

Задание 5

Простейшие уравнения

- Линейные, квадратные, кубические уравнения
- Рациональные уравнения
- Иррациональные уравнения
- Показательные уравнения
- Логарифмические уравнения
- Тригонометрические уравнения

1. Линейные, квадратные, кубические уравнения

Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

Найдите корень уравнения $(x - 10)^2 = (x + 4)^2$.

Найдите корень уравнения: $x^2 - 17x + 72 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = -8$.

2. Рациональные уравнения

Найдите корень уравнения: $\frac{x-119}{x+7} = -5$

Найдите корень уравнения: $x = \frac{6x-15}{x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$.

3. Иррациональные уравнения

Уравнение вида	Решение	Проверка корней
1. $\sqrt{f(x)} = a$	$f(x) = a^2$	$f(x) \geq 0$
2. $\sqrt{f(x)} = g(x)$	$f(x) = g^2(x)$	$f(x) \geq 0$
3. $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$	$f(x) = g(x)$	$f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$
4. $\sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{g(x)} = a$	$f(x) \cdot g(x) = a^2$	$f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$
5. $\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}} = a$	$\frac{f(x)}{g(x)} = a^2$	$f(x) \geq 0, g(x) > 0$

3. Иррациональные уравнения

Найдите корень уравнения $\sqrt{15 - 2x} = 3$.

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x - 54}} = \frac{1}{7}$.

Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 - 17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x - 4} = 3$.

4. Показательные уравнения

Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$.

Найдите корень уравнения $5^{x-7} = \frac{1}{125}$.

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

Найдите корень уравнения: $9^{-5+x} = 729$.

Найдите корень уравнения $7^{18,5x+0,7} = \frac{1}{343}$.

4. Показательные уравнения

Найдите корень уравнения $6^{12,5x+2} = \frac{1}{216}$.

5. Логарифмические уравнения

Свойства логарифмов:

1. $\log_a 1 = 0$

2. $\log_a a = 1$

3. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$

4. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

5. $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

6. $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$

7. $\log_{a^k} b^n = \frac{n}{k} \cdot \log_a b$

8. $\log_{a^n} b^n = \log_a b$

10. $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a} = \frac{1}{\log_b a}$

11. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

12. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

5. Логарифмические уравнения

Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 7$.

Найдите корень уравнения $\log_5(5 - x) = \log_5 3$.

Найдите корень уравнения $\log_2(15 + x) = \log_2 3$.

Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7 - x) = -2$.

Решите уравнение $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1$.

Найдите корень уравнения $2^{\log_8(5x-3)} = 4$.

5. Логарифмические уравнения

Запомните!

Не существует:

- * логарифма от отрицательного числа,
- * логарифма с основанием единица,
- * логарифма с отрицательным основанием.

Не существует, например, таких логарифмов:

$$\log_{.5} 5$$

$$\log_3(-9)$$

$$\log_1 4$$

5. Логарифмические уравнения

Решите уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Решите уравнение $\log_x 32 = 5$.

Домашнее задание

Решите уравнение $(x - 6)^2 = -24x$.

Найдите корень уравнения $\frac{9}{x^2 - 16} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Найдите корень уравнения $\frac{x + 89}{x - 7} = \frac{-5}{x - 7}$.

Решите уравнение $\sqrt{6 + 5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решите уравнение: $\sqrt{\frac{1}{1 - 5x}} = \frac{1}{6}$.

Домашнее задание

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$.

Найдите корень уравнения $16^{x-9} = 0,5$.

Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.