Проверка домашней работы

Следующие пределы вычислите самостоятельно:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+5x-6}{2x^2+3x-5}$

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-11x-3}{x-3}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^3-2x^2}{6x^3-4x^2}$

4. $\lim\limits_{t\to -3}\dfrac{t^2+6t+9}{t^2+t-6}$

5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-4x-21}{3x^2+8x-3}$

6. $\lim\limits_{a\to -2}\dfrac{5a^2+9a-2}{3a^2+5a-2}$

7. $\lim\limits_{x\to 0,5}\dfrac{2x^2-7x-4}{6x^2+7x+2}$

8. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-25}$

Проверка домашней работы

Ответы

1. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+5x-6}{2x^2+3x-5}=\lim\limits_{x\to1}\frac{x(x+6)-(x+6)}{x(2x+5)-(2x+5)}=$
$=\lim\limits_{x\to1}\frac{(x+6)\cancel{(x-1)}}{(2x+5)\cancel{(x-1)}}=\lim\limits_{x\to1}\frac{x+6}{2x+5}=\lim\limits_{x\to1}\frac{7}{7}=1$

2. $\lim\limits_{x\to3}\frac{4x^2-11x-3}{x-3}=\lim\limits_{x\to3}\frac{4x^2+x-12x-3}{x-3}=$
$=\lim\limits_{x\to3}\frac{x(4x+1)-3(4x+1)}{x-3}=\lim\limits_{x\to3}\frac{(4x+1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}}=$
$=\lim\limits_{x\to3}4x+1=4\cdot3+1=13$

3. $\lim\limits_{x\to0}\frac{2x^3-2x^2}{6x^3-4x^2}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\cancel{2x^2}(x-1)}{\cancel{2x^2}(3x-2)}=\frac{0-1}{3\cdot0-2}=\frac{1}{2}$

4. $\lim\limits_{t\to-3}\frac{t^2+6t+9}{t^2+t-6}=\lim\limits_{t\to-3}\frac{(t+3)^2}{t(t+3)-2(t+3)}=$
$=\lim\limits_{t\to-3}\frac{(t+3)^2}{\cancel{(t+3)}(t-2)}=\frac{-3+3}{-3-2}=0$

5. $\lim\limits_{x\to-3}\frac{x^2-4x-21}{3x^2+8x-3}=\lim\limits_{x\to-3}\frac{x^2+3x-7x-21}{3x^2+9x-x-3}=\lim\limits_{x\to-3}\frac{x(x+3)-7(x+3)}{3x(x+3)-(x+3)}=$
$=\lim\limits_{x\to-3}\frac{\cancel{(x+3)}(x-7)}{\cancel{(x+3)}(3x-1)}=\lim\limits_{x\to-3}\frac{x-7}{3x-1}=\frac{-3-7}{3(-3)-1}=1$

6. $\lim\limits_{a\to-2}\frac{5a^2+9a-2}{3a^2+5a-2}=\lim\limits_{a\to-2}\frac{5a^2+10a-a-2}{3a^2+6a-a-2}=$
$=\lim\limits_{a\to-2}\frac{5a(a+2)-(a+2)}{3a(a+2)-(a+2)}=\lim\limits_{a\to-2}\frac{\cancel{(a+2)}(5a-1)}{\cancel{(a+2)}(3a-1)}=$
$=\lim\limits_{a\to-2}\frac{5a-1}{3a-1}=\frac{5(-2)-1}{3(-2)-1}=\frac{11}{7}$

7. $\lim\limits_{x\to0,5}\frac{2x^2-7x-4}{6x^2+7x+2}=\frac{2(0,5)-3,5-4}{6(0,5)^2+3,5+2}=$
$=\frac{0,5-7,5}{1,5+5,5}=\frac{-7}{7}=-1$

8. $\lim\limits_{x\to5}\frac{x^2-8x+15}{x^2-25}=\lim\limits_{x\to5}\frac{x^2-3x-5x+15}{(x+5)(x-5)}=\lim\limits_{x\to5}\frac{x(x-3)-5(x-3)}{(x-5)(x+5)}=$
$=\lim\limits_{x\to5}\frac{(x-3)\cancel{(x-5)}}{(x+5)\cancel{(x-5)}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

Проверка домашней работы

Ответы

1. $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+4x+2}{5x^2+3x+1}=\infty$$

2. $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{x^2+3x+7}=0$$

3. $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+4x^2+7}{x^2+4x+3}=\infty$$

4. $$\lim_{x\to\infty}\frac{6x^3+3x^2+x+1}{2x^3+x+13}=\frac{6}{2}=3$$

V. Дополнительные свойства вычисления пределов для дробно - рациональных функций

1. Если старшая степень числителя и знаменателя совпадают, то предел при стремлении x к бесконечности будет равен отношению коэффициентов при старших степенях переменной.

1) $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^5-3x^3+1}{x^5+4x^2+2x}=2$$

2) Придумать свой пример

2. Если степень числителя меньше степени знаменателя, то при стремлении x к бесконечности равен нулю.

1) $$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^3+x^2+1}{2x^4-3x^2+5x+2}=0$$

2) Придумать свой пример

3. Если же старшая степень числителя выше степени знаменателя, то, очевидно, все слагаемые знаменателя в пределе будут равны нулю, это означает, что предел не существует.

1) $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^6-x^2+1}{x^4+2x^3+x}=\infty$$

2) Придумать свой пример

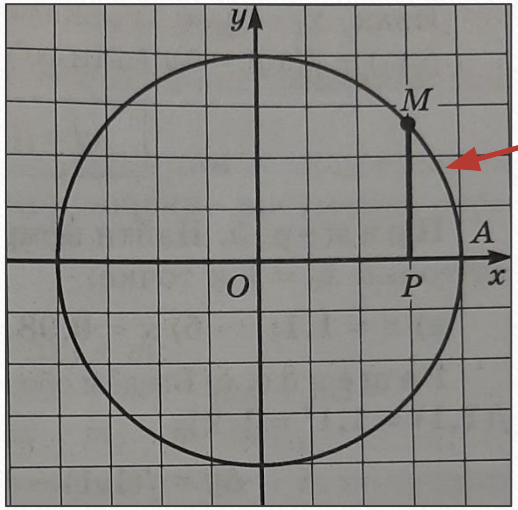
VI. Первый замечательный предел

$$\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t} = 1$$

M(t) – точка на окружности

t – длина дуги AM

sin t - длина MP (MP ⊥ OX)



t

При $t \to 0$ $M \to A$. Тогда $MP \to MA$, т.е. $\frac{MP}{MA} \to 1$.

Значит, $\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t} = 1$.

Например,

$$\frac{\sin 1}{1} \approx 0{,}84147; \quad \frac{\sin 0{,}1}{0{,}1} \approx 0{,}99833;$$

$$\frac{\sin 0{,}01}{0{,}01} \approx 0{,}99998.$$

Пример.

1) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{2\sin 2x}{2x} = 2\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x} = 2 * 1 = 2$$

t

t