

## **Билет 5**

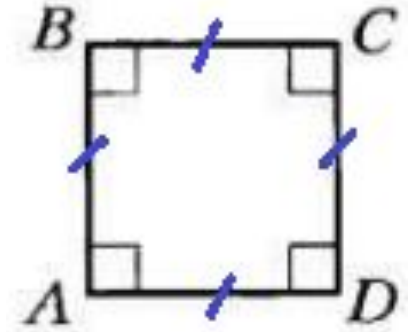
1. Квадрат. Свойства и признаки
2. Виды треугольников. Формулы площадей треугольников. Определение средней линии, теорема о средней линии треугольника (с доказательством)
3. Задача

## Вопрос 1

### Квадрат. Свойства и признаки

#### Определение

**Квадратом называют прямоугольник, у которого все стороны равны.**

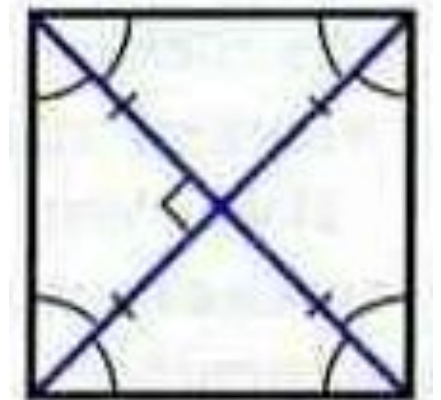


Из определения следует, что квадрат является частным случаем и прямоугольника и ромба, следовательно он обладает всеми свойствами и прямоугольника и ромба:

#### ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

##### КВАДРАТА:

- все углы квадрата прямые
- диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам
- диагонали квадрата равны
- диагонали квадрата перпендикулярны
- диагонали квадрата являются биссектрисами его углов

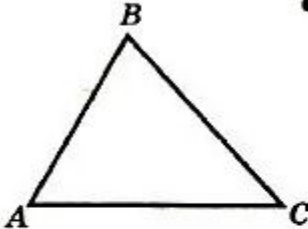
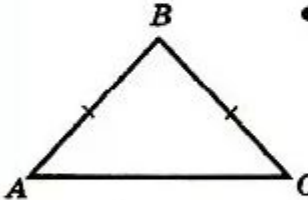
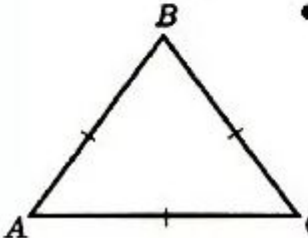
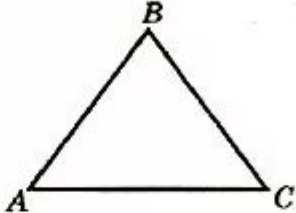
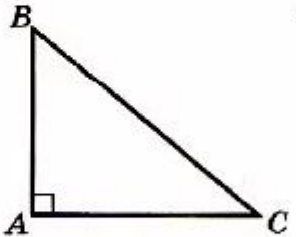
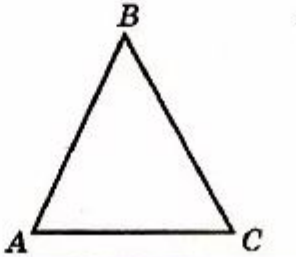


## ПРИЗНАКИ КВАДРАТА:

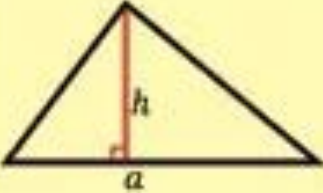
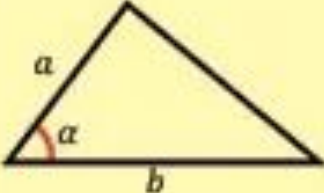
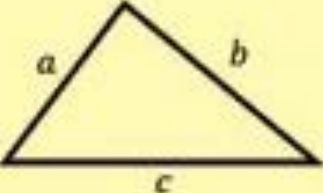
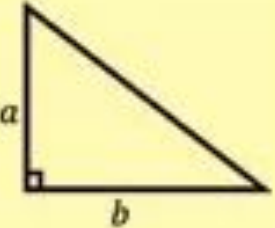
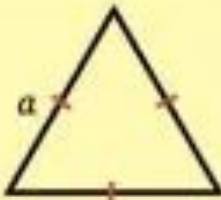
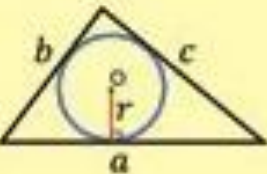

- если в ромбе диагонали равны, то этот ромб квадрат
- если в ромбе угол прямой, то этот ромб квадрат
- если в прямоугольнике диагонали являются биссектрисами его углов, то этот прямоугольник квадрат
- если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то этот прямоугольник квадрат

## Вопрос 2

Виды треугольников. Формулы площадей треугольников. Определение средней линии треугольника, теорема о ср

Виды треугольников	
	<p><b>По сторонам</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Разносторонний</b> — длины сторон разные. <math>AB \neq BC \neq AC</math>.</li></ul>
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Равнобедренный</b> — две стороны равны. <math>AB = BC</math>.</li></ul>
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Равносторонний</b> — все стороны равны. <math>AB = BC = AC</math>.</li></ul>
	<p><b>По углам</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Тупоугольный</b> треугольник имеет тупой угол. <math>90^\circ &lt; \angle B &lt; 180^\circ</math>.</li></ul>
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Прямоугольный</b> треугольник имеет прямой угол. <math>\angle A = 90^\circ</math>.</li></ul>
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Остроугольный</b> — треугольник, у которого все углы острые.</li></ul>

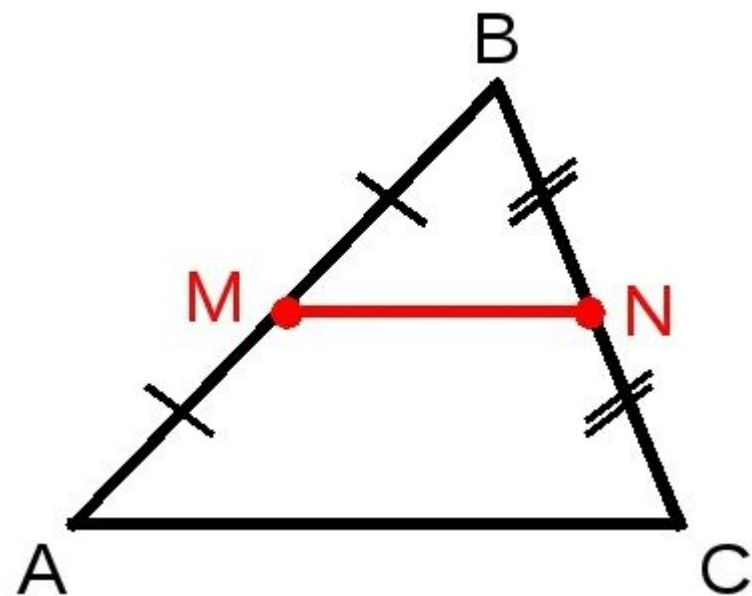
## ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

			
$S = \frac{1}{2}ah$	$S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$	<p>Формула Герона</p> $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ <p>где <math>p = \frac{a+b+c}{2}</math></p>	
			
<p>Прямоугольный треугольник</p> $S = \frac{1}{2}ab$	<p>Треугольник правильный</p> $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$S = pr,$ <p>где <math>p = \frac{a+b+c}{2}</math></p>	$S = \frac{abc}{4R}$

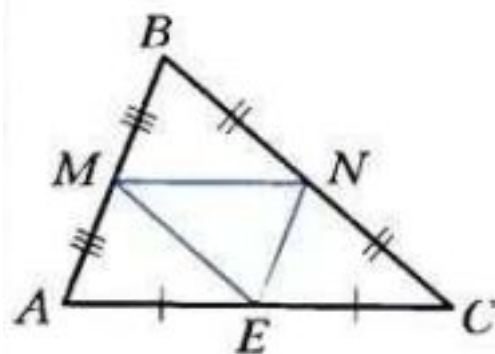
## Определение

Средней линией треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

$$\left. \begin{array}{l} AM = MB \\ CN = NB \end{array} \right\} \Rightarrow MN - \text{средняя линия}$$



$MN$ ,  $NE$ ,  $EM$  – средние линии треугольника  $ABC$ .



## Теорема (о средней линии треугольника)

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух его сторон, параллельна третьей стороне и равна её половине.

Дано:

$\triangle ABC$

$MN$  – средняя линия

Доказать:

$MN \parallel AC$

$MN = \frac{1}{2} AC$

Доказательство:

1. На прямой  $MN$  отметим точку  $E$  так, что  $MN = NE$  (см. рис. 57). Соединим точки  $E$  и  $C$ .

2. Рассмотрим  $\triangle MBN$  и  $\triangle ECN$ : 1)  $BN = NC$  (так как  $N$  середина  $BC$ )

2)  $\angle 1 = \angle 2$  (как вертикальные)

3)  $MN = NE$  (по построению)

$\Rightarrow \triangle MBN = \triangle ECN$   
(по двум сторонам и углу между ними)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow MB = EC$  и  $\angle 3 = \angle 4$

3.  $AM = MB$  (так как  $M$  – середина  $AB$ )  
 $MB = EC$  (по доказ. п.2)  $\Rightarrow EC = AM$

4.  $\angle 3 = \angle 4$  (по доказ. п.2), а они накрест лежащие при прямых  $AB$  и  $EC$  и секущей  $BC \Rightarrow AB \parallel EC \Rightarrow$

$\Rightarrow$  в четырёхугольнике  $AMEC$ :  $EC = AM$  и  $EC \parallel AM \Rightarrow AMEC$  – параллелограмм  $\Rightarrow ME \parallel AC$ , т. е.  $MN \parallel AC$ .

5.  $MN = \frac{1}{2} ME$  (по построению)  
 $ME = AC$  (св-во параллелограмма)  $\Rightarrow MN = \frac{1}{2} AC$ .  $\blacktriangleleft$

