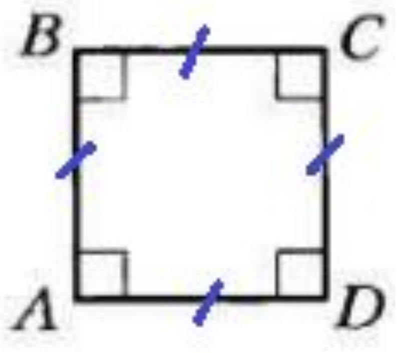
Билет 5

1. Квадрат. Свойства и признаки
2. Виды треугольников. Формулы площадей треугольников. Определение средней линии, теорема о средней линии треугольника (с доказательством)
3. Задача

Вопрос 1
Квадрат. Свойства и признаки

Определение

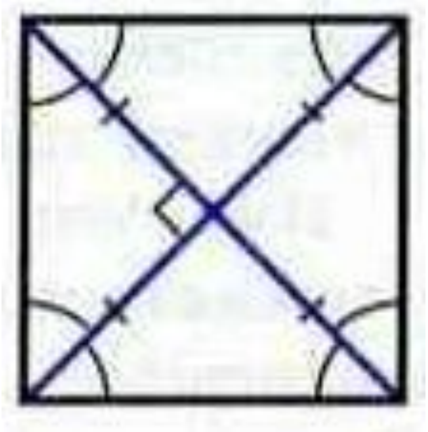
Квадратом называют прямоугольник, у которого все стороны равны.



Из определения следует, что квадрат является частным случаем и прямоугольника и ромба, следовательно он обладает всеми свойствами и прямоугольника и ромба:

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА КВАДРАТА:

- все углы квадрата прямые
- диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам
- диагонали квадрата равны
- диагонали квадрата перпендикулярны
- диагонали квадрата являются биссектрисами его углов



ПРИЗНАКИ КВАДРАТА:

- если в ромбе диагонали равны, то этот ромб квадрат
- если в ромбе угол прямой, то этот ромб квадрат
- если в прямоугольнике диагонали являются биссектрисами его углов, то этот прямоугольник квадрат
- если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то этот прямоугольник квадрат

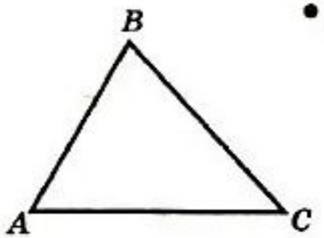
Вопрос 2

Виды треугольников. Формулы площадей треугольников. Определение средней линии треугольника,

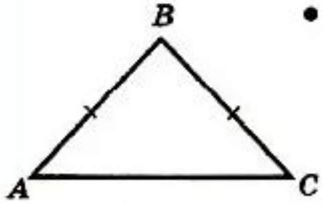
теорема о ср

Виды треугольников

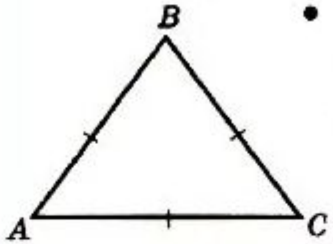
По сторонам



- **Разносторонний** — длины сторон разные. $AB \neq BC \neq AC$.

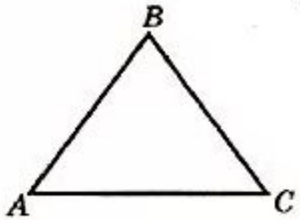


- **Равнобедренный** — две стороны равны. $AB = BC$.

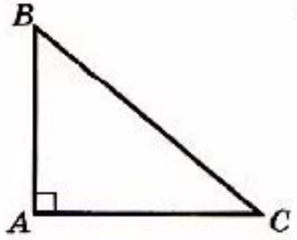


- **Равносторонний** — все стороны равны. $AB = BC = AC$.

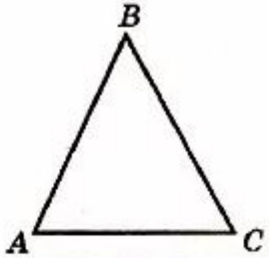
По углам



- **Тупоугольный** треугольник имеет тупой угол. $90° < \angle B < 180°$.

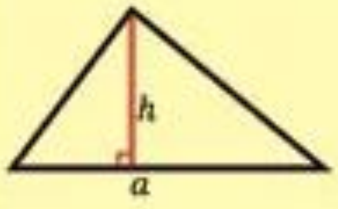
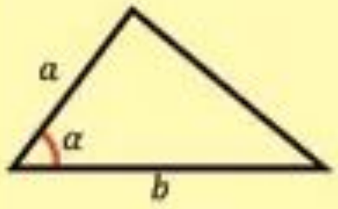
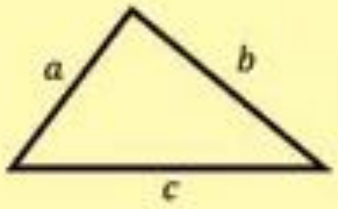


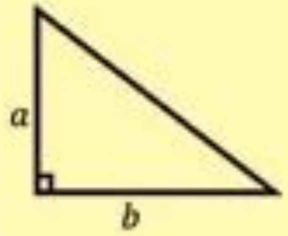
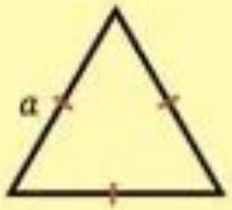
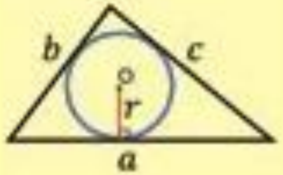
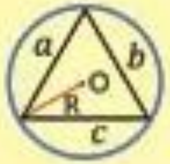
- **Прямоугольный** треугольник имеет прямой угол. $\angle A = 90°$.



- **Остроугольный** – треугольник, у которого все углы острые.

ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

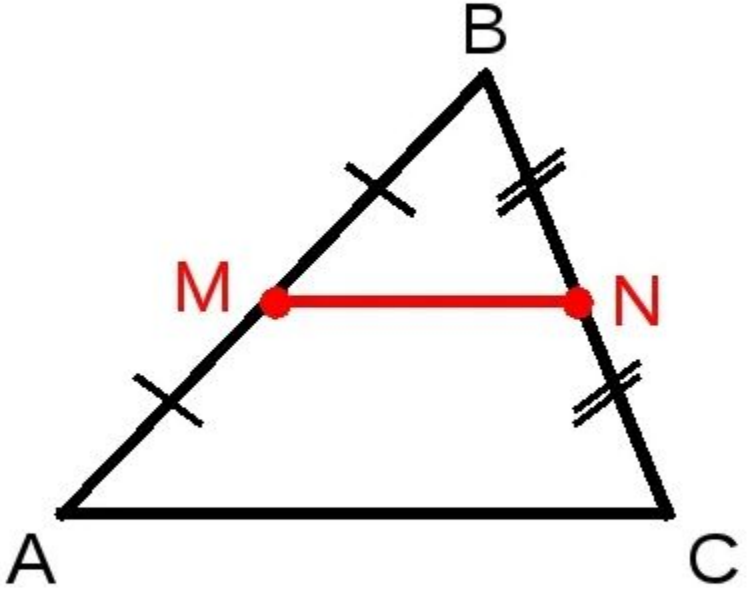
		
$S=\frac{1}{2}ah$	$S=\frac{1}{2}ab\sin\alpha$	Формула Герона $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$

			
Прямоугольный треугольник $S=\frac{1}{2}ab$	Треугольник правильный $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$S=pr$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$	$S=\frac{abc}{4R}$

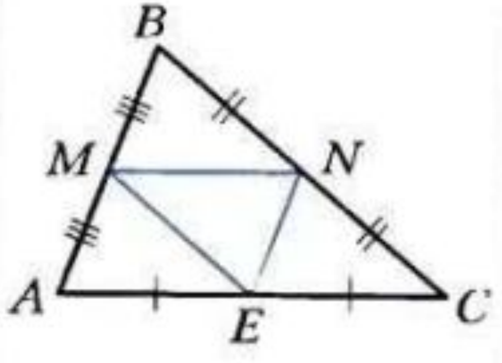
Определение

Средней линией треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

$$\left.\begin{array}{l} AM = MB \\ CN = NB \end{array}\right\} \Longrightarrow MN \text{ – средняя линия}$$



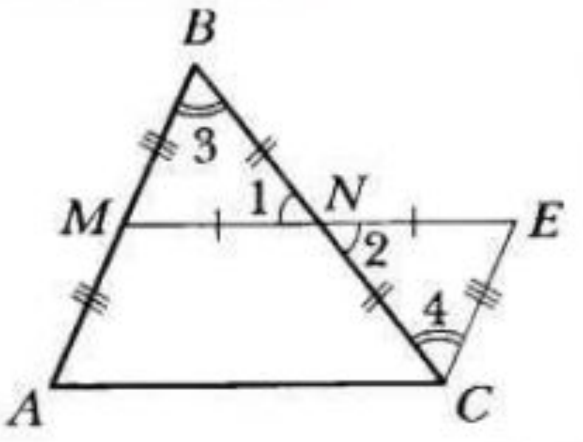
MN, *NE*, *EM* – средние линии треугольника *ABC*.



Теорема **(о средней линии треугольника)**

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух его сторон, параллельна третьей стороне и равна её половине.

Рис. 57



Дано:

$\triangle ABC$

MN – средняя линия

Доказать:

$MN \parallel AC$

$MN = \frac{1}{2} AC$

Доказательство:

1. На прямой MN отметим точку E так, что $MN = NE$ (см. рис. 57). Соединим точки E и C.
2. Рассмотрим $\triangle MBN$ и $\triangle ECN$:
   1) $BN = NC$ (так как N середина BC)
   2) $\angle 1 = \angle 2$ (как вертикальные)
   3) $MN = NE$ (по построению)

   $\Rightarrow \triangle MBN = \triangle ECN$ (по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

   $\Rightarrow MB = EC$ и $\angle 3 = \angle 4$
3. $AM = MB$ (так как M - середина AB)
   $MB = EC$ (по доказ. п.2)
   $\Rightarrow EC = AM$
4. $\angle 3 = \angle 4$ (по доказ. п.2), а они накрест лежащие при прямых AB и EC и секущей BC $\Rightarrow AB \parallel EC \Rightarrow$

   $\Rightarrow$ в четырёхугольнике $AMEC$: $EC = AM$ и $EC \parallel AM \Rightarrow AMEC$ - параллелограмм $\Rightarrow ME \parallel AC$, т. е. $MN \parallel AC$.
5. $MN = \frac{1}{2} ME$ (по построению)
   $ME = AC$ (св-во параллелограмма)
   $\Rightarrow MN = \frac{1}{2} AC$. ◄