

# Тема № 2

## Основные законы теории электромагнитного поля

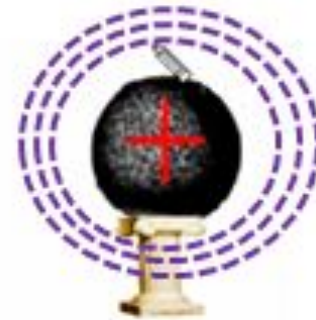
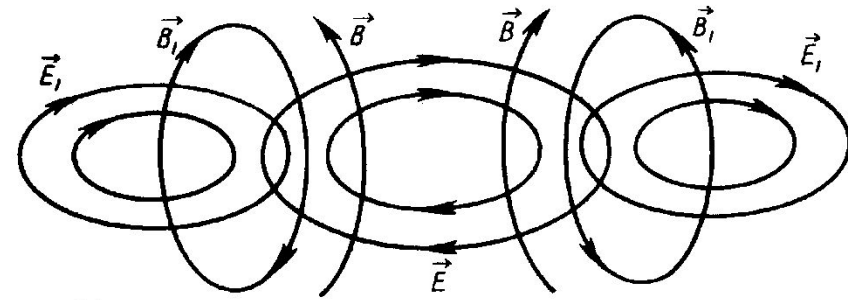
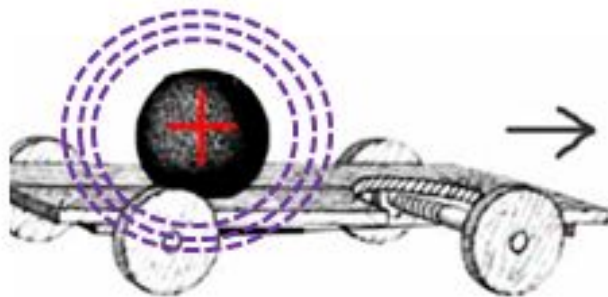
### Лекции № 2.

1. Электрические заряды.
2. Электрические токи.
3. Собственные векторы электрического поля и электромагнитные параметры среды.

**Электромагнитное поле** это совокупность неразрывно связанных друг с другом изменяющихся электрического и магнитного полей

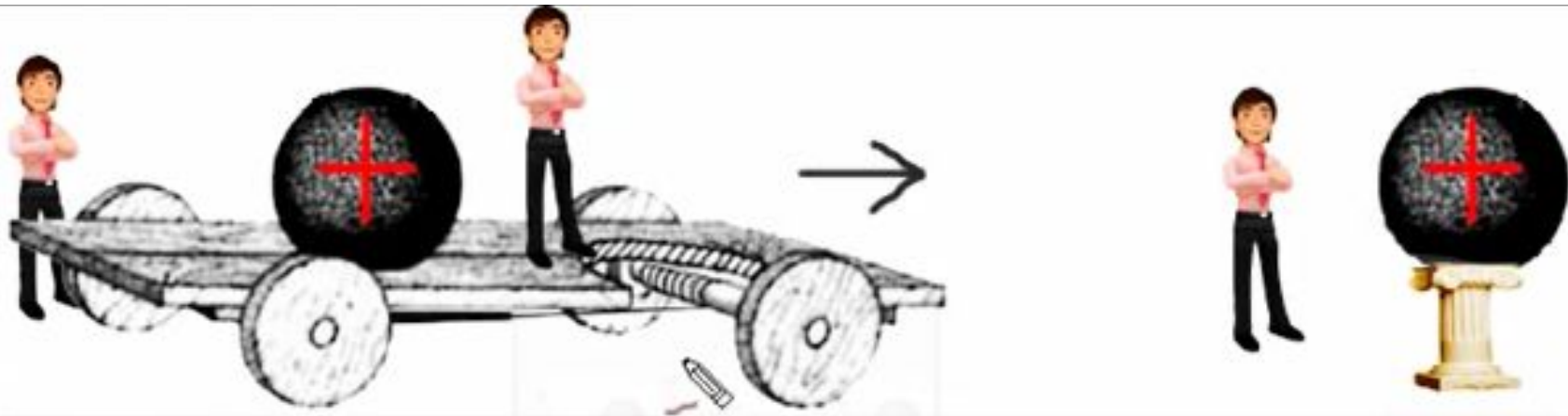
В разных случаях электромагнитное поле проявляет себя по-разному:

Если оно воздействует на неподвижные электрические заряды, то проявляется - **электрическое поле.**



Если электромагнитное поле воздействует на движущиеся заряды, то проявляются - **и электрическое, и магнитное поля.**

Если электромагнитное поле создано движущимися зарядами, то неподвижный наблюдатель обнаружит и электрическое, и магнитное поля, а наблюдатель, движущийся с зарядами, обнаружит только электрическое поле.



● **Электромагнитное поле** вместе с зарядами образует единую материальную систему, характеризующуюся следующими **физическими величинами**:

• **1. Электрические заряды  $Q$ .**

• **2. Электрические токи  $J$ .**

• **3. Векторы поля:**

- вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$ ;

- вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  ;

- вектор электрической индукции  $\vec{D}$ ;

- вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  .

# 1. Электрические заряды

Единица измерения –  
**Кулон (Кл)**  
Обозначается **Q**

это свойство тел, позволяющее им взаимодействовать с электромагнитными полями: создавать эти поля, будучи их *источниками*, и подвергаться (силовому) действию этих полей.

## Электрические заряды

### Отрицательными

Наименьшим элементарным электрическим зарядом является **электрон**. Его заряд отрицателен и имеет величину  $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл

### Положительными

протоны и позитроны

В макроскопической теории электромагнитного поля не рассматриваются отдельные электроны, а изучается их совокупность как непрерывное распределение заряженных частиц.

**Электрически заряженным телом или объемом  $V$  называется тело или объем, обладающий избытком отрицательных или положительных частиц.**

Реальные электрические заряды  $\Delta Q$  всегда занимают некоторый объем  $\Delta V$ , поэтому, строго говоря, заряды имеют объемное распределение.

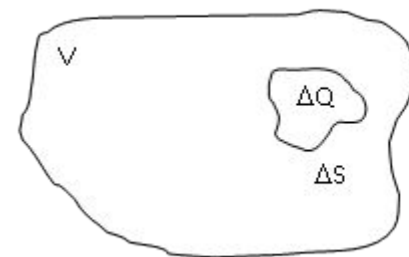
Однако практически мы часто встречаемся с распределением зарядов в очень тонком слое, например,

- ✓ на поверхности проводника  $\Delta S$  ;
- ✓ с зарядами, распределенными вдоль тонкой нити или линии  $\Delta l$ ;
- ✓ зарядами, сосредоточенными в очень малом объеме.

## Виды распределения зарядов:

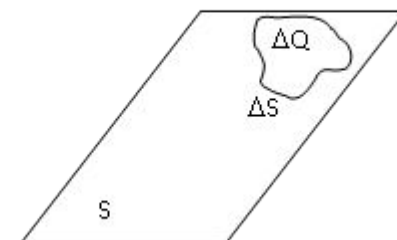
При **объемном распределении зарядов** считают, что заряды распределены в некотором объеме  $V$ .

Примером объемного распределения зарядов может служить пучок электронов в электронно-лучевой трубке, пространственный заряд в вакуумной лампе, ионосфера.



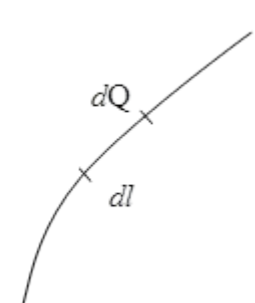
В случае **поверхностного распределения зарядов** идеализированно считают, что заряды сосредоточены в бесконечно тонком слое на поверхности  $S$ .

Примером такого распределения может служить распределение зарядов на поверхности проводника.



При **линейном распределении зарядов** считают, что заряды распределены вдоль бесконечно тонкой нити.

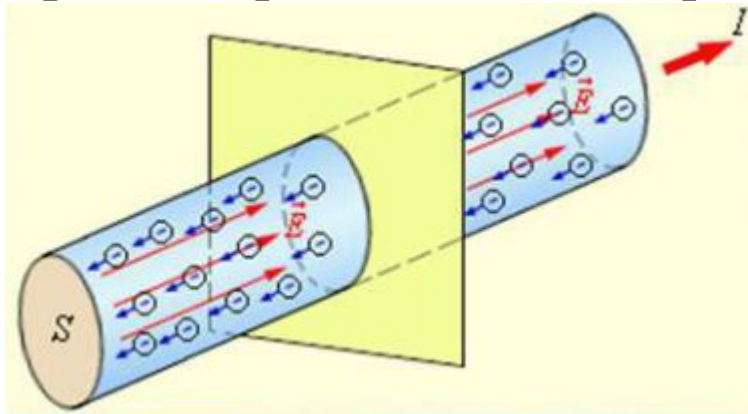
Примером такого распределения является тонкая заряженная нить.



## 2. Электрические токи

**Электрическим током** называются любые движущиеся заряды. В теории электрических цепей в качестве количественной характеристики электрического тока обычно используется понятие силы тока.

**Сила тока** — это количество электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за единицу времени:



$$J = \frac{Q}{t}, A.$$

Если ток меняется во времени, то в этом случае **сила тока** - это предел отношения количества электричества  $\Delta Q$ , протекшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени  $\Delta t$ , к этому промежутку при стремлении его к нулю:

$$J = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}, A.$$



Когда токи текут не по тонким проводам, приведенное определение силы тока становится недостаточным и используют понятия

**элемента электрического тока и плотности тока.**

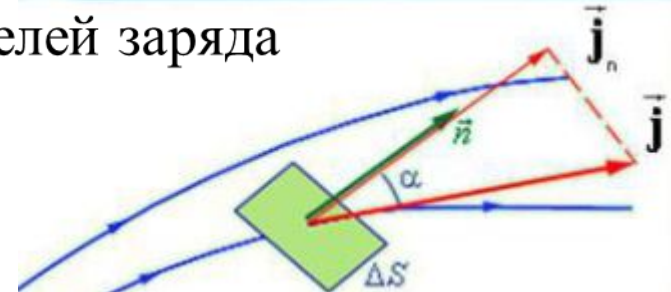


Произведение величины элемента заряда  $dQ$  на скорость его движения  $\vec{v}$  называется **элементом тока**

$$\vec{d}_j = dQ \cdot \vec{v}, \text{ А} \cdot \text{м}.$$

Векторы элементов тока позволяют охарактеризовать поле токов и по величине, и по направлению в каждой отдельной точке.

**Плотность тока  $\vec{j}$**  – это векторная величина. Модуль вектора плотности тока численно равен отношению силы тока к площади элементарной площадки, перпендикулярной направлению движения носителей заряда



Для характеристики распределения тока по объему и поверхности вводятся понятия объемной и поверхностной плотности тока. Линейный ток характеризуется линейной плотностью тока.

Виды распределения тока	Определение	Плотность тока	Размерность
Объемная плотность тока	это количество электричества, протекающее за единицу времени через некоторую поверхность S.	$\bar{\delta} = \frac{\bar{d}_j}{dV} = \rho \bar{v}$ (2.6)	$\frac{A}{m^2}$
Поверхностная плотность тока	если ток течёт в очень тонком поверхностном слое проводника, как это бывает на СВЧ, то идеализированно можно считать толщину этого слоя бесконечно малой.	$\bar{\delta}_S = \frac{\bar{d}_j}{dS} = \sigma \bar{v}$ (2.7)	$\frac{A}{m}$
Линейная плотность тока	имеет место в очень тонких проводниках, когда идеализированно можно считать, что ток течет по бесконечно тонкой нити	$\bar{i} = \frac{\bar{d}_j}{dl} = \tau \bar{v}$ (2.8)	A

### 3. Собственные векторы электрического поля и электромагнитные параметры среды.

Электрическое поле представляет собой особый вид материи, отличный от вещества и проявляющийся в виде механической силы, с которой поле действует на внесенный в него неподвижный электрический заряд.

Количественная характеристика электрического поля определяется законом Кулона (закон устанавливает силу взаимодействия между точечными зарядами, находящимися в однородной среде).

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_a r^2} dq_1 \vec{r}_0 dq_2, H,$$

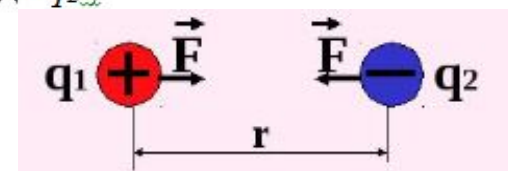
где  $d\vec{F}$  – сила, действующая со стороны заряда  $dq_1$  на заряд  $dq_2$ ;

$dq_1$  и  $dq_2$  – элементарные точечные заряды;

$\vec{r}_0$  – единичный вектор (радиус-вектор), направленный от первого заряда ко второму;

$r$  – расстояние между зарядами;

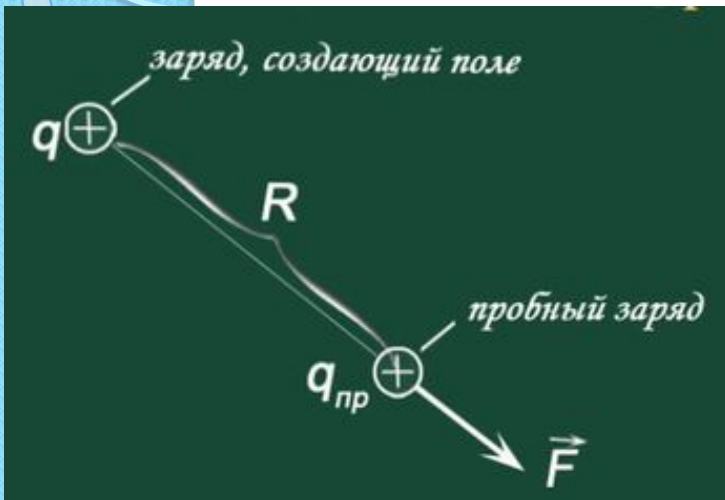
$\epsilon_a$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды.



Силовая характеристика электрического поля **напряженность** называют векторную физическую величину, равную силе, с которой действует это поле на единичный положительный точечный заряд.

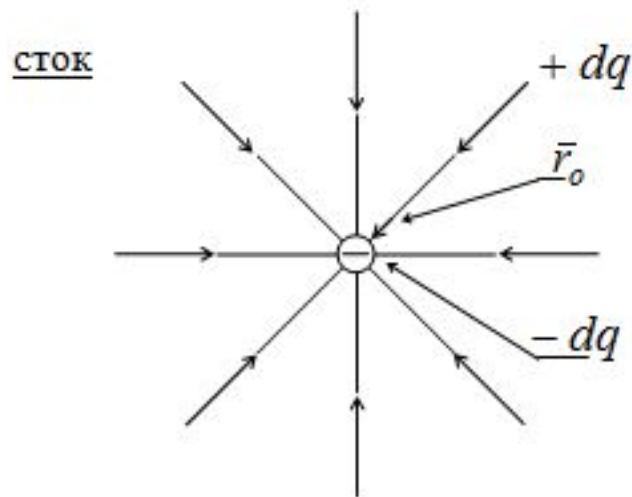
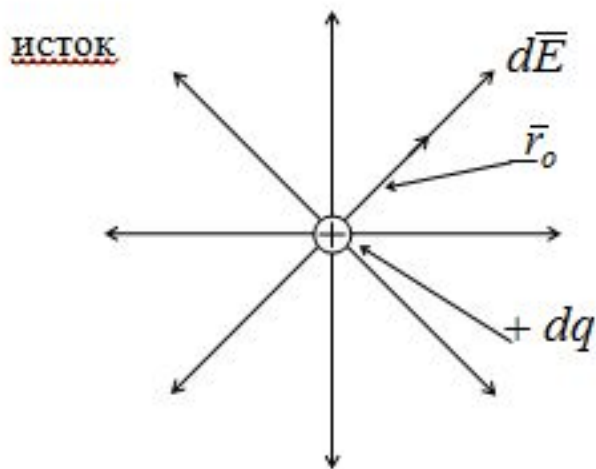
$$d\vec{E} = \frac{d\vec{F}}{dq_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_a r^2} dq_2 \vec{r}_0, \quad \frac{B}{M}$$

Из формулы для напряженности поля элементарного заряда видно, что в каждой точке пространства вектор  $\vec{E}$  поля элементарного заряда направлен вдоль радиуса, проведенного в данную точку от заряда, а по величине он обратно пропорционален квадрату расстояния

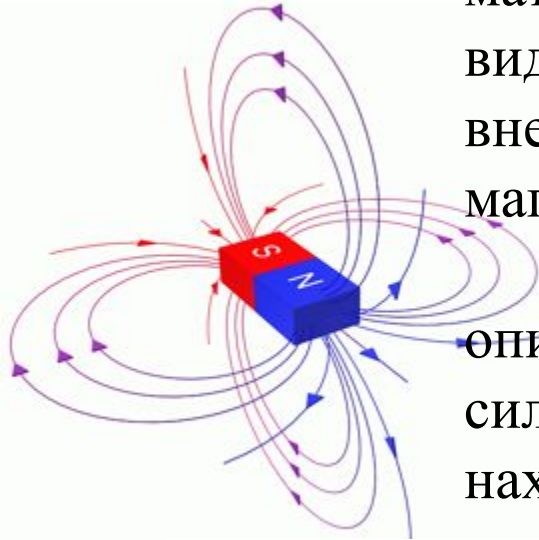


Для графического изображения поля используют силовые линии, касательные в каждой точке к вектору.

Густота силовых линий пропорциональна величине напряженности поля. Силовые линии электрического поля начинаются на заряде, который является источником силовых линий. Эти линии претерпевают разрыв в тех точках, где есть заряды. Линии расходятся от положительного заряда (исток) и сходятся к отрицательному (сток).



**Магнитное поле** - представляет собой особый вид материи, отличный от вещества и проявляющийся в виде механической силы, с которой поле действует на внесённый в него электрический ток или постоянный магнит.



Количественная характеристика магнитного поля описывается **законом Ампера**. Этот закон определяет силу взаимодействия между элементами тока, находящимися в однородной среде,

$$d\vec{F} = -\frac{\mu_a}{4\pi r^2} \left[ [\vec{d}_{j1} \cdot \vec{r}_0] \vec{d}_{j2} \right], H,$$

где  $d\vec{F}$  - сила, действующая со стороны элемента тока  $\vec{d}_{j1}$  на элемент тока  $\vec{d}_{j2}$ ;

$\mu_a = \mu_0 \mu$  - абсолютная магнитная проницаемость среды;

$\mu_0$  - абсолютная магнитная проницаемость вакуума.

Выделим из закона Ампера множитель, определяющий поле, создаваемое первым элементом тока, и зависящий от величины элемента тока, расстояния и среды:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_a}{4\pi r^2} [\vec{d}_{j1} \cdot \vec{r}_0]$$

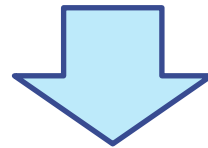
Полученное выражение носит название формулы Био-Савара

Вектор  $\vec{B}$  называется вектором магнитной индукции. В нашем случае мы пишем  $d\vec{B}$ , так как поле создано элементом тока. Это поле действует на второй элемент тока с силой

$$d\vec{F} = -[d\vec{B} \cdot \vec{d}_{j2}]$$

$$d\vec{B} = \frac{d\vec{F}}{d_{j2}} = \frac{\mu_a}{4\pi r^2} [\vec{d}_j \cdot \vec{r}_0], \quad \frac{B\sigma}{\text{м}^2}$$

Для определения полей, созданных системой произвольно распределенных зарядов или токов, используется **принцип наложения (суперпозиции)**.



Согласно этому принципу поле системы элементарных зарядов или токов равно векторной сумме элементарных полей каждого заряда или тока:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{dq}{\epsilon_a r^2} \vec{r}_0 \quad ;$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mu_a [\vec{d}_j \cdot \vec{r}_0]}{r^2} .$$

В этих формулах  $dq$  и  $\vec{d}_j$  – заряды или элементы тока, заключенные в элементарно малом объеме, поверхности или длине. Ввиду малости объема эти заряды можно считать точечными. Величины  $r$  и  $\vec{r}_0$  в процессе интегрирования являются переменными, а интегрирование выполняется по всему пространству, где есть заряды или токи, создающие поле. Принцип наложения применим только к векторам поля и непригоден для непосредственного определения энергии суммарного поля.



Напряженность электрического поля и индукция магнитного поля зависят от параметров среды  $\mu_a$  и  $\epsilon_a$ .

**$\epsilon_a$ -абсолютная диэлектрическая проницаемость среды**

$$\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$$

$\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,

$\epsilon$  — относительная, диэлектрическая проницаемость среды

$$\epsilon_0 = \frac{1}{120\pi c} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}, \quad \frac{\Phi}{M}$$

$$\epsilon = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_0}$$

Это безразмерный коэффициент, зависящий от среды и показывающий, во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме

Напряженность электрического поля и индукция магнитного поля зависят от параметров среды  $\mu_a$  и  $\epsilon_a$

**$\mu_a$ - абсолютная магнитная проницаемость среды**

$$\mu_a = \mu_0 \mu$$

$\mu_0$  абсолютная магнитная проницаемость вакуума  
 $\mu$  относительная магнитная проницаемость среды.

$$\mu_0 = \frac{120\pi}{c} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma}{M}$$

Относительная магнитная проницаемость среды определяется выражением.

$$\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}$$

Это безразмерный коэффициент, зависящий от среды. Он показывает, во сколько раз сила взаимодействия между токами в данной среде больше, чем в вакууме.

В среде под действием внешнего поля возникают заряды или токи, соответствующие определенной ориентации частиц. Эти заряды или токи называются связанными, потому что они не могут быть отделены от среды. Под **связанными** понимаются электрические заряды, входящие в состав вещества и удерживающиеся в определенных положениях внутримолекулярными силами. Такие заряды «связаны» с веществом, неотделимы от него. Эти заряды или токи создают собственное поле, которое складывается с внешним полем. Поэтому суммарное поле в среде отличается от поля в вакууме.

Для анализа и расчетов удобно ввести такие векторы поля, которые бы не зависели от параметров среды  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$ . С этой целью вводятся :

- 1) вектор индукции электрического поля

$$\bar{D} = \epsilon_a \bar{E};$$

- 2) вектор напряженности магнитного поля

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_a} .$$

Векторы  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$  не зависят от свойств среды и определяются только свободными зарядами и токами.

**Свободными** называют заряды, которые под воздействием сил поля могут свободно перемещаться в веществе, их перемещение не ограничивается внутримолекулярными силами.

Обычно вещество само по себе не создает наблюдаемого поля (одно из хорошо известных исключений – постоянные магниты). Это объясняется уравновешенностью внутренних процессов в веществе на макроскопическом уровне. В частности, нейтрализованы положительные и отрицательные заряды. Однако под действием внешнего (постороннего) поля на эти заряды взаимная компенсация их полей в той или иной степени нарушается. Можно утверждать, что во внешнем электрическом поле происходит некоторая деформация, а также переориентация атомов и молекул, заряды которых продолжают оставаться связанными в прежней структуре вещества. В результате отклонений зарядов, однако, появляется нескомпенсированное внутреннее поле, которое, налагаясь на внешнее, заметно изменяет его. Это называется **поляризацией среды**. Аналогичный процесс, связанный с магнитным полем, называется **намагничиванием**.

Пусть некоторое электромагнитное поле в вакууме характеризуется напряженностями  $\vec{H}, \vec{E}$ . При этом

$$\vec{D}_{\text{вак}} = \epsilon_0 \vec{E},$$

$$\vec{B}_{\text{вак}} = \mu_0 \vec{H}.$$

Здесь добавлены нижние индексы, чтобы подчеркнуть, что имеются в виду индукции в вакууме.

Если то же поле  $\vec{H}, \vec{E}$  существует в некоторой среде, то индукции будут иными:

$$\vec{D} = \vec{D}_{\text{вак}} + \vec{P},$$

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{вак}} + \vec{M}.$$

Приращения  $\vec{P}$  и  $\vec{M}$  будем называть **поляризованностью** (электрической поляризацией) и соответственно **намагниченностью** (магнитной поляризацией).

Процессы поляризации и намагничивания среды выступают как независимые, т.е. первый связан только с электрическим полем, а второй с магнитным:

$$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E});$$

$$\vec{M} = \vec{M}(\vec{H}).$$

$$\bar{P} = \varepsilon_0 k_{\varepsilon} \bar{E} ;$$

$$\bar{M} = \mu_0 k_M \bar{H} ,$$

где безразмерные коэффициенты  $k_{\varepsilon}$   $k_M$  – это так называемые **электрическая и магнитная восприимчивости среды.**

Они выражают «меру отклика» среды на прилагаемое внешнее поле. Восприимчивости связаны простыми соотношениями с относительными проницаемостями:

$$\varepsilon = 1 + k_{\varepsilon} ;$$

$$\mu = 1 + k_M .$$

В зависимости от величины  $k_M$  среды различают следующим образом:

1. Вакуум. Намагниченность отсутствует,  $M = 0$  и, следовательно,  $k_M = 0$  и  $\mu = 1$ .
2. Диамагнитные вещества,  $k_M < 0$ ,  $\mu < 1$ . Эти вещества под воздействием внешнего магнитного поля намагничиваются в направлении, обратном этому полю. Его молекулы приобретают магнитные свойства только под влиянием внешнего магнитного поля. К таким веществам относятся: водород, ртуть, висмут, вода, медь, серебро, углерод. Диамагнитный эффект мал, наиболее сильно он выражен у висмута, для которого  $\mu = 0,99983$ .
3. Парамагнитные вещества,  $k_M > 0$  и  $\mu > 1$ . Эти вещества под воздействием внешнего магнитного поля намагничиваются в направлении поля. Молекулы парамагнитного вещества обладают магнитными моментами и под влиянием внешнего поля ориентируются определенным образом. К парамагнитным веществам относятся: алюминий, платина, кислород.
4. Ферромагнитные вещества. Эти вещества входят в группу парамагнитных, но характерны большой магнитной проницаемостью и нелинейной зависимостью  $\bar{B}$  от  $\bar{H}$ . Свойства ферромагнитных веществ объясняются наличием между соседними атомами кроме магнитных сил взаимодействия еще и немагнитных (обменных) сил, которые значительно больше, чем магнитные. Обменные силы зависят от направления магнитных моментов атомов. К ферромагнитным веществам относятся: железо, кобальт, никель и их сплавы.

Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды, называются **сторонними силами**. Эти силы могут быть самого разнообразного происхождения:

- механического (перенос заряда рукой);
- химического (в аккумуляторах и гальванических элементах);
- теплового (в термопарах);
- за счет ядерных сил (при радиоактивном распаде);
- электромагнитного;
- внешние электрические поля, не созданные данной системой зарядов.

Электрическое поле сторонних сил называют **сторонним электрическим полем**.

**Напряженность поля сторонних сил** определяется следующим соотношением, аналогичным соотношению

$$\overline{E}_{cm} = \frac{d\overline{F}_{cm}}{dq} \quad \text{где } \overline{F}_{cm} \text{ — сторонняя сила; } dq \text{ — элементарный заряд.}$$



В тех точках среды, где имеются сторонние поля, напряженность суммарного поля определяется суммой поля распределенных зарядов и стороннего поля. В этом случае плотность тока определяется соотношением

$$\bar{\delta} = \gamma(\bar{E} + \bar{E}_{cm}) = \gamma\bar{E} + \gamma\bar{E}_{cm} = \bar{\delta}_{\gamma} + \bar{\delta}_{cm}$$

Полученные три уравнения, учитывающие параметры среды:

- вектор напряженности электрического поля  $\bar{E}$ ;
- вектор напряженности магнитного поля  $\bar{H}$  ;
- вектор электрической индукции  $\bar{D}$ ;
- вектор магнитной индукции  $\bar{B}$  .

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H} ;$$

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E} ;$$

$$\bar{\delta} = \gamma(\bar{E} + \bar{E}_{cm}) ,$$

называются материальными уравнениями.

Материальные уравнения необходимы для того чтобы при заданном распределении зарядов и токов уравнения допускали единственное решение для векторов поля, к этим уравнениям необходимо добавить соотношения, описывающие поведение веществ под влиянием поля. 25

Вид среды	Характеристика среды	Примечание
1. Линейная	Среда, параметры которой $\varepsilon_a, \mu_a, \gamma$ не зависят от векторов поля. В этой среде уравнения (2.15) являются линейными.	Линейная зависимость практически имеет место в случае слабых полей.
2. Нелинейная	Среда, параметры которой зависят от величины напряженности поля, т.е. $\varepsilon_a = \varepsilon_a(\bar{E}), \mu_a = \mu_a(\bar{H}), \gamma = \gamma(\bar{E})$ .	Чаще всего нелинейность сред проявляется при сильных полях.
3. Однородная	Среда, параметры которой не зависят от координат.	
4. Неоднородная	Среда, параметры которой меняются от точки к точке и могут быть представлены как функции пространственных координат.	$\varepsilon_a = \varepsilon_a(x, y, z),$ $\mu_a = \mu_a(x, y, z),$ $\gamma = \gamma(x, y, z)$
5. Кусочно-однородная	Среда, состоящая из нескольких однородных областей, параметры которых отличаются друг от друга и на границе раздела меняются скачками.	
6. Изотропная	Среда, свойства которой одинаковы для полей с любым направлением векторов поля.	Связаны между собой только одноименные проекции участвующих векторов. Например, если $\bar{B} = \mu_a \bar{H}$ , то $B_x = \mu_a H_x; B_y = \mu_a H_y;$ $B_z = \mu_a H_z.$
7. Анизотропная	Среда, проявляющая разные свойства в зависимости от направления векторов поля.	Каждая проекция одного вектора зависит от всех трех проекций другого вектора. * <sub>1</sub>

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !!!**

