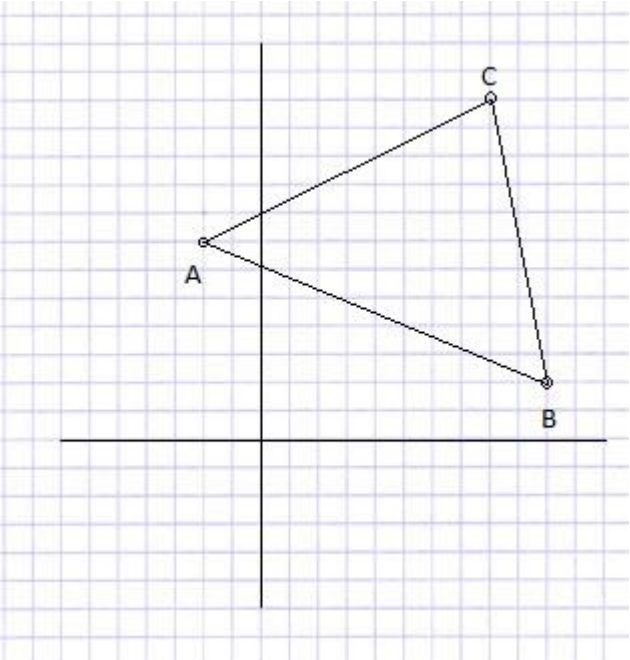


Задание №1.

Дано: А(- 2; 7), В С (10; 2), (8;12).

Найти:

1) длину стороны АВ;

2) уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;

3) угол В в радианах с точностью до двух знаков;

4) уравнение высоты CD и её длину;

5) уравнение медианы АЕ и координаты точки К пересечения этой медианы с высотой CD ;

6) уравнение прямой, проходящей через точку К параллельно стороне АВ;

7) координаты точки М , расположенной симметрично точке А относительно прямой CD .

1) Длина стороны треугольника находится по формуле: |АВ|=$\sqrt{(Хв-Ха)^2+(Ув-Уа)^2}$

Получаем уравнение: |АВ|=$\sqrt{(10+2)^2+(2-7)^2}$=$\sqrt{144+25}$=$\sqrt{169}$= 13 см.;

2) Уравнение АВ=$\frac{x-xA}{xB-xA}=\frac{y-yA}{yB-yA}$; уравнение ВС=$\frac{x-xB}{xC-xB}=\frac{y-yB}{yC-y}$;

Отсюда находим угловые коэффициенты уравнений сторон:

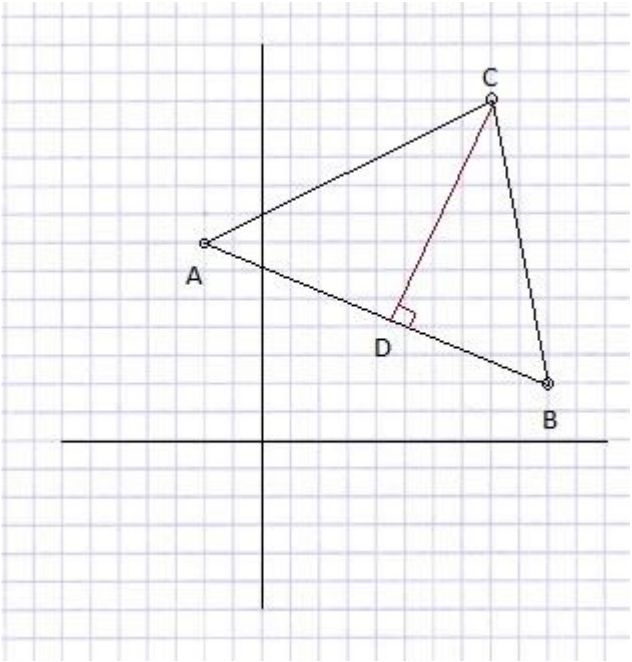
а) $k_{AB}=\frac{yB-yA}{xB-xA}$=$\frac{2-7}{10+2}=-\frac{5}{12}$;

б) $k_{BC}=\frac{yC-yB}{xC-xB}=\frac{12-2}{8-10}=-\frac{10}{2}$= -5;

3) Чтобы найти угол В, необходимо узнать длину стороны ВС

|ВС|=$\sqrt{(Хс-Хb)^2+(Ус-Уb)^2}$ =$\sqrt{4^2+10}$^2=$\sqrt{104}$=10,198

Cos В=$\frac{-12*(-2)+5*10}{13*10,198}$=0,558; Угол В= arcos (0.558)=56.08°



4) Высота CD имеет направляющий вектор AB и представлена уравнением: $\frac{x-x0}{A} = \frac{y-y0}{B}$, отсюда уравнение высоты через вершину C имеет вид:

$\frac{x-8}{5} = \frac{y-12}{12}$;

Выразим y:

y = 12/5x + 36/5 (убираем знаменатель)

5y-12x+36=0

<u>Найдем точку пересечения с прямой AB:</u>

Уравнение прямой AB: $\frac{x-xA}{xB-xA} = \frac{y-yA}{yB-yA}$

AB=$\frac{x+2}{10+2} = \frac{y-7}{2-7}$;

AB=$\frac{x+2}{12}=\frac{y-7}{-5}$;

Выразим y:

y=-5/12x + 37/6 (уберём знаменатель)

12y + 5x - 74 = 0

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 12y + 5x - 74 = 0; \\ 5y-12x-36=0 \end{cases}$$

Выразим y из первого уравнения и подставим во второе:

5(-5/12x + 37/6)-12x+36=0

-25/12x+185/6-12x+36=0

-169/12x=401/6

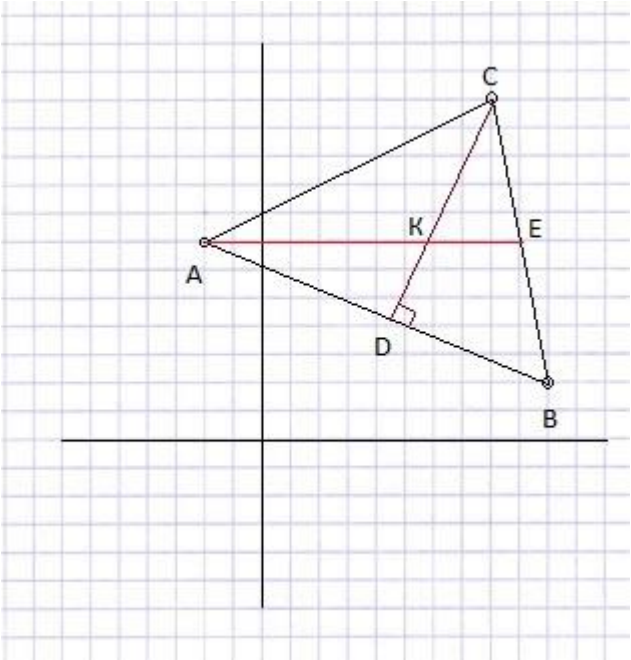
x=802/169=4,75

y=4,2

D(4,75;4,2)

$|CD|=\sqrt{(X2-X1)^2+(У2-У1)^2}=\sqrt{\left(\frac{802}{169}-8\right)^2+\left(\frac{708}{169}-12\right)^2}=$

$=\sqrt{\frac{12100}{169}}=\frac{110}{13}=8{,}5$ см.



5) AE – медиана, найдём координаты E (т.к. медиана проводится из вершины треугольника к середине противоположной стороны, то CE=BE)

xE= $\frac{10+8}{2} = 9$;

yE=$\frac{12+2}{2} = 7$;

E(9;7)

Уравнение AE: $\frac{x+2}{9+2} = \frac{y-7}{7-7}$;

y=7.

Найдём точку пересечения K прямых CD и AE:

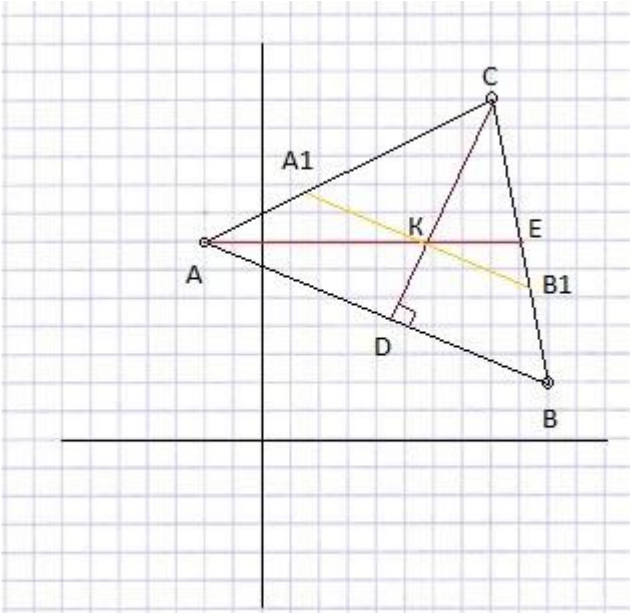
$$\begin{cases} 5y-12x+36=0; \\ y = 7 \end{cases}$$

5*7-12*x+36=0

12x=71

x=5,9

K(5,9; 7)



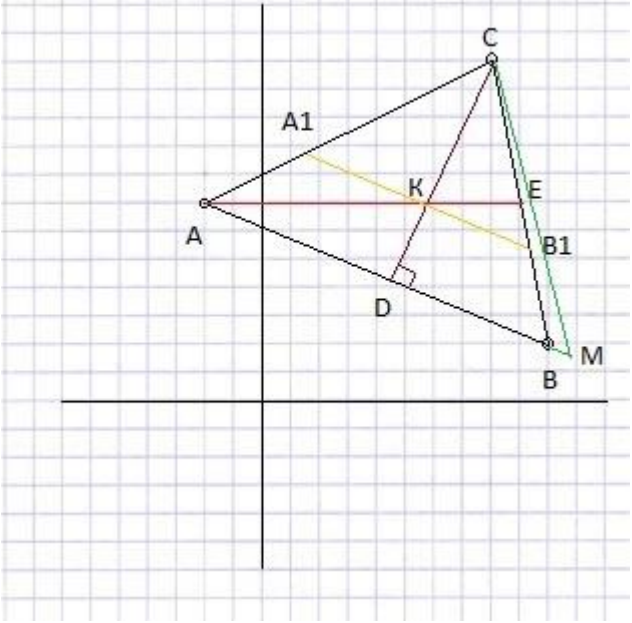
6) Уравнение AB=-5/12x + 37/6

Уравнение A1B1 ||AB найдём по формуле: y-y0=k(x-x0), где:

x0=5,9; y0=7; k=-5/12.

y-7=-5/12(x-5,9)

Получаем уравнение A1B1=12y + 5x – 113,5 = 0



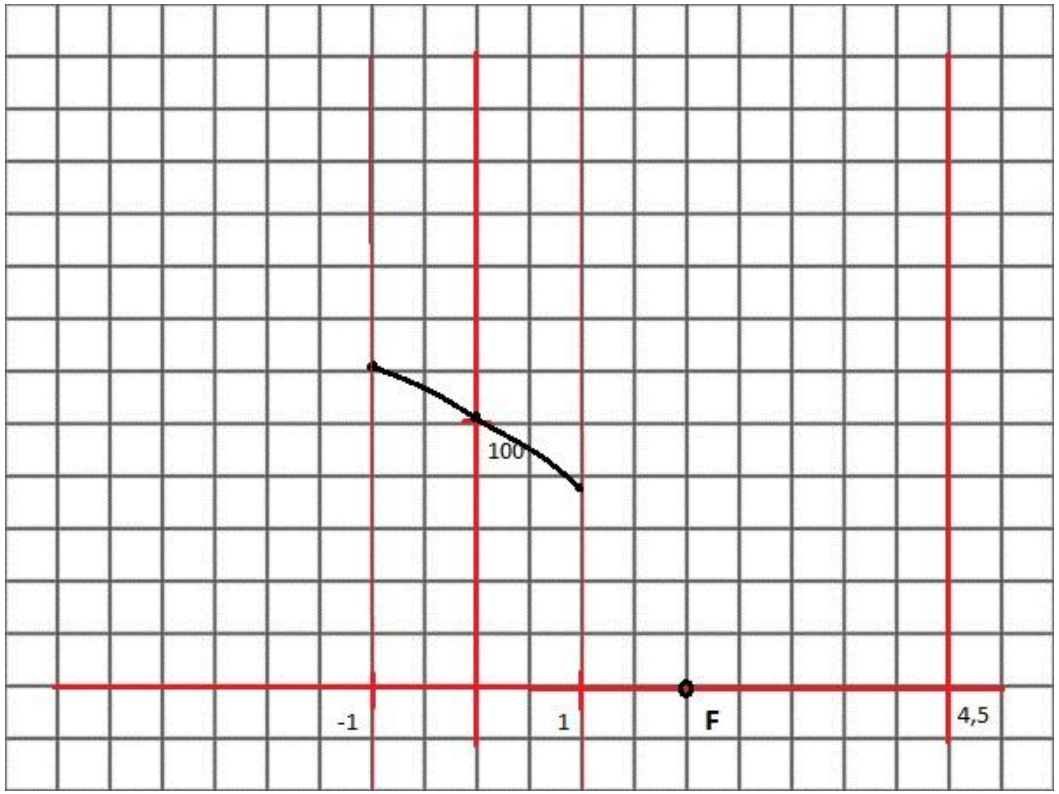
7) Так как прямая AB перпендикулярна прямой CD, то искомая точка M, расположенная симметрично точке A относительно прямой CD, лежит на прямой AB. Кроме того, точка D является серединой отрезка AM.

D(4,75;4,2)

$4{,}75=\frac{-2+xM}{2}$; $xM = 11{,}5$;

$4{,}2=\frac{7+yM}{2}$; yM=1,4.

M(11,5; 1,4)



Задание №2.

Составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до точки F (2; 0) и до прямой x = 4,5 равно 23.

Построить линию уравнения.

Решение:

Возьмем произвольную точку P (x;y), удовлетворяющую условию задачи. На прямой x=4,5 возьмем точку N (4,5; y).

Длина вектора PN равна расстоянию от точки P до прямой x=4,5 , а длина вектора PF равна расстоянию от точки P до точки F:

|PN| =|4,5-x|; |PF|=$\sqrt{(2-x)^2+y^2}$

$$\frac{PN}{PF}=23$$

$$\frac{\sqrt{(2-x)^2+y^2}}{|4,5-x|}=23$$

$$528x^2+y^2+4757x-10708,25=0$$

Функция будет существовать только в промежутке Xє [-1;1]

Материал по заданию№ 6. http://math.semestr.ru/line/examples.php

Тут даны все темы, которые изучаются в ВУЗе по мат. анализу, всё разобрано с примерами http://mathprofi.ru/index.html