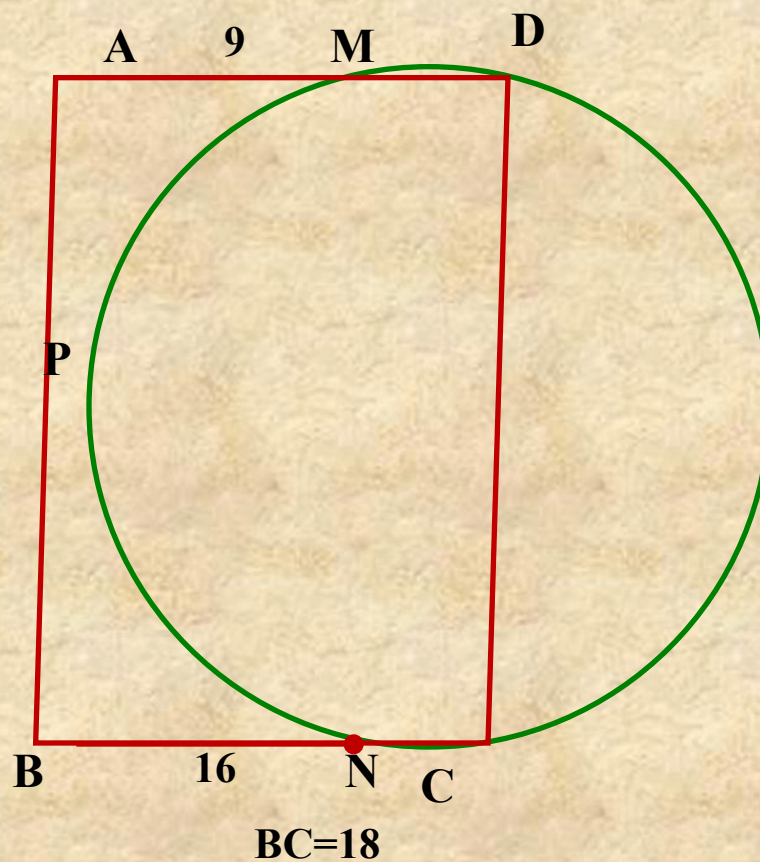


Задача 18. Вариант 105

Окружность касается стороны AB параллелограмма $ABCD$, пересекает стороны AD и BC в точках M и N соответственно и проходит через вершины C и D .

а) Докажите, что $DN = CM$.

б) Найдите DN , зная, что $AM = 9$, $BN = 16$, $BC = 18$.



Окружность касается стороны AB параллелограмма $ABCD$, пересекает стороны AD и BC в точках M и N соответственно и проходит через вершины C и D .

а) Докажите, что $DN = CM$.

б) Найдите DN , зная, что $AM = 9$, $BN = 16$, $BC = 18$.

Доказательство:

1. $ABCD$ – параллелограмм, \Rightarrow

$MD \parallel NC \Rightarrow NMDC$ – трапеция.

1. Точки M, D, C, N – лежат на окружности, \Rightarrow трапеция $NMDC$ вписана в окружность.

3. По свойству четырёхугольника, вписанного в окружность имеем,

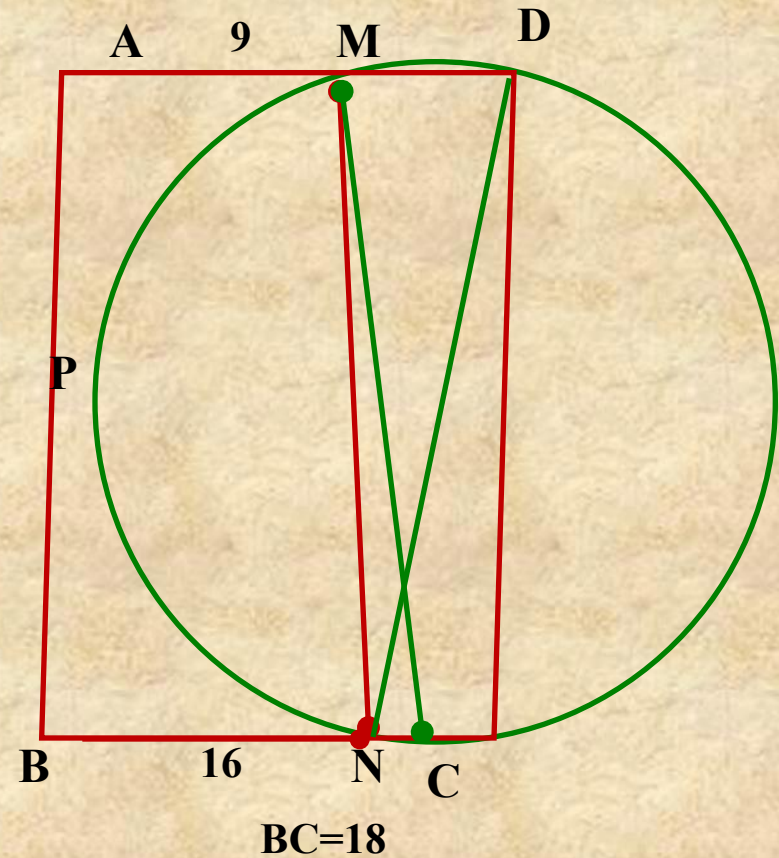
$$\angle N + \angle D = \angle M + \angle C = 180^\circ.$$

$\angle N$ и $\angle M$ – внутренние

односторонние при $MD \parallel NC$ и MN – секущей $\Rightarrow \angle N + \angle M = 180^\circ$.

Получаем, что $\angle D = \angle M \Rightarrow$

трапеция $NMDC$ равнобедренная \Rightarrow
 $MC = ND$.



Окружность касается стороны AB параллелограмма $ABCD$, пересекает стороны AD и BC в точках M и N соответственно и проходит через вершины C и D .

а) Докажите, что $DN = CM$.

б) Найдите DN , зная, что $AM = 9$, $BN = 16$, $BC = 18$.

Решение:

1. AB – касательная к окружности,

P – точка касания, \Rightarrow

$$AP^2 = AM \cdot AD = 9 \cdot 18,$$

$$BP^2 = BN \cdot BC = 16 \cdot 18.$$

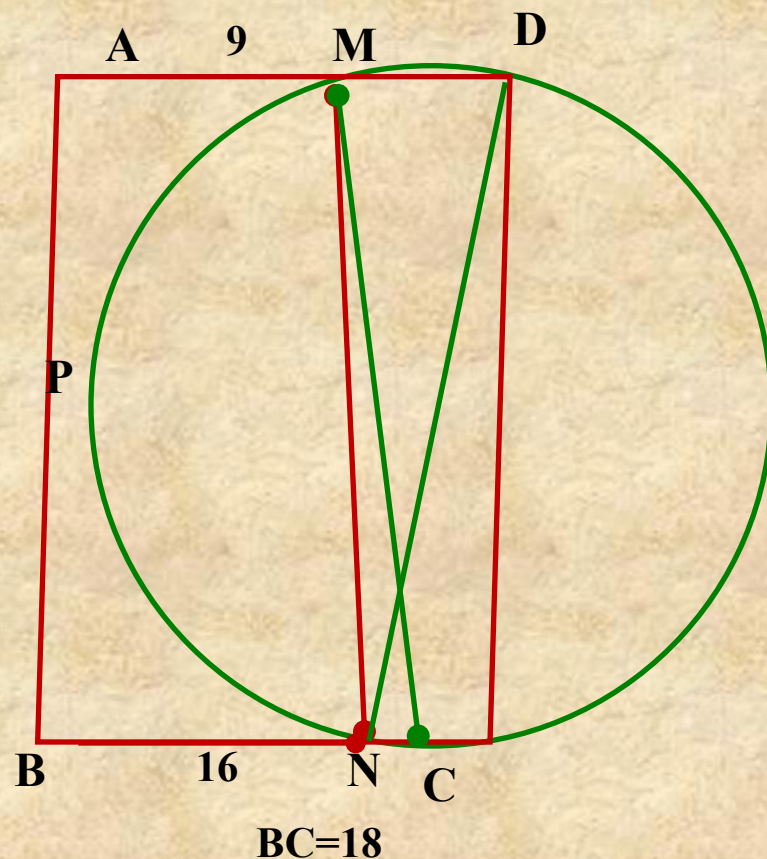
$$AP = \sqrt{9 \cdot 18} = 9\sqrt{2},$$

$$BP = \sqrt{16 \cdot 18} = 12\sqrt{2}.$$

$$AB = AP + BP = 21\sqrt{2}$$

2. $NMDC$ равнобедренная трапеция \Rightarrow

$MN = DC$ и $AB = CD \Rightarrow AMNB$ –
равнобедренная трапеция.



Окружность касается стороны AB параллелограмма $ABCD$, пересекает стороны AD и BC в точках M и N соответственно и проходит через вершины C и D .

а) Докажите, что $DN = CM$.

б) Найдите DN , зная, что $AM = 9$, $BN = 16$, $BC = 18$.

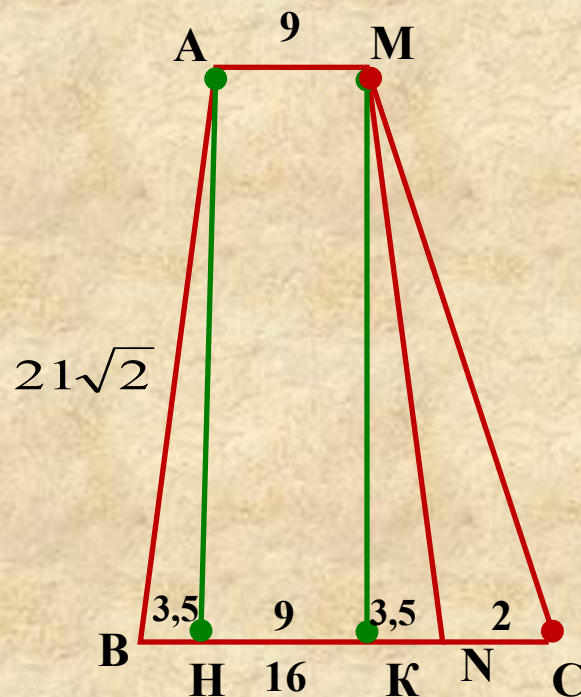
Решение:

1. $NMDC$ равнобедренная трапеция \Rightarrow
 $MN = DC$ и $AB = CD \Rightarrow AMNB$ –
 равнобедренная трапеция.

$$MK = \sqrt{441 \cdot 2 - 12,25} = \sqrt{869,75}$$

2. $\triangle MKC$ – прямоугольный.

$$MC = \sqrt{869,75 + 30,25} = \sqrt{900} = 30$$



Ответ: $ND = 30$.