

Принцип суперпозиции

Электрическое поле

каждого заряда не

зависит от полей

других зарядов. Эти

поля накладываются

друг на друга и создают

результирующее поле.

**Напряженность
результатирующего поля равна
геометрической (векторной)
сумме напряженностей полей,
создаваемых каждым
зарядом в отдельности:**

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

**Потенциал
результатирующего поля
равен
алгебраической сумме
потенциалов этих полей:**

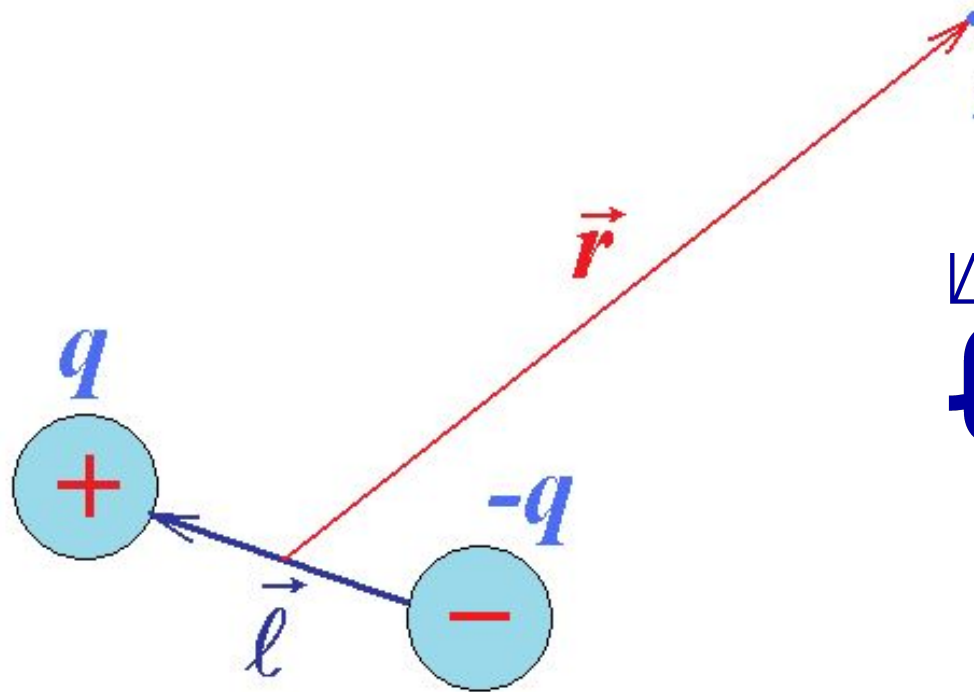
$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$

**Найти потенциал
намного проще,
поскольку это
скалярная
величина.**

Расчет полей по методу суперпозиции

1 Поле диполя. Электрический диполь –

система двух зарядов
равных по величине и
противоположных по знаку.



M - точка поля

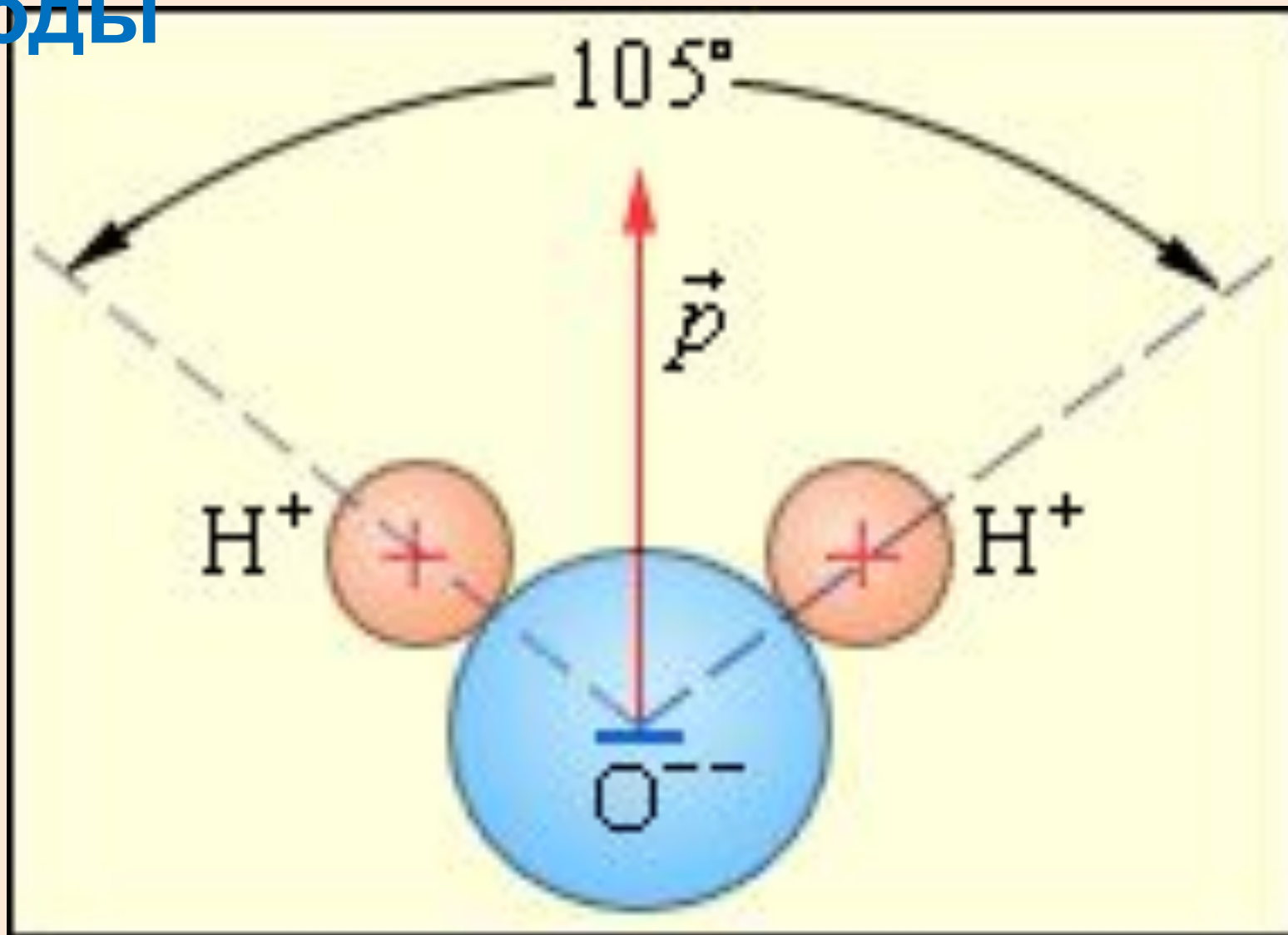
$\vec{\ell}$ - плечо диполя
(от $-$ к $+$)

$$\vec{p} = q\vec{\ell}$$



электрический дипольный момент

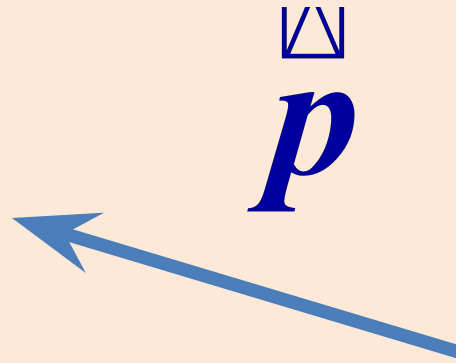
Дипольный момент молекулы ВОДЫ



**Дипольный момент
измеряется в**

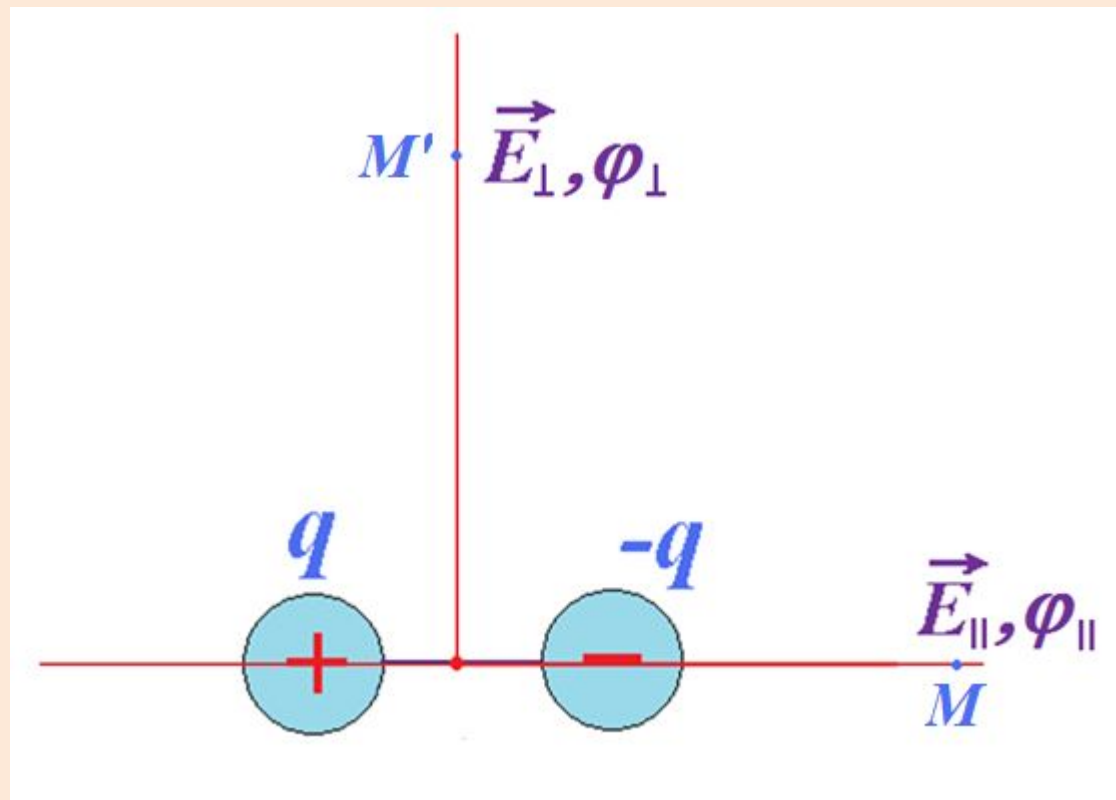
$$[\mu] = \text{м} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}.$$

Диполь можно изобразить так:

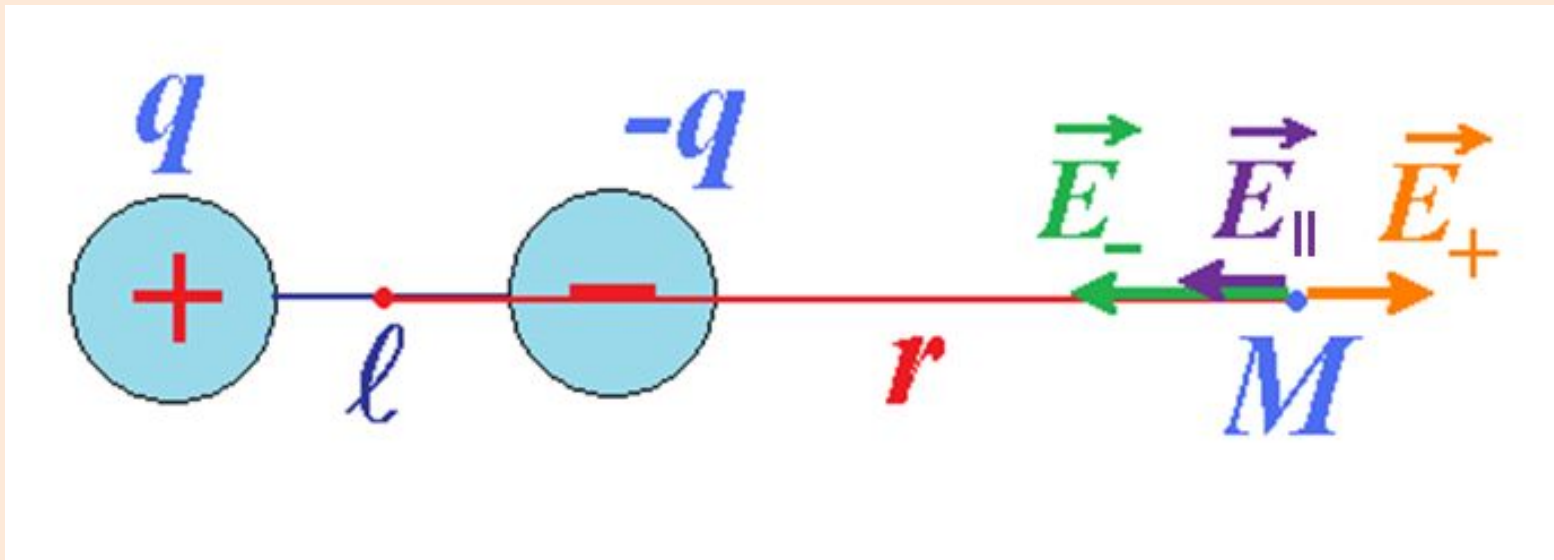


Если $\vec{p} \perp \vec{r}$, диполь называют точечным.

Будем искать поле на оси
диполя (обозначим \vec{E}_{\parallel} и φ_{\parallel}) и
на перпендикуляре к оси
(обозначим \vec{E}_{\perp} и φ_{\perp}).



1) Поле на оси диполя:



По принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_{\boxtimes} = \vec{E}_- + \vec{E}_+;$$

$$E_{\boxtimes} = E_- - E_+;$$

$$\varphi_{\boxtimes} = \varphi_- + \varphi_+$$

Пусть r_+ – расстояние от $+q$ до

M ,

расстояние от $-q$ до M .

Для точечного диполя

$$r_+ \approx r_- \approx r$$

Потенциал

:

$$\varphi_{\boxtimes} = k \frac{-q}{r_-} + k \frac{q}{r_+} = kq \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = kq \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right)$$

Учтем, что $r_+ - r_- = \ell$ и $r_+ \cdot r_- \approx r^2$.

$$\varphi_{\boxtimes} = -k \frac{q\ell}{r^2}$$

Заметим, что $q\ell = p$. Тогда

$$\varphi_{\boxtimes} = -k \frac{p}{r^2}$$

А со стороны положительного заряда

$$\varphi_{\boxtimes} = k \frac{p}{r^2}$$

**Потенциал поля
диполя убывает как
квадрат расстояния
– быстрее, чем для
точечного заряда.**

Напряженность:

$$E_{\boxtimes} = k \frac{q}{r_-^2} - k \frac{q}{r_+^2} = kq \left(\frac{r_+^2 - r_-^2}{r_-^2 r_+^2} \right) =$$

$$= kq \left(\frac{(r_+ - r_-)(r_+ + r_-)}{r_-^2 r_+^2} \right)$$

Учтем, что

$$r_+ - r_- = \ell, \quad r_+ + r_- \approx 2r \quad \text{и} \quad r_+^2 \cdot r_-^2 \approx r^4$$

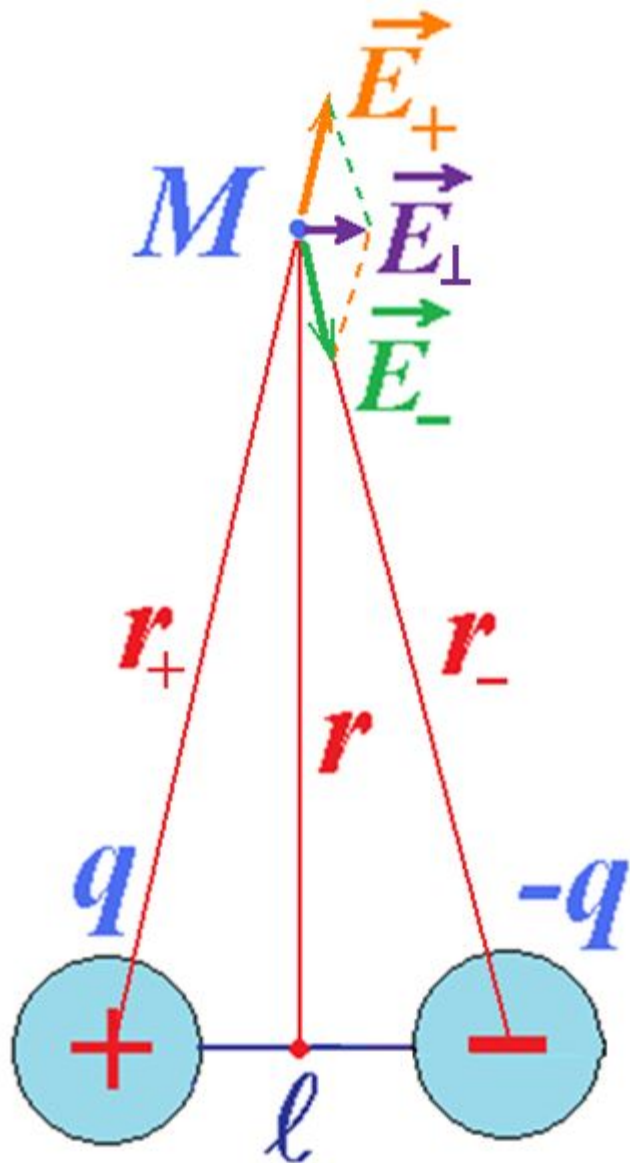
$$E_{\boxtimes} = kq \left(\frac{2r\ell}{r^4} \right) = 2k \frac{q\ell}{r^3}$$

$$E_{\boxtimes} = 2k \frac{p}{r^3}$$

**Напряженность поля
диполя убывает как куб
расстояния – тоже
быстрее, чем у
точечного заряда.**

2) Поле на перпендикуляре к оси

д



Потенциал
искать не надо.
Ясно, что
 $\varphi_\perp = 0$.

Ищем
напряженность:

$$\vec{E}_\perp = \vec{E}_- + \vec{E}_+$$

Большие и маленькие
треугольники на рисунке

подобны. Тогда

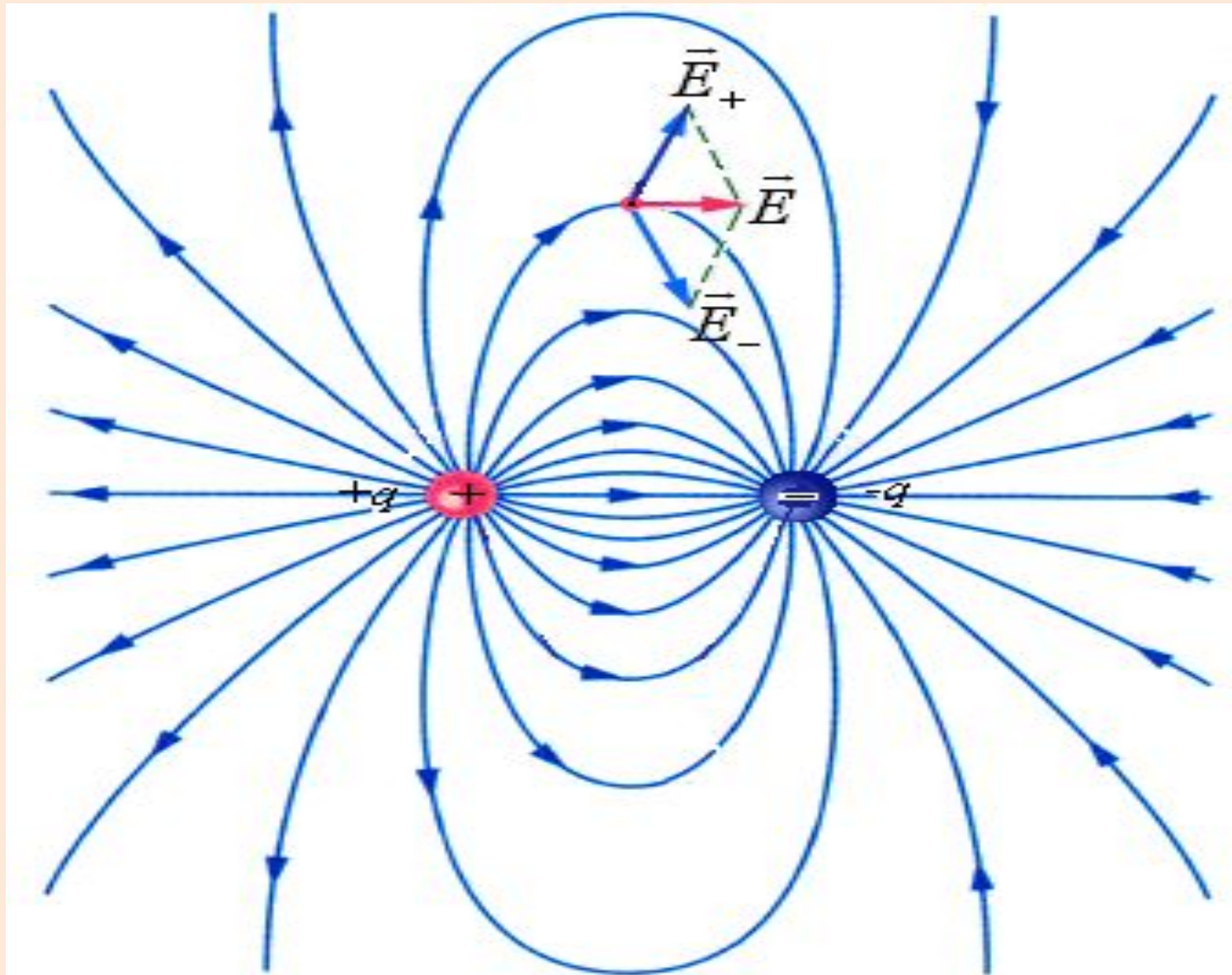
$$\frac{E_{\perp}}{E_{+}} = \frac{\ell}{r_{+}} \approx \frac{\ell}{r}$$

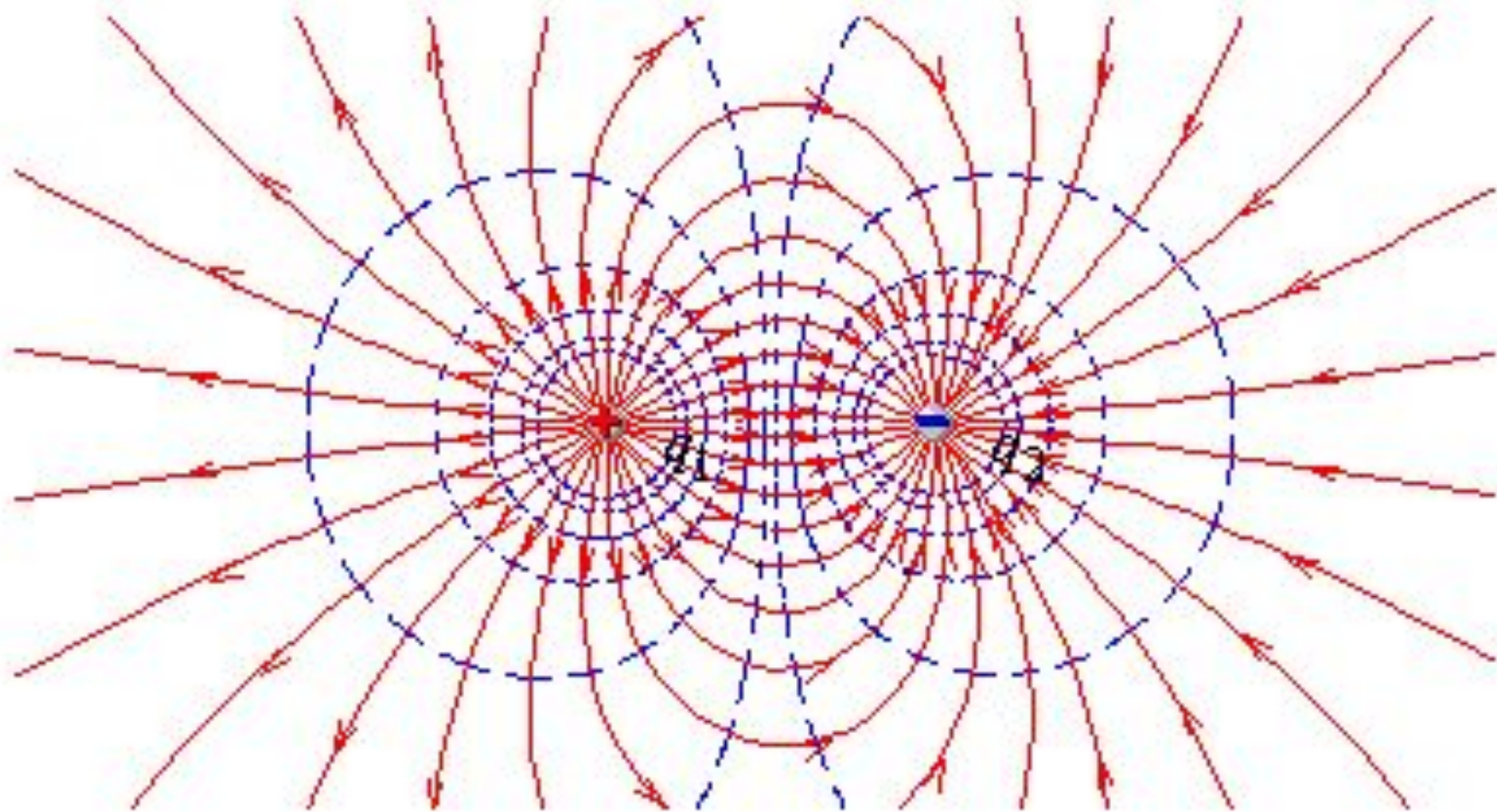
$$E_{\perp} = E_{+} \frac{\ell}{r} = k \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\ell}{r}$$

$$E_{\perp} = k \frac{P}{r^3}$$

**Тоже убывает как
куб расстояния.**

Картина поля диполя



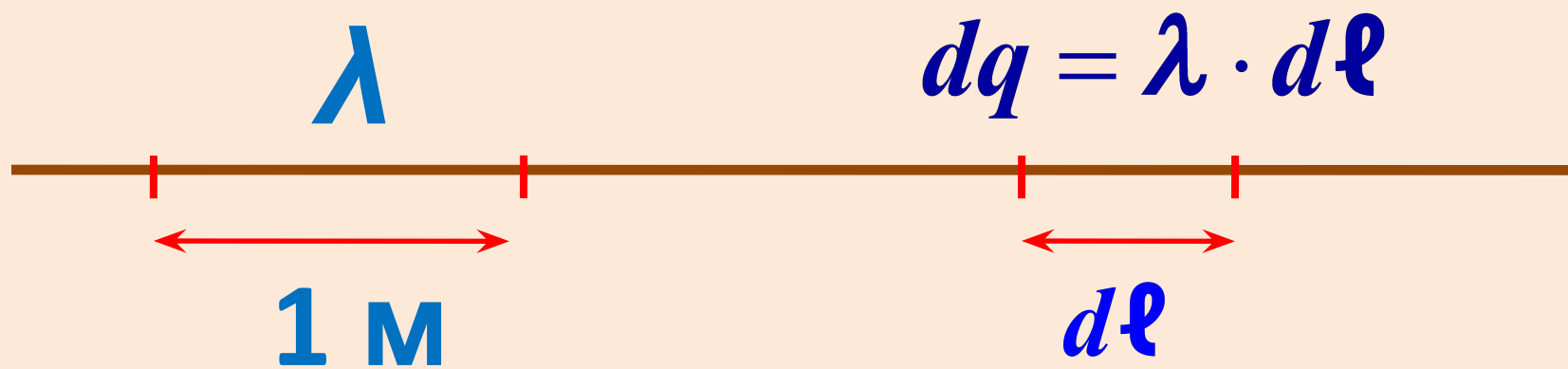


**Непрерывно
распределенный заряд**

**Пусть заряд – не
точечный, а
непрерывно
распределен по
протяженному телу.**

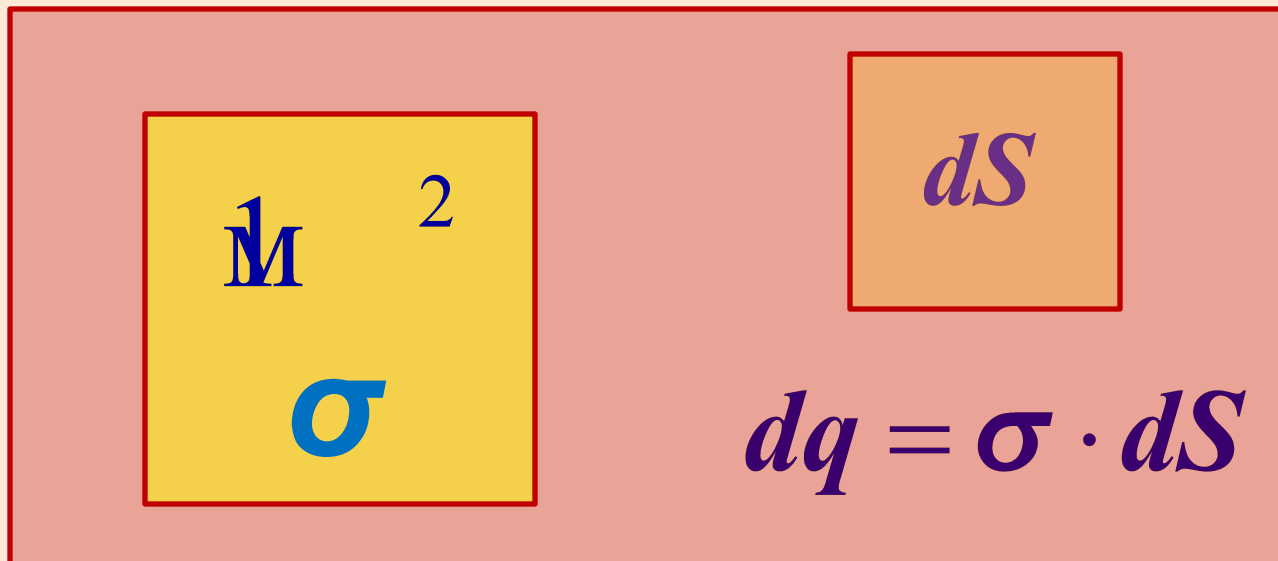
Линейная плотность
заряда – заряд,
приходящийся на единицу
длины.

$$[\lambda] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$$



Поверхностная плотность заряда – заряд единицы площади.

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$



Объемная плотность
заряда – заряд единицы
объема.

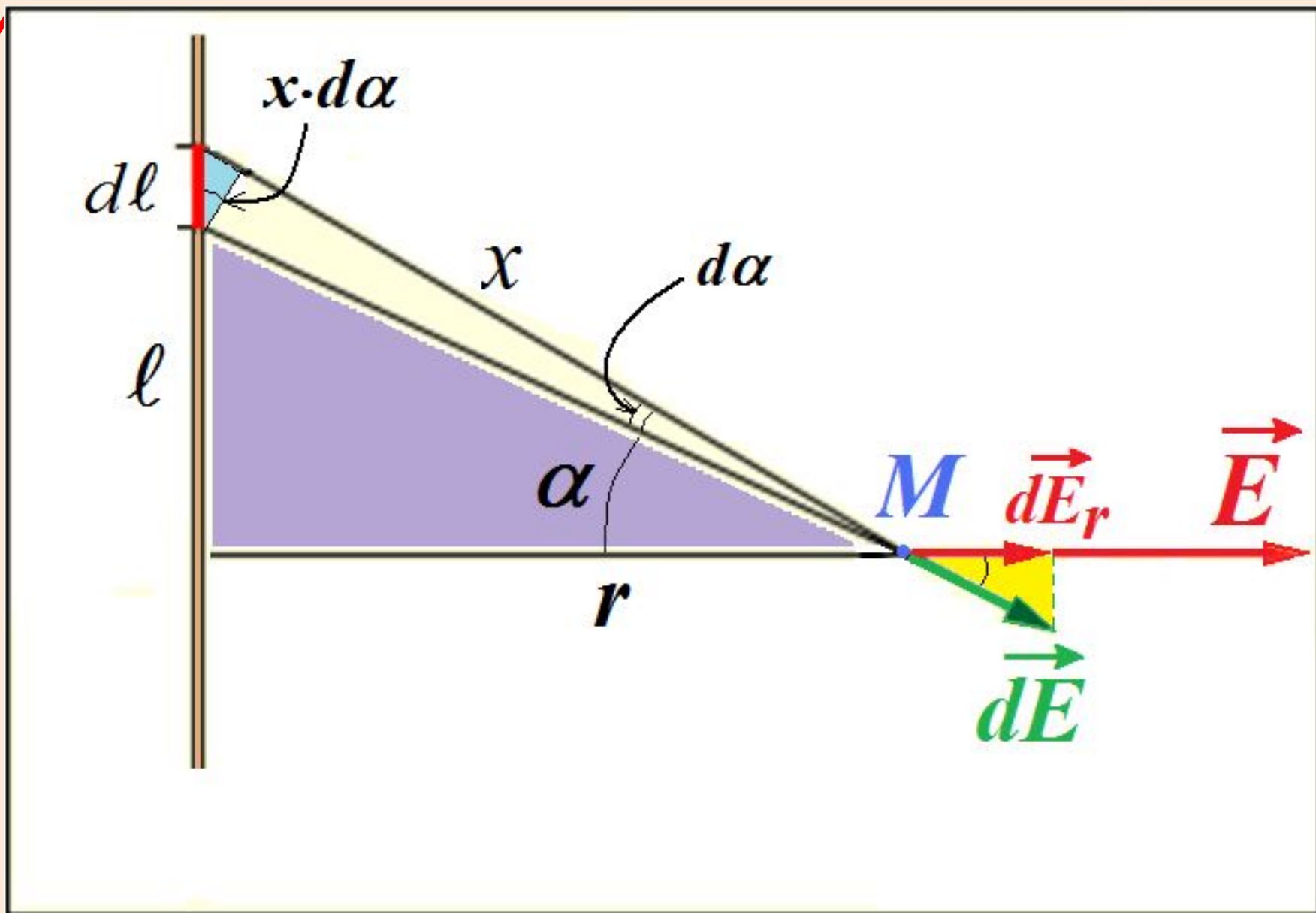
$$[\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$$

Заряд объема dV

:

$$dq = \rho \cdot dV$$

2. Поле бесконечной однородно заряженной нити



Каждый элемент длины $d\ell$ создает напряженность $d\vec{E}$. Эти векторы образуют “вееер”.

$$\vec{E} = \int_{\text{по нити}} d\vec{E}$$

Этот вектор направлен горизонтально, т. к. в вертикальном направлении в сумме имеем нуль.

Горизонтальная компонента
каждого вектора $d\vec{E}$ равна dE_r .

На рисунке три цветных
треугольника подобны. Острый
уголок при вершине равен α .

$$dE_r = dE \cdot \cos \alpha$$

$$E = \int dE_r = \int dE \cdot \cos \alpha$$

$$dE = k \frac{dq}{x^2} = k \frac{\lambda \cdot d\ell}{x^2}$$

$$E = k\lambda \int \frac{d\ell \cdot \cos \alpha}{x^2}$$

**Интегрировать будем по
углу. Верхняя и нижняя
части нити дают равный
вклад. Угол меняем в
пределах от нуля до $\pi/2$,
а интеграл умножим на
2. Остается выразить dI
и x .**

**В верхнем маленьком
треугольнике**

$$d\ell = \frac{x \cdot d\alpha}{\cos \alpha}$$

В большом треугольнике

$$x = \frac{r}{\cos \alpha}$$

Тогда $d\ell = \frac{r \cdot d\alpha}{\cos^2 \alpha}$ и

$$E = 2k\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\ell \cdot \cos \alpha}{x^2} = 2k\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{r \cdot d\alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{r^2} \cdot \cos \alpha$$

$$E = 2 \frac{k\lambda}{r} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \cdot d\alpha = 2 \frac{k\lambda}{r} \sin \alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \frac{k\lambda}{r}$$

Для вакуума

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Напряженность поля нити:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

**Убывает как первая
степень расстояния –
медленнее, чем поле
точечного заряда.**