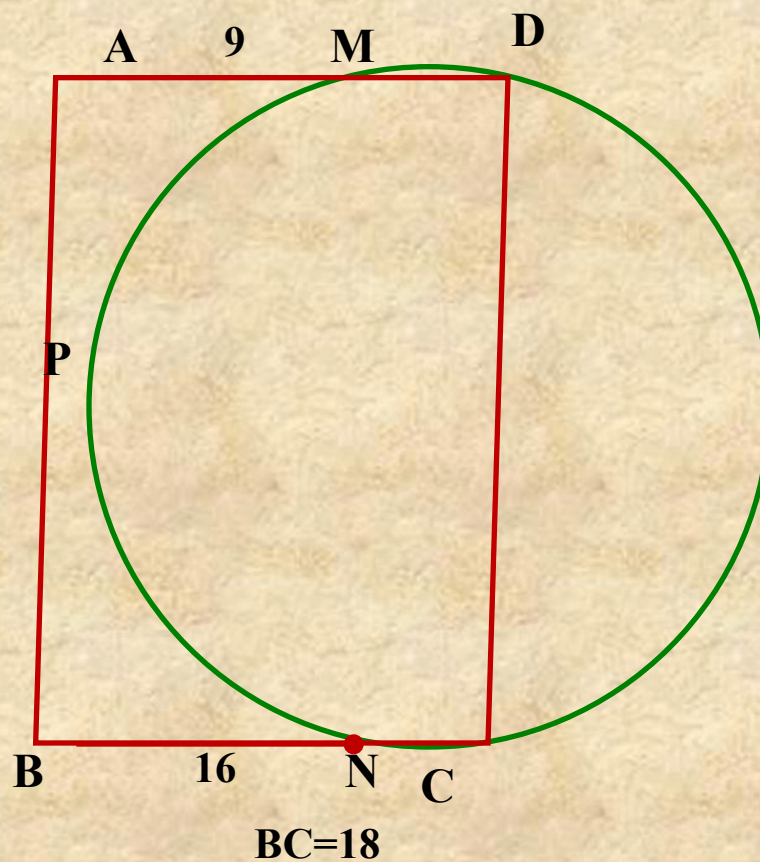


# **Задача 18. Вариант 105**

Окружность касается стороны  $AB$  параллелограмма  $ABCD$ , пересекает стороны  $AD$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно и проходит через вершины  $C$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $DN = CM$ .

б) Найдите  $DN$ , зная, что  $AM = 9$ ,  $BN = 16$ ,  $BC = 18$ .



Окружность касается стороны  $AB$  параллелограмма  $ABCD$ , пересекает стороны  $AD$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно и проходит через вершины  $C$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $DN = CM$ .

б) Найдите  $DN$ , зная, что  $AM = 9$ ,  $BN = 16$ ,  $BC = 18$ .

Доказательство:

1.  $ABCD$  – параллелограмм,  $\Rightarrow$

$MD \parallel NC \Rightarrow NMDC$  – трапеция.

1. Точки  $M, D, C, N$  – лежат на окружности,  $\Rightarrow$  трапеция  $NMDC$  вписана в окружность.

3. По свойству четырёхугольника, вписанного в окружность имеем,

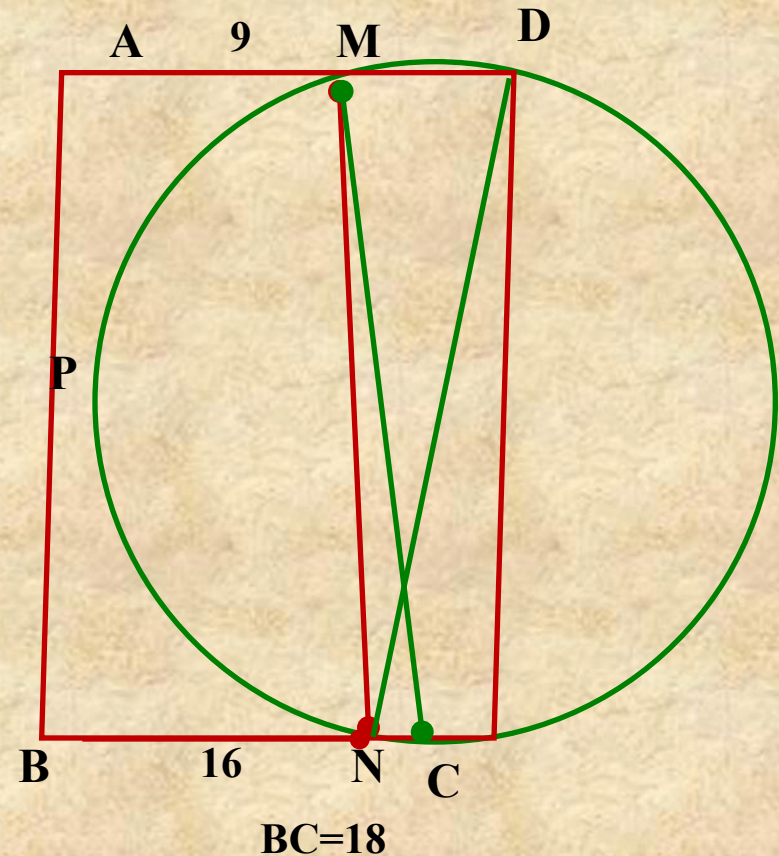
$$\angle N + \angle D = \angle M + \angle C = 180^\circ.$$

$\angle N$  и  $\angle M$  – внутренние

односторонние при  $MD \parallel NC$  и  $MN$  – секущей  $\Rightarrow \angle N + \angle M = 180^\circ$ .

Получаем, что  $\angle D = \angle M \Rightarrow$

трапеция  $NMDC$  равнобедренная  $\Rightarrow$   
 $MC = ND$ .



Окружность касается стороны  $AB$  параллелограмма  $ABCD$ , пересекает стороны  $AD$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно и проходит через вершины  $C$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $DN = CM$ .

б) Найдите  $DN$ , зная, что  $AM = 9$ ,  $BN = 16$ ,  $BC = 18$ .

Решение:

1.  $AB$  – касательная к окружности,

$P$  – точка касания,  $\Rightarrow$

$$AP^2 = AM \cdot AD = 9 \cdot 18,$$

$$BP^2 = BN \cdot BC = 16 \cdot 18.$$

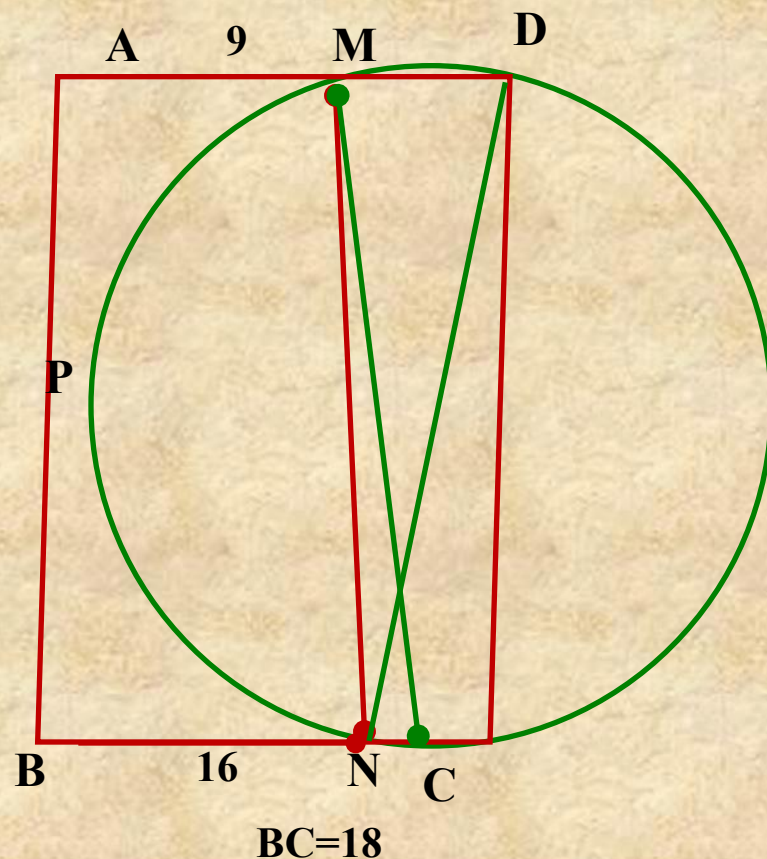
$$AP = \sqrt{9 \cdot 18} = 9\sqrt{2},$$

$$BP = \sqrt{16 \cdot 18} = 12\sqrt{2}.$$

$$AB = AP + BP = 21\sqrt{2}$$

2.  $NMDC$  равнобедренная трапеция  $\Rightarrow$

$MN = DC$  и  $AB = CD \Rightarrow AMNB$  –  
равнобедренная трапеция.



Окружность касается стороны  $AB$  параллелограмма  $ABCD$ , пересекает стороны  $AD$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно и проходит через вершины  $C$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $DN = CM$ .

б) Найдите  $DN$ , зная, что  $AM = 9$ ,  $BN = 16$ ,  $BC = 18$ .

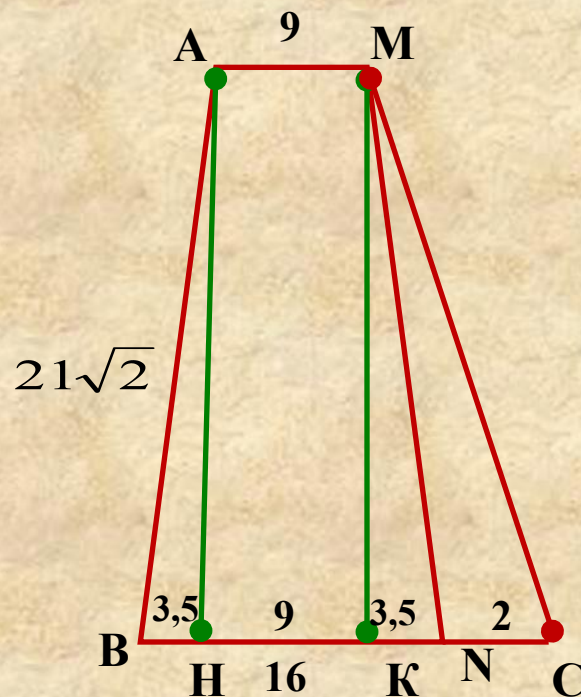
Решение:

1.  $NMDC$  равнобедренная трапеция  $\Rightarrow$   
 $MN = DC$  и  $AB = CD \Rightarrow AMNB$  –  
 равнобедренная трапеция.

$$MK = \sqrt{441 \cdot 2 - 12,25} = \sqrt{869,75}$$

2.  $\triangle MKC$  – прямоугольный.

$$MC = \sqrt{869,75 + 30,25} = \sqrt{900} = 30$$



Ответ:  $ND = 30$ .