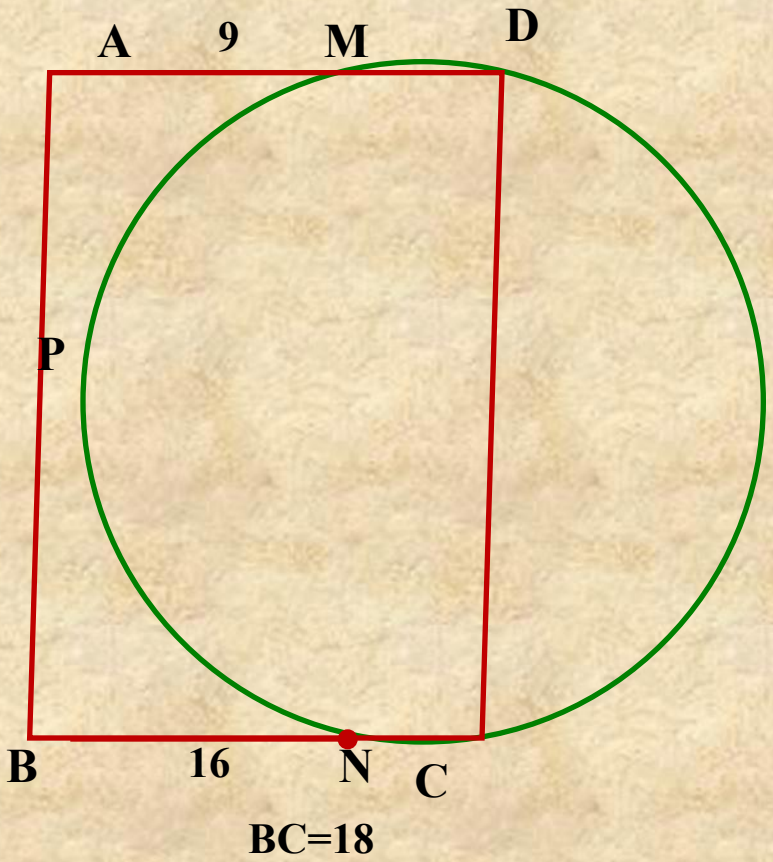
Задача 18. Вариант 105

Окружность касается стороны *AB* параллелограмма *ABCD*, пересекает стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно и проходит через вершины *C* и *D*.

а) Докажите, что *DN* = *CM*.

б) Найдите *DN*, зная, что *AM* = 9, *BN* = 16, *BC* = 18.



Окружность касается стороны *AB* параллелограмма *ABCD*, пересекает стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно и проходит через вершины *C* и *D*.

а) Докажите, что *DN* = *CM*.

б) Найдите *DN*, зная, что *AM* = 9, *BN* = 16, *BC* = 18.

Доказательство:

1.*ABCD* – параллелограмм, ⇒

***MD* || *NC* ⇒ *NMDC* – трапеция.**

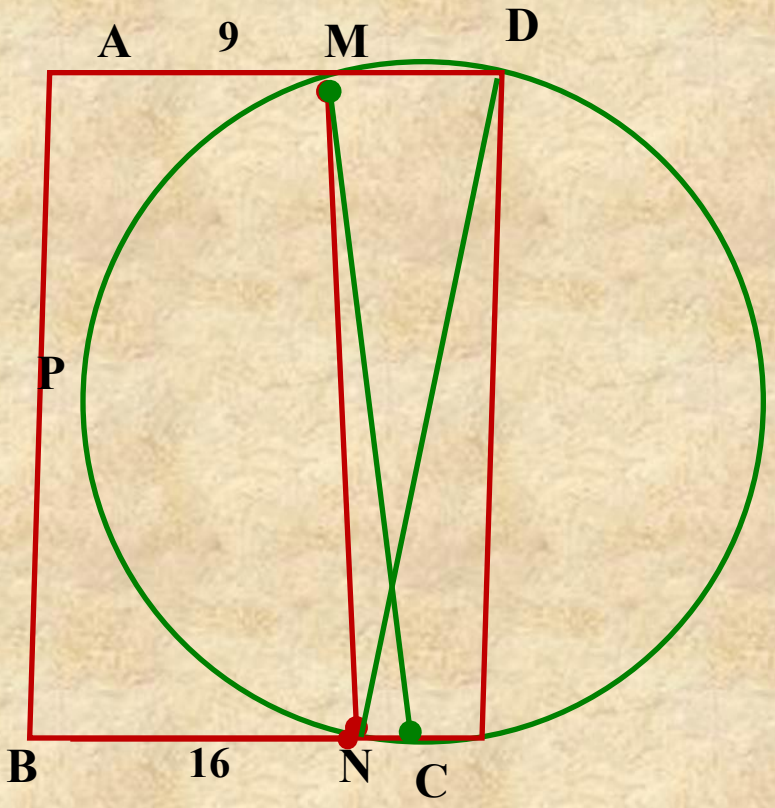
1.Точки *M, D, C, N* – лежат на окружности, ⇒ трапеция *NMDC* *вписана в окружность.*

3. По свойству четырёхугольника, вписанного в окружность имеем,

∠ N + ∠ D = ∠ M + ∠ C = 180°.

***∠ N и ∠ M – внутренние односторонние при MD || NC* и *MN* – секущей ⇒ ∠ N + ∠ M = 180°.**

Получаем, что ∠ D = ∠ M ⇒* трапеция *NMDC* *равнобедренная ⇒* *MC = ND.



BC=18

Окружность касается стороны *AB* параллелограмма *ABCD*, пересекает стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно и проходит через вершины *C* и *D*.

а) Докажите, что *DN* = *CM*.

б) Найдите *DN*, зная, что *AM* = 9, *BN* = 16, *BC* = 18.

Решение:

1.AB – касательная к окружности,

P – точка касания, ⇒

$AP^2 = AM \cdot AD = 9 \cdot 18,$

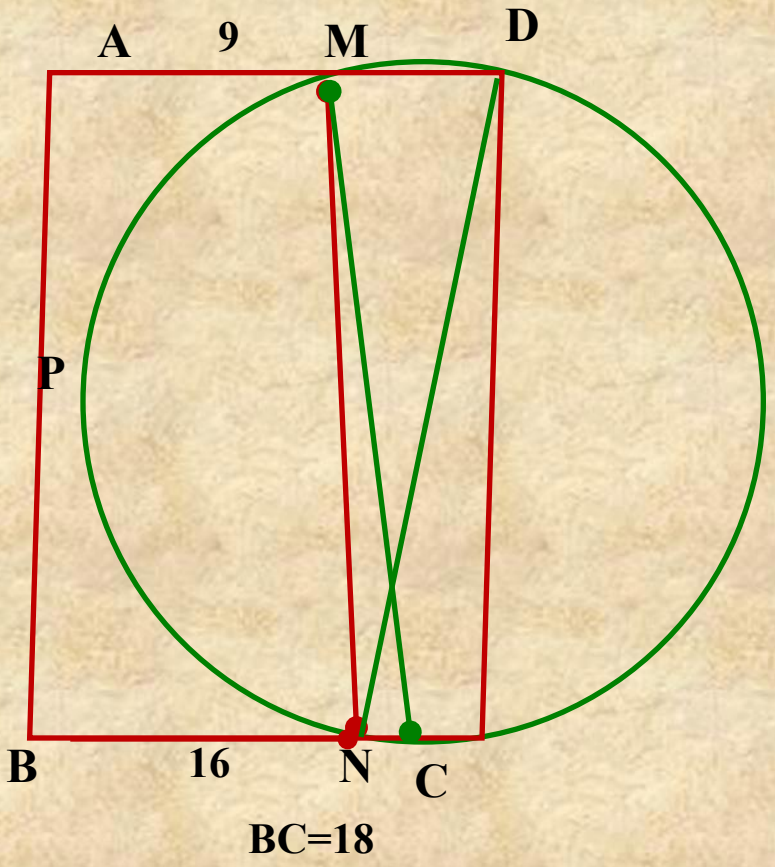
$BP^2 = BN \cdot BC = 16 \cdot 18.$

$$AP = \sqrt{9 \cdot 18} = 9\sqrt{2},$$

$$BP = \sqrt{16 \cdot 18} = 12\sqrt{2}.$$

$$AB = AP + BP = 21\sqrt{2}$$

2. NMDC равнобедренная трапеция ⇒ MN = DC и AB = CD ⇒ AMNB – равнобедренная трапеция.



Окружность касается стороны *AB* параллелограмма *ABCD*, пересекает стороны *AD* и *BC* в точках *M* и *N* соответственно и проходит через вершины *C* и *D*.

а) Докажите, что *DN* = *CM*.

б) Найдите *DN*, зная, что *AM* = 9, *BN* = 16, *BC* = 18.

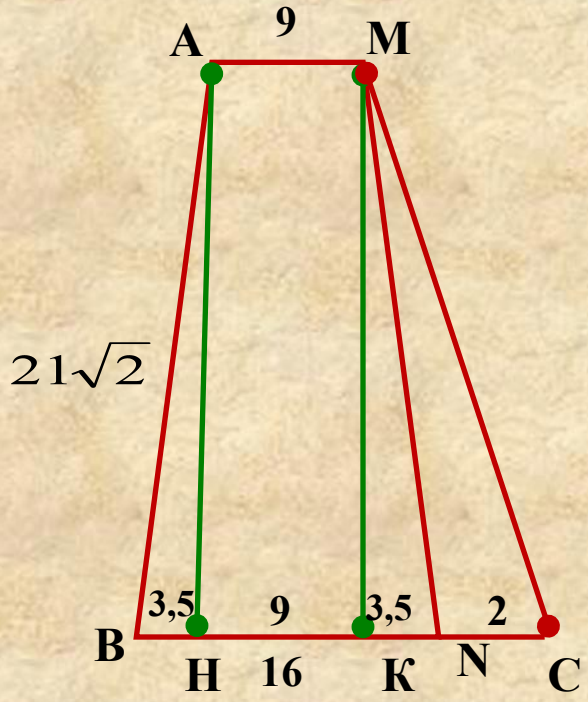
Решение:

1.NMDC равнобедренная трапеция $\Rightarrow$ ***MN = DC и AB = CD*** $\Rightarrow$ ***AMNB – равнобедренная трапеция.***

$$MK = \sqrt{441 \cdot 2 - 12{,}25} = \sqrt{869{,}75}$$

***2. ΔMKC* – прямоугольный.**

$$MC = \sqrt{869{,}75 + 30{,}25} = \sqrt{900} = 30$$



Ответ: *ND* = 30.