

Задание №1.

Дано: A(- 2; 7), B C (10; 2), (8;12).

Найти:

- 1) длину стороны АВ;
- 2) уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;
- 3) угол В в радианах с точностью до двух знаков;
- 4) уравнение высоты CD и её длину;
- 5) уравнение медианы АЕ и координаты точки К пересечения этой медианы с высотой CD ;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку К параллельно стороне АВ;
- 7) координаты точки М , расположенной симметрично точке А относительно прямой CD .

1) Длина стороны треугольника находится по формуле: $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Получаем уравнение: $|AB| = \sqrt{(10 - (-2))^2 + (2 - 7)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ см.;

2) Уравнение АВ $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$; уравнение ВС $\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}$;

Отсюда находим угловые коэффициенты уравнений сторон:

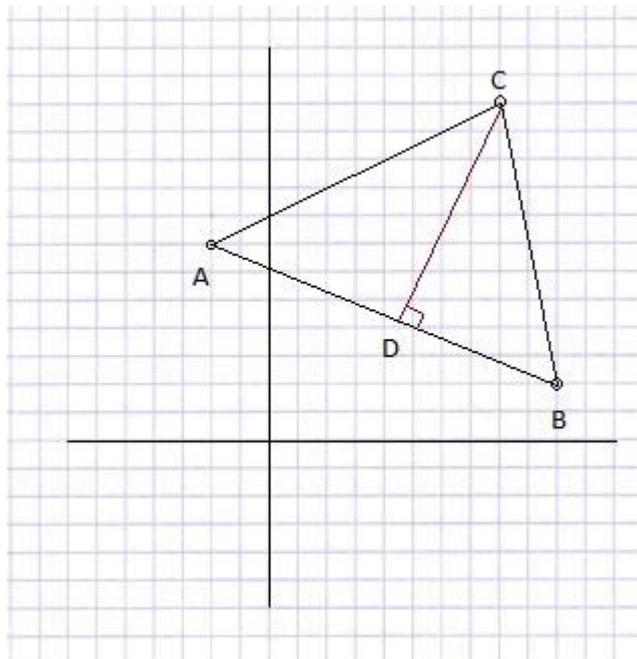
$$a) k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 7}{10 - (-2)} = -\frac{5}{12}$$

$$б) k_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{12 - 2}{8 - 10} = -\frac{10}{2} = -5;$$

3) Чтобы найти угол В, необходимо узнать длину стороны ВС

$$|BC| = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{4^2 + 10^2} = \sqrt{104} = 10,198$$

$$\cos B = \frac{-12 \cdot (-2) + 5 \cdot 10}{13 \cdot 10,198} = 0,558; \text{ Угол } B = \arccos(0,558) = 56,08^\circ$$



4) Высота CD имеет направляющий вектор AB и представлена уравнением: $\frac{x-x_0}{A} = \frac{y-y_0}{B}$, отсюда уравнение высоты через вершину C имеет вид:

$$\frac{x-8}{5} = \frac{y-12}{12};$$

Выразим y:

$$y = 12/5x + 36/5 \text{ (убираем знаменатель)}$$

$$5y - 12x + 36 = 0$$

Найдем точку пересечения с прямой AB:

$$\text{Уравнение прямой AB: } \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$$

$$AB = \frac{x+2}{10+2} = \frac{y-7}{2-7};$$

$$AB = \frac{x+2}{12} = \frac{y-7}{-5};$$

Выразим y:

$$y = -5/12x + 37/6 \text{ (уберём знаменатель)}$$

$$12y + 5x - 74 = 0$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 12y + 5x - 74 = 0; \\ 5y - 12x - 36 = 0 \end{cases}$$

Выразим y из первого уравнения и подставим во второе:

$$5(-5/12x + 37/6) - 12x + 36 = 0$$

$$-25/12x + 185/6 - 12x + 36 = 0$$

$$-169/12x = 401/6$$

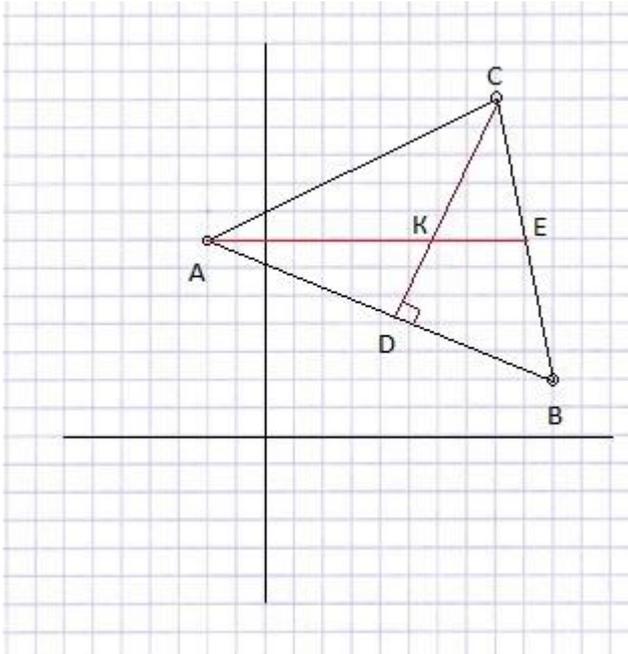
$$x = 802/169 = 4,75$$

$$y = 4,2$$

$$D(4,75; 4,2)$$

$$|CD| = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} = \sqrt{\left(\frac{802}{169} - 8\right)^2 + \left(\frac{708}{169} - 12\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{12100}{169}} = \frac{110}{13} = 8,5 \text{ см.}$$



5) AE – медиана, найдём координаты E (т.к. медиана проводится из вершины треугольника к середине противоположной стороны, то $CE=BE$)

$$x_E = \frac{10+8}{2} = 9;$$

$$y_E = \frac{12+2}{2} = 7;$$

$$E(9;7)$$

$$\text{Уравнение AE: } \frac{x+2}{9+2} = \frac{y-7}{7-7};$$

$$y=7.$$

Найдём точку пересечения K прямых CD и AE:

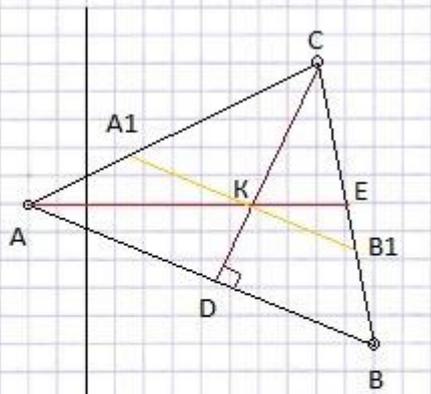
$$\begin{cases} 5y-12x+36=0; \\ y = 7 \end{cases}$$

$$5 \cdot 7 - 12 \cdot x + 36 = 0$$

$$12x = 71$$

$$x = 5,9$$

$$K(5,9; 7)$$

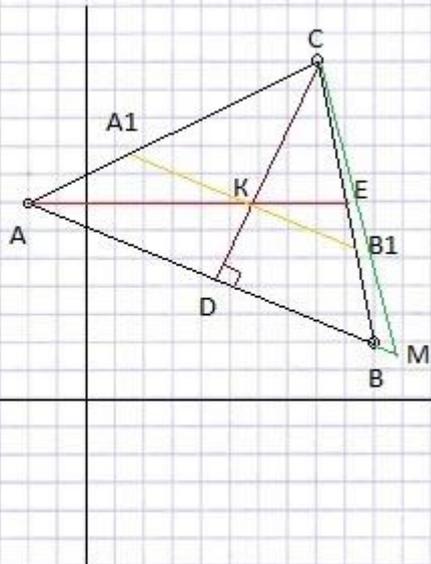


6) Уравнение $AB = -5/12x + 37/6$

Уравнение $A_1B_1 \parallel AB$ найдём по формуле: $y - y_0 = k(x - x_0)$, где:
 $x_0 = 5,9$; $y_0 = 7$; $k = -5/12$.

$$y - 7 = -5/12(x - 5,9)$$

$$\text{Получаем уравнение } A_1B_1 = 12y + 5x - 113,5 = 0$$



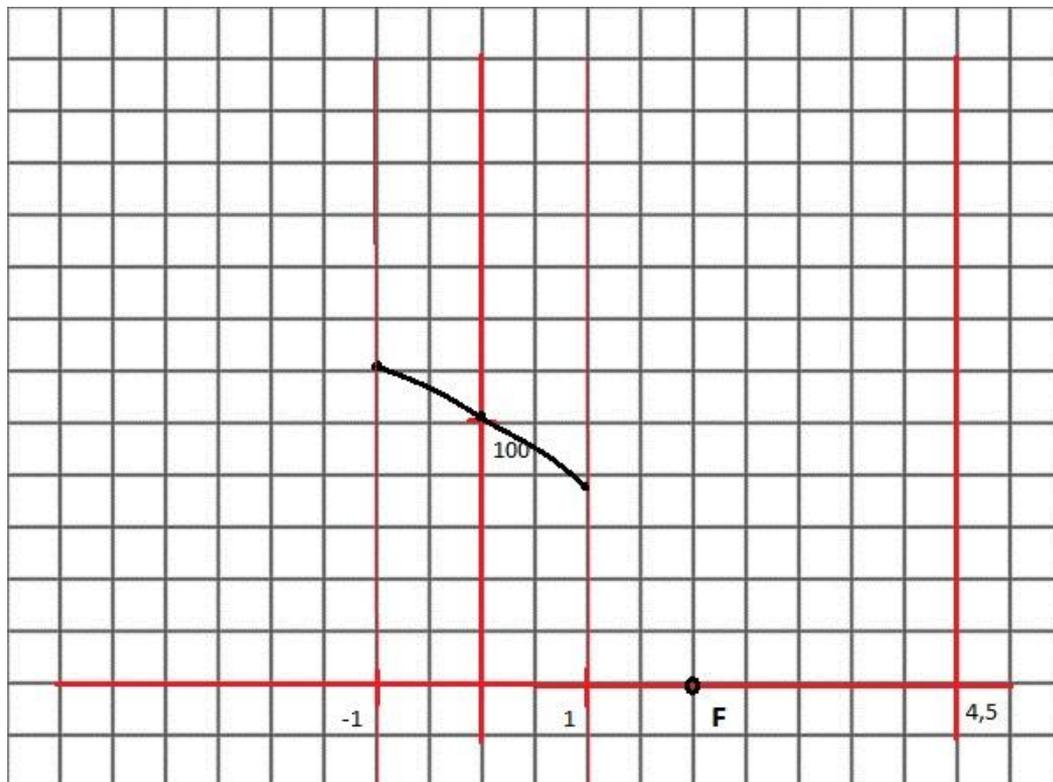
7) Так как прямая AB перпендикулярна прямой CD , то искомая точка M , расположенная симметрично точке A относительно прямой CD , лежит на прямой AB . Кроме того, точка D является серединой отрезка AM .

$$D(4,75; 4,2)$$

$$4,75 = \frac{-2 + x_M}{2}; x_M = 11,5;$$

$$4,2 = \frac{7 + y_M}{2}; y_M = 1,4.$$

$$M(11,5; 1,4)$$



Задание №2.

Составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до точки $F(2; 0)$ и до прямой $x = 4,5$ равно 23.

Построить линию уравнения.

Решение:

Возьмем произвольную точку $P(x; y)$, удовлетворяющую условию задачи. На прямой $x = 4,5$ возьмем точку $N(4,5; y)$.

Длина вектора PN равна расстоянию от точки P до прямой $x = 4,5$, а длина вектора PF равна расстоянию от точки P до точки F :

$$|PN| = |4,5 - x|; |PF| = \sqrt{(2 - x)^2 + y^2}$$

$$\frac{PN}{PF} = 23$$

$$\frac{|4,5 - x|}{\sqrt{(2 - x)^2 + y^2}} = 23$$

$$528x^2 + y^2 + 4757x - 10708,25 = 0$$

Функция будет существовать только в промежутке $X \in [-1; 1]$

Материал по заданию № 6. <http://math.semestr.ru/line/examples.php>

Тут даны все темы, которые изучаются в ВУЗе по мат. анализу, всё разобрано с примерами <http://mathprofi.ru/index.html>