The background features several technical diagrams. On the left, there is a large circular scale with markings from 140 to 260 in increments of 10. Other smaller circular diagrams with arrows and partial scales are scattered across the left and bottom-left areas. The overall aesthetic is technical and scientific.

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТЕРЬ В ОСЕВЫХ ТУРБИНАХ

СОДЕРБЕРГ [1949]

Модель Содерберга включает профильные, вторичные потери и потери от утечек.

Для статора:
$$\zeta_N = \left(\frac{10^5}{Re} \right)^{1/4} \left[(1 + \xi^*) \left(0.993 + 0.075 \frac{l}{H} \right) - 1 \right]$$

Для ротора:
$$\zeta_R = \left(\frac{10^5}{Re} \right)^{1/4} \left[(1 + \xi^*) \left(0.975 + 0.075 \frac{l}{H} \right) - 1 \right]$$

Где
$$\xi^* = 0.04 + 0.06 \left(\frac{\varepsilon}{100} \right)^2$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета профильных потерь:

- Углы входа и выхода
- Re

Для расчета вторичных потерь:

- Хорда лопатки
- Длина лопатки
- Re

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Диаметр лопатки

ТРАУПЕЛЬ [1977]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек, вентиляционных потерь и потерь о трение диска.

Для статора: $\zeta_N = \zeta_{p,N} + \zeta_{f,N} + \zeta_{r,N} + \zeta_{TI,N}$

Для ротора: $\zeta_R = \zeta_{p,R} + \zeta_{f,R} + \zeta_{r,R} + \zeta_{TI,R}$

Профильные потери:

$$\zeta_p = \chi_R \chi_M \zeta_{p0} + \zeta_{Te} + \zeta_c$$

Вторичные потери:

a) If $H/t \geq (H/t)_k$

$$\zeta_s = \frac{\zeta_p}{\zeta_{p0}} F\left(\frac{t}{H}\right) + \zeta_r$$

b) If $H/t < (H/t)_k$

$$\zeta_s = \frac{\zeta_p}{\zeta_{p0}} F\left(\frac{t}{H}\right)_k + \zeta_r + A\left(\frac{l}{H} - \frac{l/t}{(H/t)_k}\right)$$

Потери от утечек:

С бандажом:

$$\text{stator} \quad \zeta_{TI,N} = 2 \cdot (1 - R_H) \cdot \mu_N \cdot \left[1 - \left(\frac{v - v(\alpha_0^*)}{v(\alpha_0^*)} \right)^2 \right]$$

$$\text{rotor} \quad \zeta_{TI,R} = \mu_R \cdot \left[1 - \left(\frac{v - v(\beta_1^*)}{v(\beta_1^*)} \right)^2 \right]$$

Без бандажа:

$$\Delta\eta_{TI} = K_\delta \frac{(\tau - 0.002 l) D}{HD_m}$$

Для расчета профильных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода
- Re, Mout
- Шаг
- Толщина задней кромки

Вторичные потери:

- Сжимаемость, углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки
- Re
- Профильные потери
- скорость потока на входе и выходе
- осевое расстояние

Потери от утечек:

- Радиальный зазор, углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки, диаметр, степень реактивности
- Отношение скоростей, коэф. сжатия, давление на входе и выходе
- Скорость на входе и выходе

ЭЙНЛИ И МЭТИСОН [1951]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек и кромочных потерь.

$$Y = (Y_p + Y_s + Y_{TI}) \chi_{Te}$$

Профильные потери:

$$Y_{P(i=0)} = \left\{ Y_{P(\alpha'_{in}=0)} + \left(\frac{\alpha'_{in}}{\alpha_{out}} \right)^2 \left[Y_{P(\alpha'_{in}=\alpha_{out})} - Y_{P(\alpha'_{in}=0)} \right] \right\} \left(\frac{t'_{max}/l}{0.2} \right)^{\frac{\alpha'_{in}}{\alpha_{out}}}$$

Вторичные потери:

$$Y_s = \lambda 4 (\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

Потери от утечек:

$$Y_{TI} = B \frac{\tau}{h} 4 (\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета профильных потерь:

- Углы входа и выхода
- Шаг, хорда
- Максимальная толщина, толщина задней кромки

Для расчета вторичных потерь:

- Угол входа и выхода потока
- Выходной угол лопатки
- Параметр ускорения потока

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Угол входа и выхода потока
- Длина лопатки

ДАНХЭМ И КЕЙМ [1970]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек.

Общие потери:

$$Y = \left[(Y_P + Y_S) \left(\frac{R_e}{2 \times 10^5} \right)^{-0.2} + Y_{TI} \right] \chi_{Te}$$

Профильные потери:

$$Y_P = \left[1 + 60(M_{out} - 1)^2 \right] \chi_i Y_{P(i=0)}$$

Вторичные потери:

$$Y_S = 0.0334 \left(\frac{l}{H} \right) \left[4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \right] \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right) \left(\frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha'_{in}} \right)$$

Потери от утечек:

$$Y_{TI} = B \frac{l}{h} \left(\frac{\tau}{l} \right)^{0.78} 4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

Основные изменения:

- Профильные потери: Эйнли и Мэтисон посчитали потери достаточно точно, поэтому были внесены только поправки к числу Маха
- Вторичные потери: был добавлен параметр нагрузки к исходному уравнению. Лямбда в уравнении удаляется и заменяется фиксированным значением 0,0334
- Потери от утечек: Ввели отношение для случая с уплотнением на конце, что повысило эффективность расчётов.

Итог: их корреляция немного завышает вторичные потери. Авторы заявили, что их корреляция может предсказывать течение потока в пределах 3%, а КПД в пределах 2%.

КАКЕР И ОКАПУУ[1982]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек и потерь на задней кромке.

Полные потери:

$$Y = \chi_{Re} Y_p + Y_s + Y_{TI} + Y_{Te}$$

$$\chi_{Re} = \begin{cases} \left(\frac{Re}{2 \times 10^5}\right)^{-0.4} & Re \leq 2 \times 10^5 \\ 1.0 & 2 \times 10^5 > Re < 10^6 \\ \left(\frac{Re}{10^6}\right)^{-0.2} & Re > 10^6 \end{cases}$$

Профильные потери:

$$Y_p = 0.914 \left(\frac{2}{3} K_p \chi_i Y_{P(i=0)} + Y_{shock} \right)$$

Вторичные потери:

$$Y_s = 0.04 \left(\frac{l}{H} \right) \chi_{AR} \left[4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \right] \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right) \left(\frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha'_{in}} \right) \left[1 - \left(\frac{l_x}{H} \right)^2 (1 - K_p) \right]$$

Кромочные потери:

$$Y_{Te} = \frac{\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2 \left(\frac{1}{1 - \Delta E_{Te}} - 1 \right) \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

Потери от утечек:

$$\Delta \eta_t = 0.93 \left(\frac{r_r}{r_m} \right) \left(\frac{1}{H \cos \alpha_{out}} \right) \eta_{t,0} \Delta \tau$$

с бандажом

$$Y_{TI} = 0.37 \frac{l}{h} \left(\frac{\tau'}{l} \right)^{0.78} 4(\tan \alpha_{in} - \tan \alpha_{out})^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_{out}}{\cos \alpha_m} \right)$$

без

Для расчета профильных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода
- Re, Mout, Min
- Шаг, хорда
- Мах толщина, толщина задней кромки

Вторичные потери:

- Сжимаемость, углы входа и выхода потока
- Хорда, длина лопатки
- Re
- Параметр ускорения потока

- Mout, Min
- угол выхода лопатки

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки, диаметр

КРЕЙГ И КОКС[1970]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потери от парциальности и прочих потерь.

Общие потери:

$$\zeta = \zeta_p + \zeta_s + \zeta_A$$

Профильные потери:

$$\zeta_p = \chi_R \chi_{Te} \chi_i \zeta_{p0} + \Delta\zeta_{p,M} + \Delta\zeta_{p,Se} + \Delta\zeta_{p,Tt}$$

Вторичные потери:

$$\zeta_s = \chi_R \chi_{AR} \zeta_{s0}$$

Потери от утечек:

$$\Delta\eta_n = F_k \frac{A_k}{A_i} \eta_{n=0}$$

Для расчета профильных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода
- Re , $Mout$
- Шаг, длина изгиба, ширина горла, кривизна поверхности
- Толщина задней кромки

Вторичные потери:

- Углы входа и выхода потока, угол входа лопатки
- Шаг, длина лопатки
- Re
- Скорость потока на входе и выходе
- Длина изгиба

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Длина лопатки
- Скорость на входе и выходе

ДЕНТОН[1994]

Общие потери состоят из профильных потерь, вторичных потерь, потерь от утечек и кромочных потерь.

$$\zeta_N = \zeta_{Bb} + \zeta_{Te} + \zeta_{TI} + \zeta_{Eb} + \zeta_{shock}$$

Потери в пограничном слое поверхности лопатки:

для статора

$$\zeta_{Bb,N} = \frac{T_1 \Delta S_{Bb,N}}{m c_1 / 2}$$

для ротора:

$$\zeta_{Bb,R} = \frac{T_2 \Delta S_{Bb,R}}{m w_2 / 2}$$

Кромочные потери:

для статора

$$\zeta_{Te,N} = -\frac{C_{pb} t'_N}{t_N \cos \alpha_1} + \frac{2\theta_N}{t_N \cos \alpha_1} + \left(\frac{\delta'_N + t'_N}{t_N \cos \alpha_1}\right)^2$$

для ротора:

$$\zeta_{Te,R} = -\frac{C_{pb} t'_R}{t_R \cos \beta_2} + \frac{2\theta_R}{t_R \cos \beta_2} + \left(\frac{\delta'_R + t'_R}{t_R \cos \beta_2}\right)^2$$

Потери от утечек:

с бандажом)

$$\zeta_{TI,R} = 2 \frac{m_m}{m} \left(1 - \frac{\tan \beta_1}{\tan \beta_2} \sin^2 \beta_2\right)$$

(без бандажа)

$$\zeta_{TI,R} = 1.5 \frac{\tau l}{H t \cos \beta_2} \int_0^1 \left(\frac{w_s}{w_2}\right)^3 \left(1 - \frac{w_p}{w_s}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{w_p}{w_s}\right)^2} d\left(\frac{s}{l}\right)$$

Потери у торцевой стенки (без учета вторичных потерь потока):

$$\zeta_{end} = \frac{T_2}{V^2} 0.25 \int_0^{c_x} \frac{C_d}{T} \frac{(V_s^4 - V_p^4)}{(V_s - V_p)} \rho y dx$$

Ударные потери:

$$\zeta_{shock} = \frac{T_{out} \Delta S_{shock}}{m V_{out}^2 / 2}$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета профильных потерь:

- Угол выхода потока, шаг, хорда, высота лопатки
- Ширина горла, толщина задней кромки
- скорость потока на входе и выходе
- распределение скорости потока, условие пограничного слоя, базовое давление

Потери от утечек:

- Радиальный зазор, углы входа и выхода потока
- Шаг, хорда, длина лопатки, длина изгиба
- Коэф. сжатия, давление на входе и выходе
- распределение скоростей
- Скорость на входе и выходе

СТЮАРТ [1960]

Общие потери состоят из профильных потерь, потерь у торцевой стенки и кромочных потерь.

$$\zeta = \zeta_p + \zeta_c + \zeta_m$$

Профильные потери:

$$\zeta_p = 18 \frac{\frac{\theta}{l_c} \frac{l_c}{t \cos \alpha_{out}}}{1 - \frac{t' + \delta^*}{t \cos \alpha_{out}}}$$

Потери у торцевой стенки:

$$\zeta_c = \left(1 + \frac{t \cos \gamma}{H}\right) \zeta_p$$

Потери при смешивании задней кромки:

$$\zeta_m = c_m \zeta_p$$

Для расчета профильных потерь:

- Угол выхода
- Шаг, хорда, длина изгиба
- Толщина задней кромки
- Скорость потока на входе и выходе
- Условие пограничного слоя

Вторичные потери:

- Хорда
- Длина лопатки
- Угол смещения
- Профильные потери

БАЛЬЖЕ И БИНСЛИ [1968]

Параметры используемые в моделях

Общие потери состоят из профильных потерь, потерь на торцевой стенке, потерю от утечек и потерю на трение диска.

$$\zeta = \zeta_p + \zeta_e + \zeta_{\Pi} + \zeta_{pa}$$

Профильные потери:

$$\zeta_p = 1 - \frac{\frac{\cos^2 \lambda_2 (1 - \delta^* - \theta^* - \frac{t_e}{l})^2}{(1 - \delta^* - \frac{t_e}{l})^2} + \sin^2 \lambda_2 (1 - \delta^* - \frac{t_e}{l})^2}{1 + 2 \sin^2 \lambda_2 \left[(1 - \delta^* - \frac{t_e}{l})^2 - (1 - \delta^* - \theta^* - \frac{t_e}{l}) \right]}$$

Потери у торцевой стенки профиля:

$$\zeta_e = K_e \frac{l}{H} \left\{ 0.0388 \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right) + 0.08 \right\} \left(1 + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{100} \right) + 0.0003371 \left[10 \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} + 0.08 \right) \right]^{1.5 + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{160}}$$

Потери от утечек:

$$\zeta_{\Pi} = 0.0696 \tanh\left(13 \frac{\tau}{l}\right) \frac{l}{D} \frac{D}{H} \sin \alpha_m (\cot \lambda_2 - \cot \lambda_1)$$

Для расчета профильных потерь:

- Углы входа и выхода лопатки
- Шаг, хорда
- Re
- Длина изгиба, толщина задней кромки

Для расчета вторичных потерь:

- Входной и выходной угол лопатки
- Хорда, высота лопатки
- Коэффициент входного пограничного слоя

Потери от утечек:

- Радиальный зазор
- Угол входа и выхода лопатки
- Высота, хорда, диаметр лопатки

ЦЕНЕР[1980]

Параметр геометрии ступени:

$$g = \frac{f}{t} \sqrt{\gamma(\alpha'_{in} + \alpha'_{out})}$$

Неконструктивные профильные потери:

$$\zeta_p = 1 - (1 - \zeta_{p(i=0)}) e^{-a(\Delta i^*)^b}$$

Безразмерная функция частоты:

$$\Delta i^* = i / (180 - \alpha'_{in})$$

Коэффициенты, связанные с геометрии ступени:

$$a = \begin{cases} 2587 - 0.426g - 1.216g^2 & i > 0 \\ 0.446 + 382g - 2.899g^2 & i < 0 \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} 4.175 + 10.802g - 13.881g^2 & i > 0 \\ 2.413 + 10.38g - 10.116g^2 & i < 0 \end{cases}$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета неконструктивных профильных потерь:

- Частота
- Углы входа и выхода лопатки
- Шаг
- Угол смещения
- Линия кривизны высоты

МУСТАФА [1990]

Изменение коэффициента потерь кинетической энергии:

$$\Delta\phi^2 = \begin{cases} 0.778 \times 10^{-5} x' + 0.56 \times 10^{-7} x'^2 + 0.4 \times 10^{-10} x'^3 + 2.054 \times 10^{-19} x'^6, & 800 > x' > 0 \\ -5.1734 \times 10^{-6} x' + 7.6902 \times 10^{-9} x'^2, & 0 > x' > -800 \end{cases}$$

$$x' = \left(\frac{d}{l}\right)^{-1.6} \left(\frac{\cos\alpha'_{in}}{\cos\alpha'_{out}}\right)^{-2} i$$

Неконструктивные профильные потери:

$$Y = \frac{\left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2 \left(\frac{1}{\phi^2} - 1\right)\right]^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{out}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}}$$

Неконструктивные вторичные потери:

$$\frac{Y_s}{Y_s^*} = \begin{cases} \exp(0.9x'') + 13x''^{12} + 400x''^{14}, & 0.3 > x'' > 0 \\ \exp(0.9x''), & 0 > x'' > -0.4 \end{cases}$$

$$x'' = \frac{i}{180 - (\alpha'_{in} + \alpha'_{out})} \left(\frac{\cos\alpha'_{in}}{\cos\alpha'_{out}}\right)^{-1.5} \left(\frac{d}{l}\right)^{-0.3}$$

Параметры используемые в моделях

Для расчета неконструктивных профильных потерь:

- Частота
- Углы входа и выхода лопатки
- Шаг
- Диаметр передней кромки

Для расчета неконструктивных вторичных потерь:

- Сжимаемость, углы входа и выхода потока
- Углы входа и выхода лопатки
- Хорда, длина лопатки
- Параметр ускорения потока
- Коэффициент входного пограничного слоя
- Частота
- M_{out} , M_{in}
- Диаметр передней кромки

ИТО [1980]

Потери с пленочным охлаждением:

$$Y_{fc} = 1 - \frac{(1 + FR) \left(1 + FR \frac{c_{p,f}}{c_{p,1}} \right)}{\left(1 + FR \frac{R_f}{R_1} \right) \left(1 + FR \frac{c_{p,f}}{c_{p,1}} \frac{T_f}{T_1} \right)} \left[\frac{1 + \frac{(FR + \sigma) U_e}{(1 - \sigma) U_{3,0}}}{1 + \frac{FR + \sigma}{1 - \sigma}} \right]^2$$

$$\frac{U_e^2}{U_{3,0}^2} = \frac{\left(1 + \frac{FR R_f}{\sigma R_1} \right) \left(1 + \frac{FR c_{p,f}}{\sigma c_{p,1}} \frac{T_f}{T_1} \right)}{\left(1 + \frac{FR}{\sigma} \right) \left(1 + \frac{FR c_{p,f}}{\sigma c_{p,1}} \right)} \left[1 - \left(\frac{u_\infty}{U_{3,0}} \right)^2 \right] + \left(\frac{u_\infty}{U_{3,0}} \right)^2 \left[\frac{1 + \frac{FR U_2}{\sigma U_{3,0}}}{1 + \frac{FR}{\sigma}} \right]$$

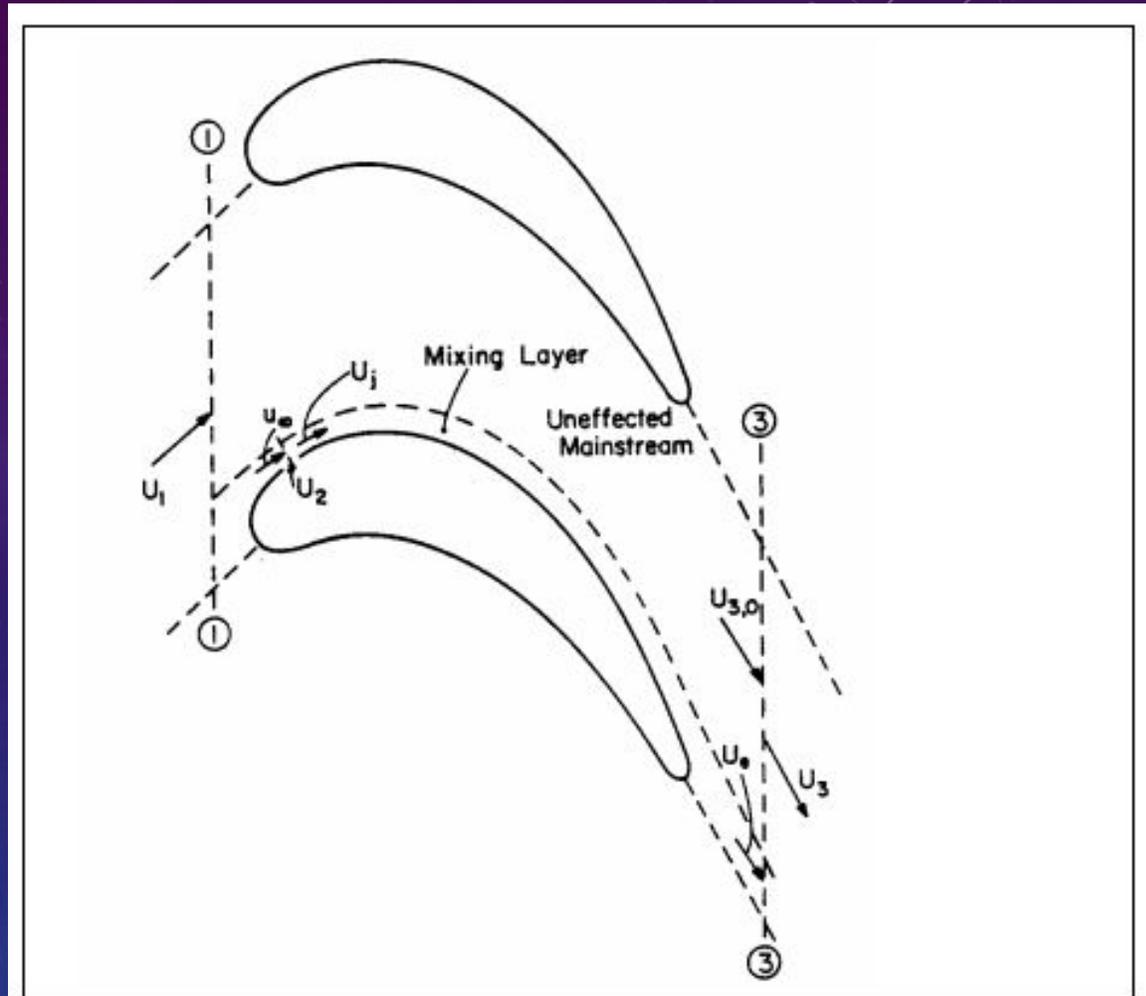


Fig. 2.12.1: Sketch of flow illustrating film cooling mixing in a turbine row Ito et al [1980, p. 967]

ЛАКШМИНАРЯНА [1996]

Потери с пленочным охлаждением:

$$\zeta_{fc} = 1 - \frac{(1 + FR)U_3^2}{U_{3,0}^2 + FRU_{fi}^2}$$

Скорость теплоносителя:

$$U_3 = \frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A}{4} - \frac{2\gamma}{\gamma+1} RT_{c3}}$$

Площадь, нормальная к осевой скорости потока в сечении

$$A = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left[\frac{1-\sigma}{1+\chi} U_{3,0} + \frac{\sigma+\chi}{1+\chi} U_j + \frac{p_3 A_3}{\rho_{in}(1+\chi)} \right]$$

$$T_{c3} = \frac{1-\sigma}{1+\chi} T_{c1} + \frac{\sigma+\chi}{1+\chi} T_{ce}$$

Идеальная скорость теплоносителя

$$U_{fi} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_{cf} \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_{cf}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЖДУ ПОТЕРЯМИ И КОЭФФИЦИЕНТОМ ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ

Коэффициент потерь кинетической энергии:

$$\left. \begin{aligned} \phi_S^2 &= 1 - \zeta_S \\ \phi_R^2 &= 1 - \zeta_R \end{aligned} \right\}$$

Коэффициент потери давления:

$$Y = \frac{\left[1 - \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{out}^2 \cdot \left(\frac{1}{\phi^2} - 1 \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1}{1 - \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_{out}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

В данном уравнении предполагается, что плотность на выходе не будет изменяться между реальным и изоэнтропическим состояниями.

АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ПЕРЕВОД МЕЖДУ ДАВЛЕНИЕМ И ПОТЕРЕЙ ЭНТАЛЬПИИ

Потеря давления может быть явно выражена через потерю энтальпии:

Определение потери давления Y между состояниями 1 и 2:

$$Y = \frac{P_{01} - P_{02}}{P_{02} - P_2}$$

Потери определяются как:

$$e \equiv 1 - \phi^2 = 1 - \frac{C_2^2}{C_{2s}^2}$$

Переход от давления к потерям на основе энтальпии:

$$e = \frac{\left(Y \cdot \left[1 - \frac{P_2}{P_{02}} \right] + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(Y \cdot \left[1 - \frac{P_2}{P_{02}} \right] + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P_{02}}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$$

Где степень давления может быть выражена через число Маха на выходе (M_{out}):

$$\frac{P_{02}}{P_2} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$Y = \frac{\left[\frac{1}{1-e} \cdot \left(1 - e \cdot \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right] \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{1 - \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_{out}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (*)$$

Определение новых потерь e'' , включающих изменение плотности:

$$e'' = 1 - \phi''^2 = 1 - \frac{\rho_2 \cdot C_2^2}{\rho_{2s} \cdot C_{2s}^2}$$

Чтобы учесть изменение плотности нужно e из уравнения (*) заменить на e'' , приведенную ниже:

$$\left(\frac{P_{02}}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot e = e''$$