Планиметрия

Треугольники и четырехугольники

Готовимся к ГИА

Будилова С.В., МОУ лицей № 2, г.Волгоград

Треугольники

Прямоугольный

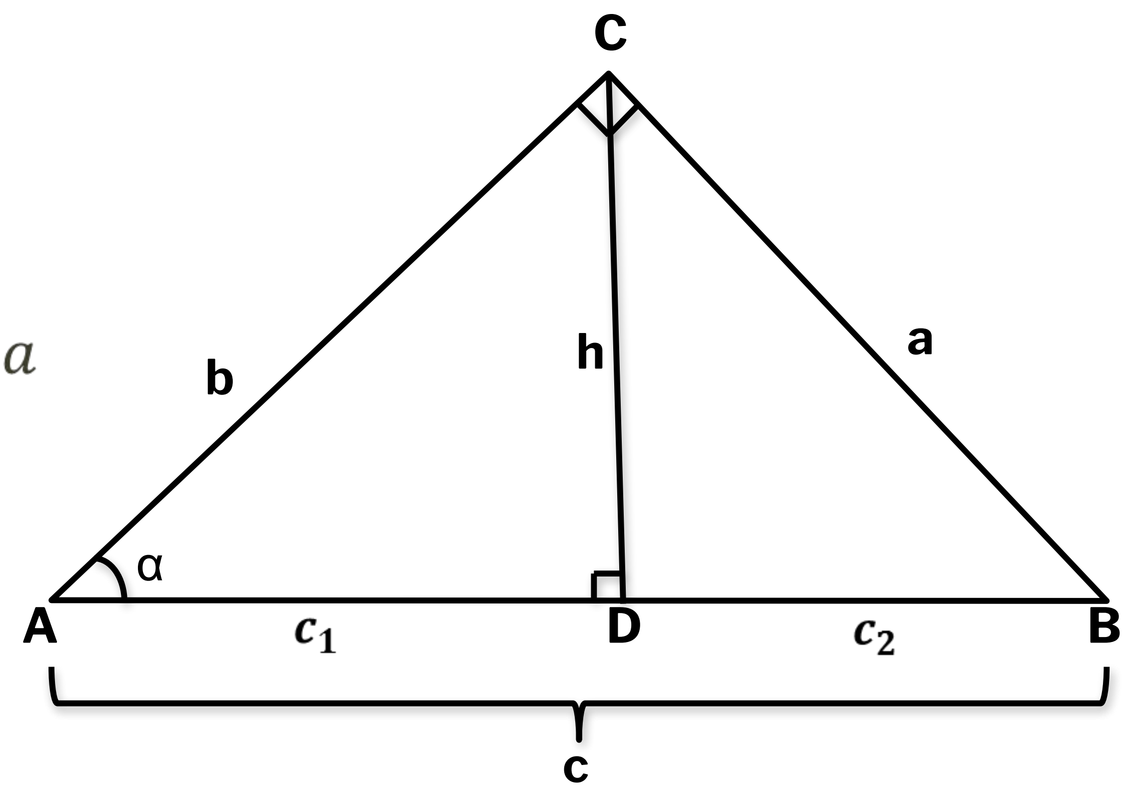
Равнобедренный

Треугольник общего вида

Равносторонний

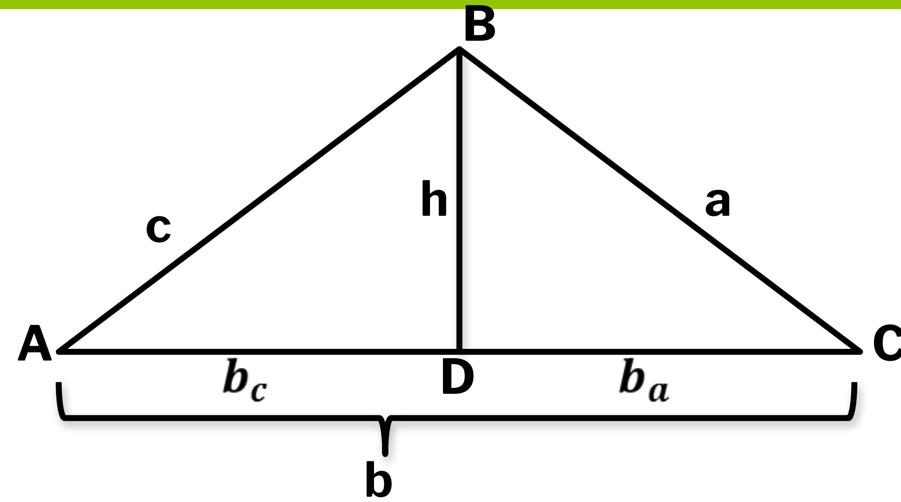
Прямоугольный треугольник

- $b^2 = c \cdot c_1$
- $a^2 = c \cdot c_2$
- $h^2 = c_1 \cdot c_2$
- $a^2 + b^2 = c^2$
- Если α=30°, то $c = 2a$
- $R = \frac{c}{2}$
- $r = \frac{a+b-c}{2}$, $r = \frac{S}{p}$
- $S = \frac{1}{2} c \cdot h$
- $S = \frac{1}{2} a \cdot b$

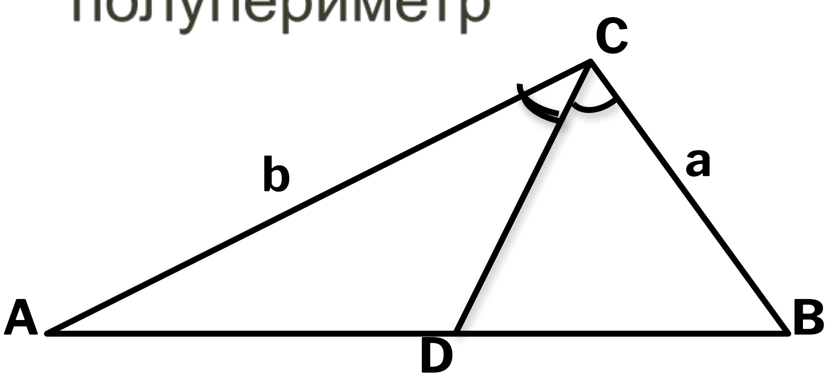


Треугольник общего вида

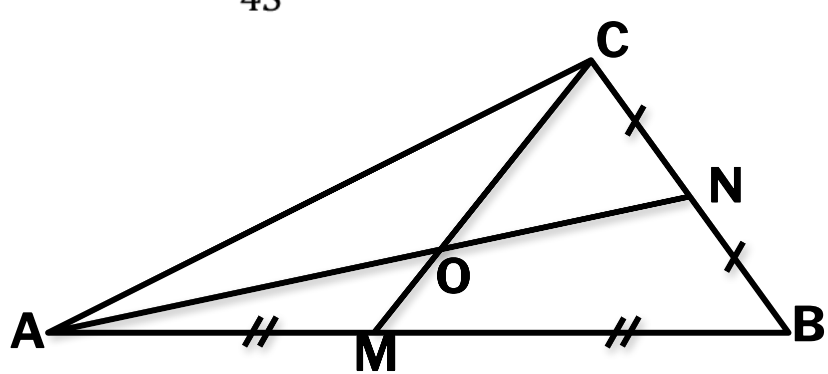
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2b \cdot b_a$
- $a^2 = c^2 + b^2 - 2b \cdot b_c$
- $S = \frac{1}{2} b \cdot h$
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
- $r = \frac{S}{p}$, где S – площадь, p - полупериметр



$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$, где S - площадь



CD – биссектриса, $\frac{AD}{DB} = \frac{b}{a}$



$OM = \frac{1}{3} CM$, $OC = \frac{2}{3} CM$

Треугольник общего вида

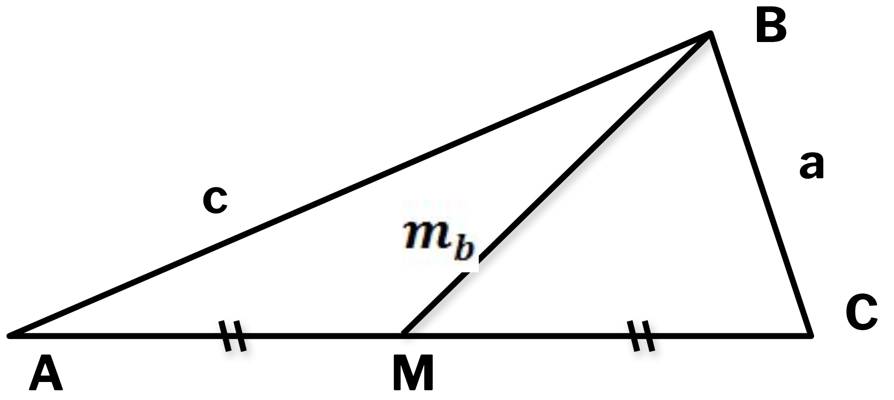
- **Теорема косинусов**

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \angle C$$

- **Теорема синусов**

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$$

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

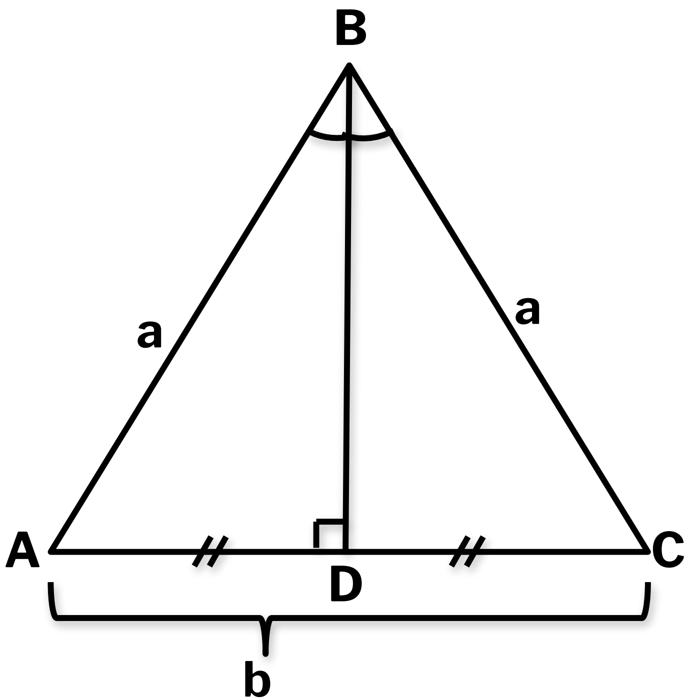


BM – медиана, $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$

Средняя линия треугольника – отрезок, соединяющий середины боковых сторон. Средняя линия треугольника параллельна основанию и равна его половине.

Любая медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника. Если проведены все три медианы, то они делят треугольник на 6 равновеликих треугольников

Равнобедренный треугольник

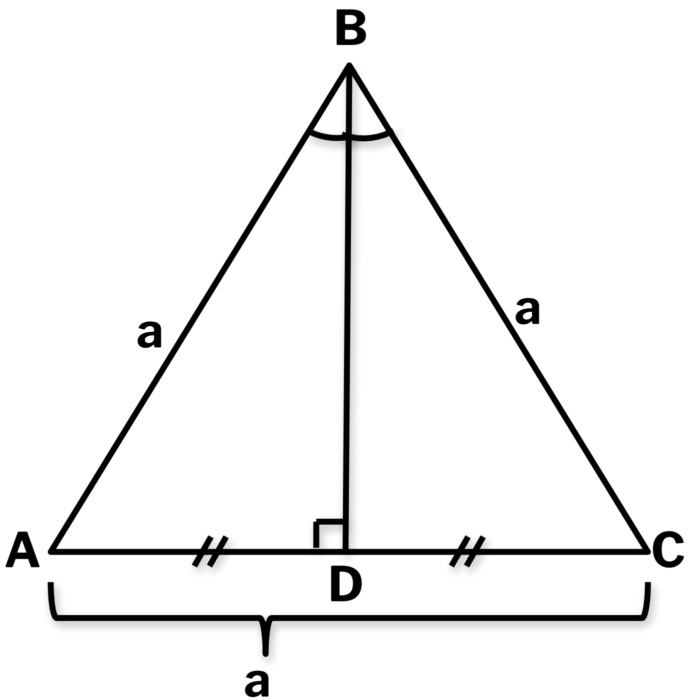


- BD – медиана, высота и биссектриса
- $\angle A = \angle C$

- **В прямоугольном равнобедренном треугольнике:**
  - **1) острые углы по 45^0**
- **2) если c – гипотенуза, a – катет, то**

$$c = a\sqrt{2}$$

Равносторонний треугольник



- m_a- медиана, h_aвысота, – l_a биссектриса.

$$m_a = h_a = l_a = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} \qquad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$R = 2r$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Четырехугольники

Произвольные четырехугольники

Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

Равнобокая

Ромб

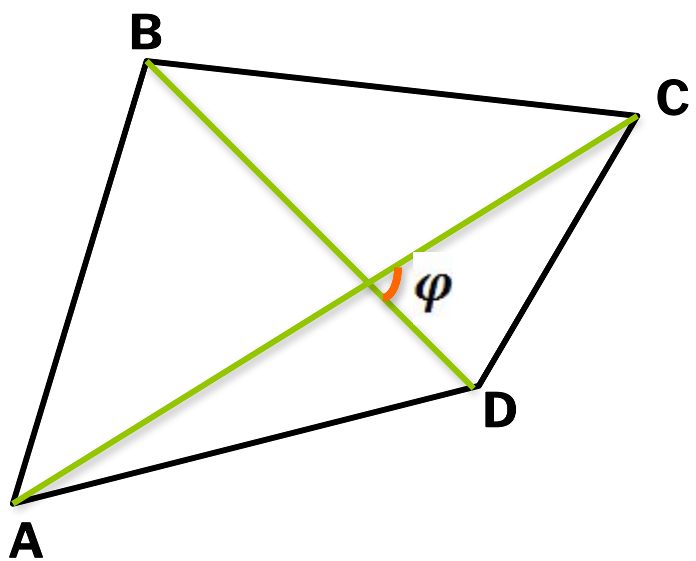
Разнобокая

Прямоугольная

Квадрат

Произвольный параллелограмм

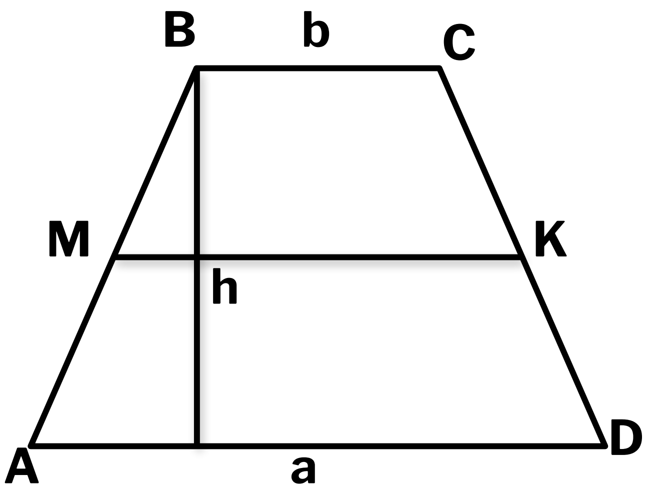
Произвольный четырехугольник

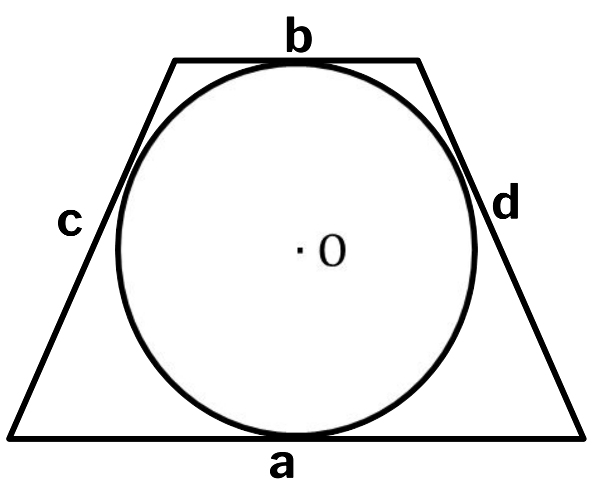


$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\varphi$$

- $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$
- *В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны*
- *В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна* 180^0

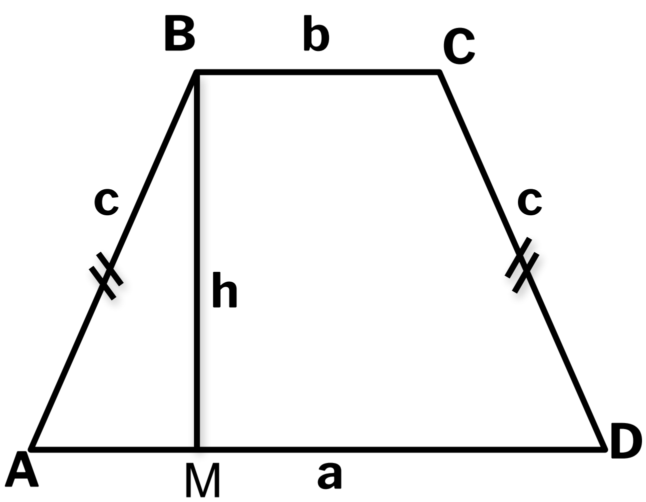
Трапеция





- MK – средняя линия
- $MK = \frac{a+b}{2}$
- $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Если в трапецию вписана окружность, то $a + b = c + d$
- $\angle DAB + \angle ABC = 180°$

Равнобокая трапеция

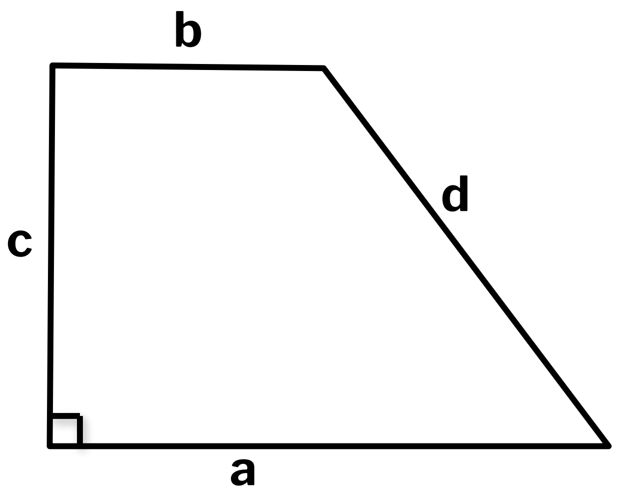


Площадь равнобедренной трапеции с радиусом вписанной окружности r, и углом при основании α:

$$S = \frac{4r^2}{\sin \alpha}$$

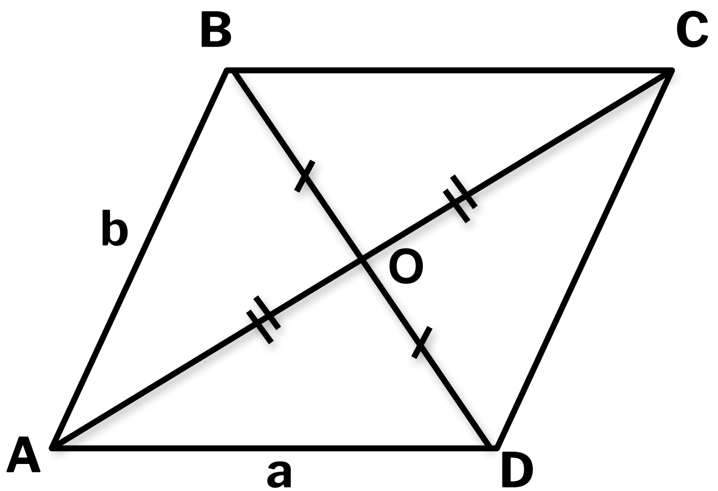
- $\angle DAB = \angle ADC$
- Около равнобокой трапеции всегда можно описать окружность
- Диагонали в равнобокой трапеции равны
- AM = $\frac{a-b}{2}$ MD = $\frac{a+b}{2}$
- Если в равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны, то высота равна полусумме оснований.

Прямоугольная трапеция



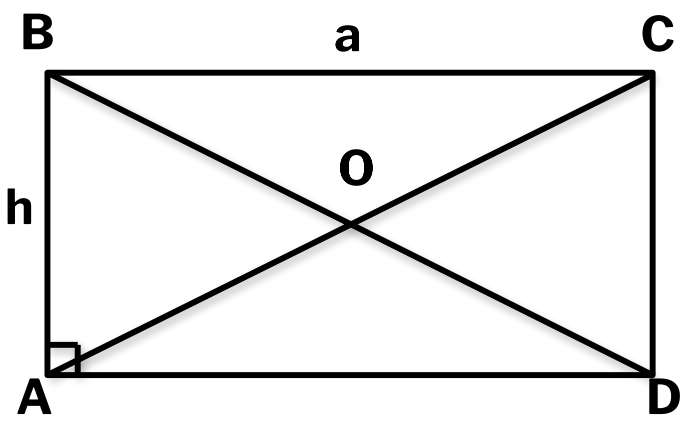
- Высота прямоугольной трапеции равна ее меньшей боковой стороне и равна диаметру вписанной окружности.
- Если в прямоугольную трапецию вписана окружность, то площадь трапеции равна произведению ее оснований.

Параллелограмм



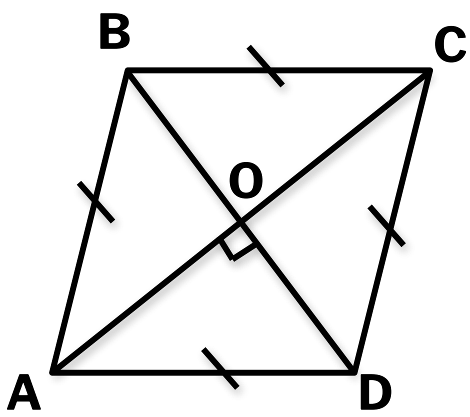
- $AB = CD,\ AD = BC$
- $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
- $AC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2b^2$
- $S = a \cdot h$, где h - высота параллелограмма, проведенная к стороне a.
- $S = a \cdot b \cdot sin\angle A$

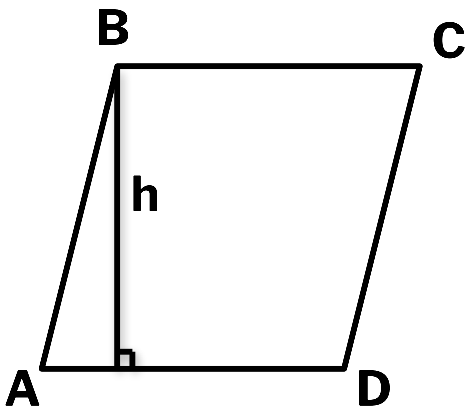
Прямоугольник



- $AO = BO = CO = DO$
- $AC = BD$
- $S = a \cdot h$
- Около прямоугольника можно описать окружность, центр которой находится в точке пересечения диагоналей, а радиус равен половине длины диагонали

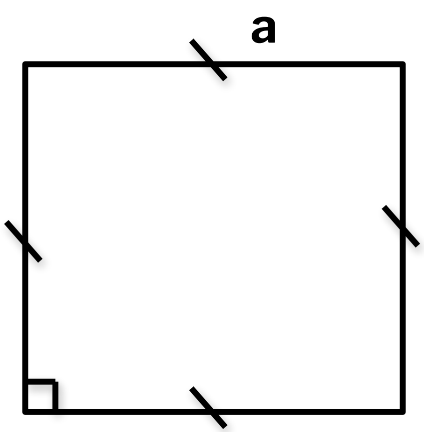
Ромб





- $AC \perp BD$
- $\angle OAD = \angle OAB$
- $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$
- $S = a \cdot h$
- В ромб всегда можно вписать окружность, центр которой – точка пересечения диагоналей

Квадрат



- $S = a^2$
- $S = \frac{1}{2}d^2$, где d – диагональ
- В квадрат можно вписать окружность и около квадрата можно описать окружность

Использованная литература

- 1) Черняк А.А., Черняк А.Ж. «Геометрия 7 – 11(ЕГЭ: шаг за шагом».
- 2) Гайштут А. Г., Литвиненко Г.Н. «Планиметрия 8 – 9. Задачник к школьному курсу»