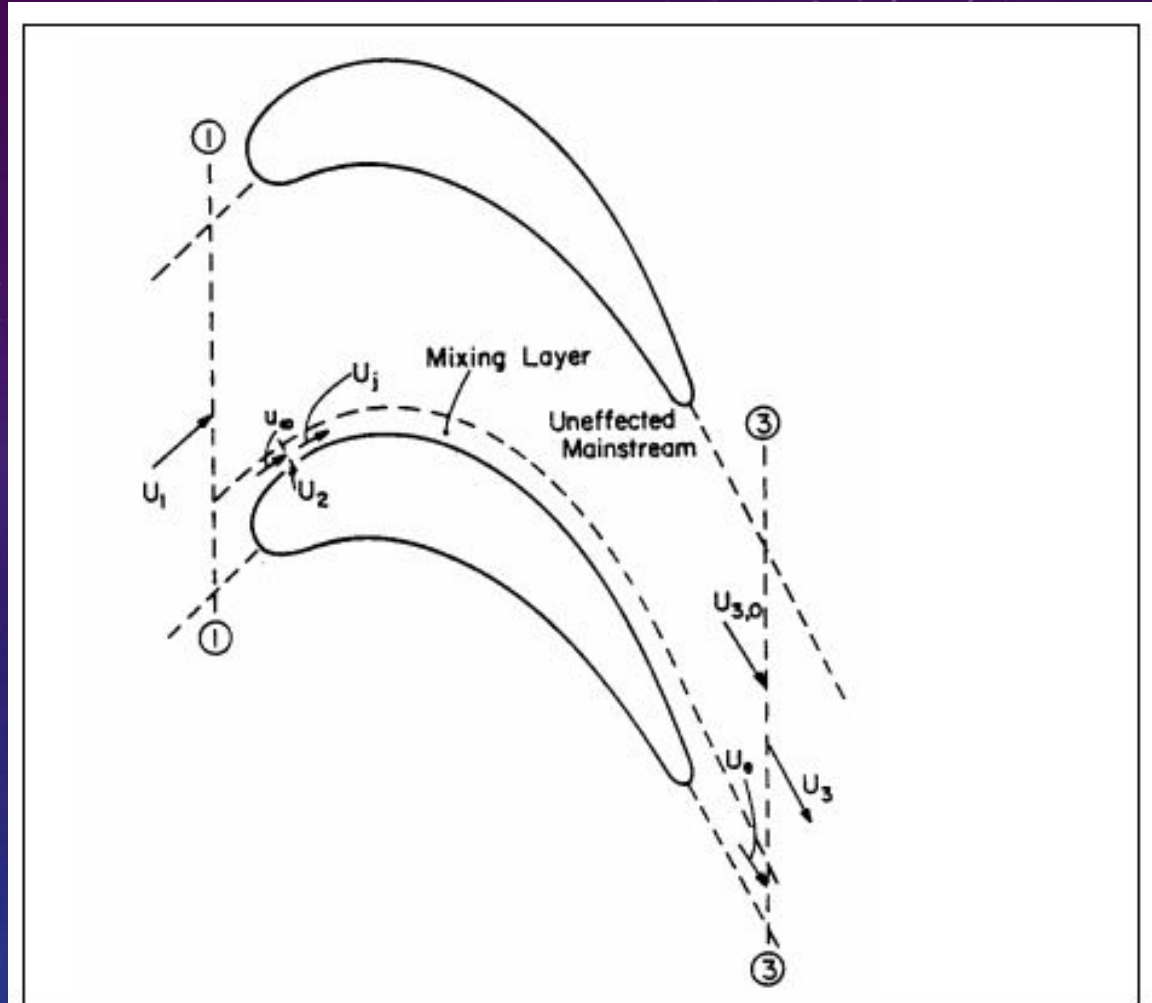


Fig. 2.12.1: Sketch of flow illustrating film cooling mixing in a turbine row Ito et al [1980, p. 967]

ЛАКШМИНАРЯНА [1996]

Потери с пленочным охлаждением:

$$\zeta_{fc} = 1 - \frac{(1 + FR)U_3^2}{U_{3,0}^2 + FRU_{fi}^2}$$

Скорость теплоносителя:

$$U_3 = \frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A}{4} - \frac{2\gamma}{\gamma+1} RT_{c3}}$$

Площадь, нормальная к осевой скорости потока в сечении

$$A = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left[\frac{1-\sigma}{1+\chi} U_{3,0} + \frac{\sigma+\chi}{1+\chi} U_j + \frac{p_3 A_3}{\rho_{in}(1+\chi)} \right]$$

$$T_{c3} = \frac{1-\sigma}{1+\chi} T_{c1} + \frac{\sigma+\chi}{1+\chi} T_{ce}$$

Идеальная скорость теплоносителя

$$U_{fi} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_{cf} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{cf}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЖДУ ПОТЕРЯМИ И КОЭФФИЦИЕНТОМ ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ

Коэффициент потерь кинетической энергии:

$$\left. \begin{aligned} \phi_S^2 &= 1 - \zeta_S \\ \phi_R^2 &= 1 - \zeta_R \end{aligned} \right\}$$

Коэффициент потери давления:

$$Y = \frac{\left[1 - \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{out}^2 \cdot \left(\frac{1}{\phi^2} - 1 \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1}{1 - \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{out}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

В данном уравнении предполагается, что плотность на выходе не будет изменяться между реальным и изоэнтропическим состояниями.

АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ПЕРЕВОД МЕЖДУ ДАВЛЕНИЕМ И ПОТЕРЕЙ ЭНТАЛЬПИИ

Потеря давления может быть явно выражена через потерю энтальпии:

Определение потери давления Y между состояниями 1 и 2:

$$Y = \frac{P_{01} - P_{02}}{P_{02} - P_2}$$

Потери определяются как:

$$e \equiv 1 - \phi^2 = 1 - \frac{C_2^2}{C_{2s}^2}$$

Переход от давления к потерям на основе энтальпии:

$$e = \frac{\left(Y \cdot \left[1 - \frac{P_2}{P_{02}} \right] + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(Y \cdot \left[1 - \frac{P_2}{P_{02}} \right] + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P_{02}}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$$

Где степень давления может быть выражена через число Маха на выходе (M_{out}):

$$\frac{P_{02}}{P_2} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$Y = \frac{\left[\frac{1}{1-e} \cdot \left(1 - e \cdot \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right] \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (*)$$

Определение новых потерь e'' , включающих изменение плотности:

$$e'' = 1 - \phi''^2 = 1 - \frac{\rho_2 \cdot C_2^2}{\rho_{2s} \cdot C_{2s}^2}$$

Чтобы учесть изменение плотности нужно e из уравнения (*) заменить на e'' , приведенную ниже:

$$\left(\frac{P_{02}}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot e = e''$$