



ИНФОРМАТИКА

8

класс

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- ◆ система счисления
- ◆ цифра
- ◆ алфавит
- ◆ непозиционная система счисления
- ◆ позиционная система счисления
- ◆ основание системы счисления
- ◆ развёрнутая форма записи числа
- ◆ свёрнутая форма записи числа

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ - это знаковая система, определяющая правила записи чисел.

ЦИФРЫ - знаки, с помощью которых записываются числа.

АЛФАВИТ - совокупность знаков для записи чисел в некоторой системе счисления.

Цифры служат для обозначения чисел, называемых узловыми.

Остальные числа - алгоритмические - получаются из узловых в результате определённых операций.



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

```
graph TD; A[СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ] --> B[унарные]; A --> C[непозиционные]; A --> D[позиционные];
```

унарные

непозиционные

позиционные

УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Зарубки



УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

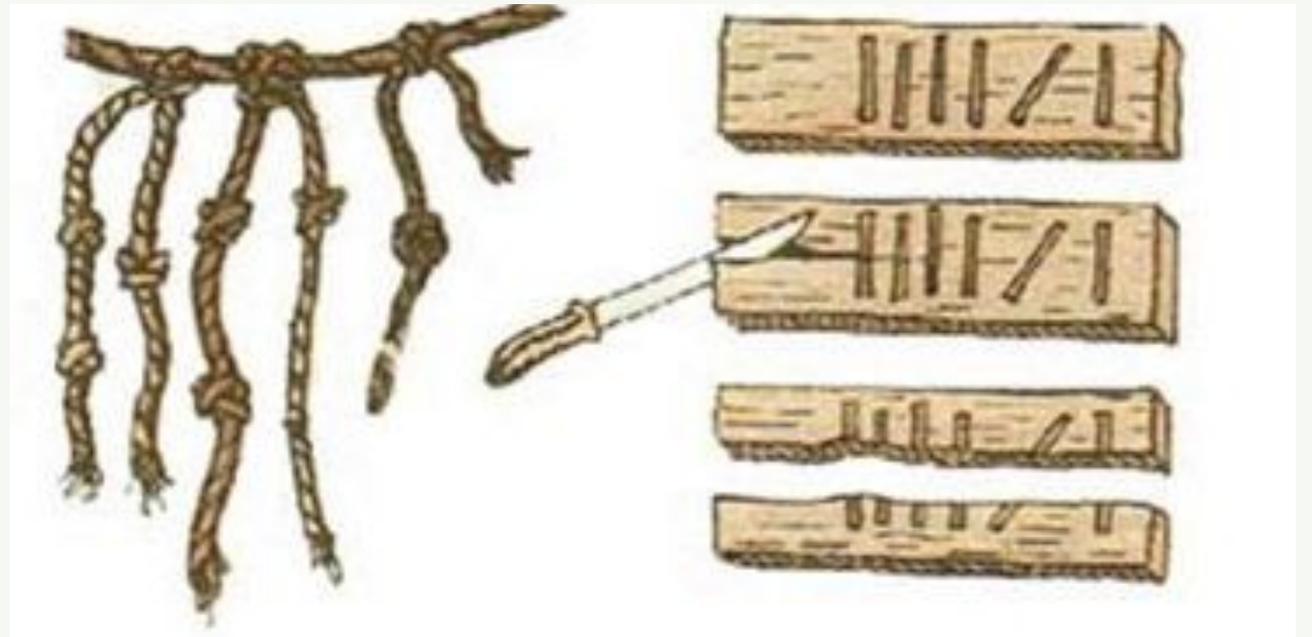
Камушки



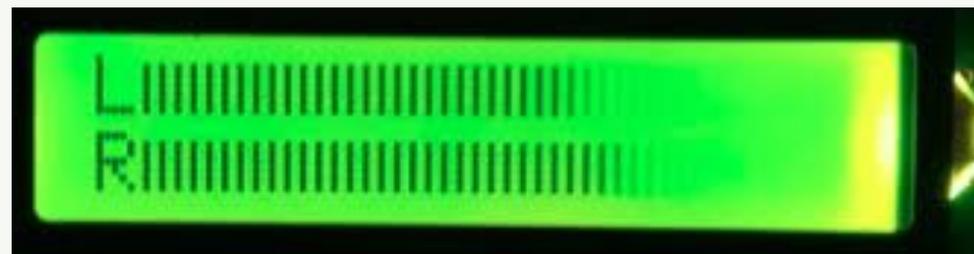
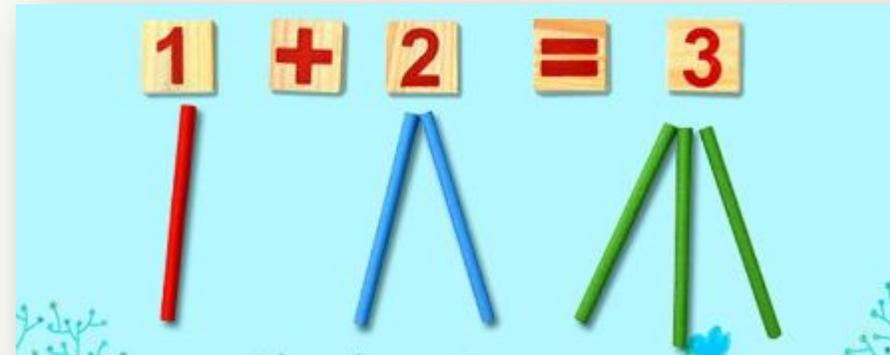
УНАРНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Узелки, зарубки



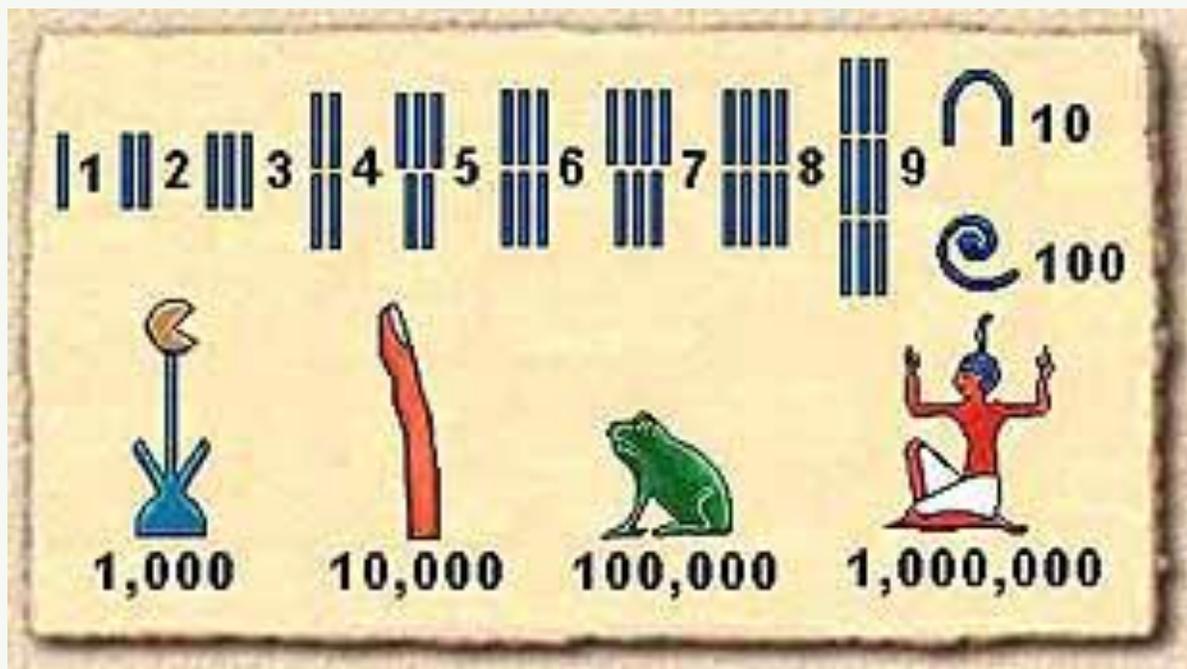
Унарная система счисления (счетные палочки) используется для обучения детей счету.



Унарную систему можно разглядеть в индикаторах уровня звукового сигнала в аудиосистемах.

Робинзон Крузо использовал унарную систему счисления (зарубки на дереве) для ведения календаря на необитаемом острове.

ДРЕВНЕЕГИПЕТСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ



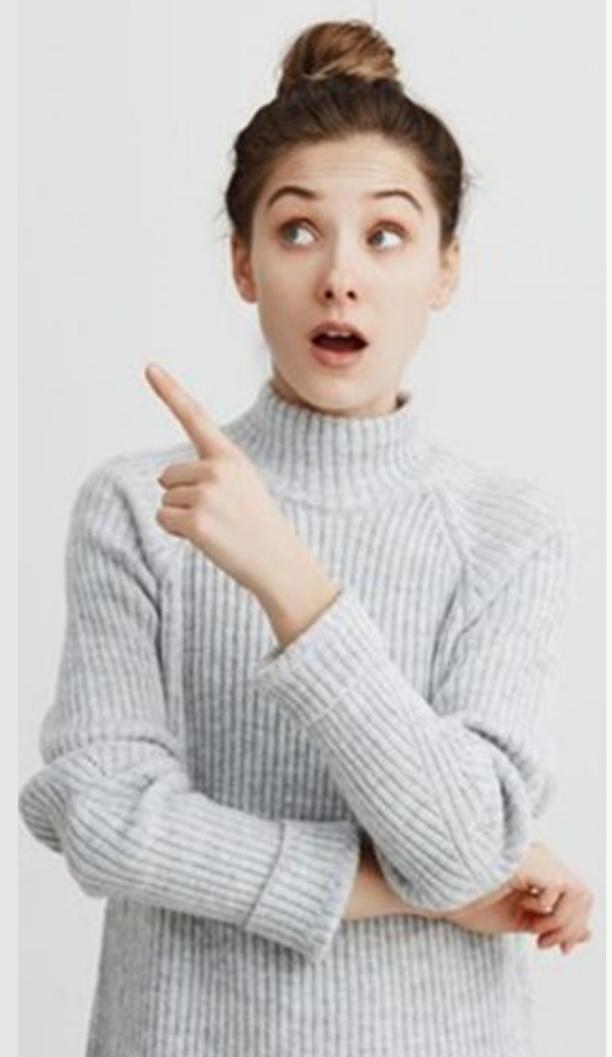
1235

НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент цифры не зависит от её положения в записи числа.

Проблемы непозиционных систем счисления:

- ◆ бесконечный алфавит;
- ◆ невозможность записи дробных и отрицательных чисел;
- ◆ сложность выполнения арифметических операций.



РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

I	II	III	IV	V
1	2	3	4	5
VI	VII	VIII	IX	
6	7	8	9	
X	L	C	D	M
10	50	100	500	1000

Мы.....1000
Даем.....500
Советы.....100
Лишь.....50
Хорошо.....10
Воспитанным.....5
Индивидам.....1



ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

В наши дни любую из римских цифр предлагается использовать в записи одного числа не более трёх раз подряд.



ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ В РИМСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L		

Алгоритмические числа получаются путём сложения и вычитания **узловых** чисел с учётом следующего правила:

- ◆ каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению;
- ◆ каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

$$1928 = \text{MCMXXVIII}$$



СЛАВЯНСКАЯ КИРИЛЛИЧЕСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Ѧ	Ѣ	Ѣ	Ѧ	Ѥ	Ѥ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѣ	Ѧ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѥ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Ѧ	Тысяча	1000
Ѧ	Тьма	10 000
Ѧ	Легион	100 000
Ѧ	Леодр	1 000 000
Ѧ	Ворон	10 000 000
Ѧ	Колода	100 000 000



55 288 1 498

нѣ спи, а ѣчи

ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Базисом позиционной системы счисления называется последовательность чисел, каждое из которых задаёт вес соответствующего разряда.

Алфавит десятичной системы счисления:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Базис десятичной системы счисления:

1, 10, 100, 1000, ...

Основание десятичной системы счисления: 10



ПРИМЕР

$$355 = 3 \times 100 + 5 \times 10 + 5 \times 1$$

количество сотен

количество десятков

количество единиц



УЗЛОВЫЕ И АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Узловые числа обозначаются цифрами.



Алгоритмические числа образуются из узловых:

$$5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 = 548$$



ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Начало десятичной системе счисления было положено в древнем Египте и Вавилоне.

В основном её формирование было завершено индийскими математиками в V-VII вв. н.э. Арабы, познакомившись с этой нумерацией, по достоинству оценили её удобство и начали использовать в торговле.

В XII веке арабская нумерация распространилась по всей Европе.



ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Существует множество позиционных систем счисления.

- ◆ Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число $q > 1$.
- ◆ Алфавитом позиционной системы счисления с основанием q служат числа $0, 1, \dots, q - 1$.



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ 5

Основание: 5

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4

Базис: 1, 5, 25, 125, ...

1224_5

210_5

2311_5



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Основание: q

Алфавит: $0, 1, \dots, q - 1$

Базис: $1, q, q^2, q^3, \dots$

Свернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = (a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0)_q$$

124_6

3210_4

1010_2

7311_8

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ С ОСНОВАНИЕМ q

Развернутая форма записи целого положительного числа:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0$$

Здесь:

A - число,

q - основание системы счисления,

a_i - цифры из алфавита системы счисления,

n - количество разрядов числа,

q^i - вес i -го разряда числа.



РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

5432 - запись числа в свернутой форме.

$$5432 = 5000 + 400 + 30 + 2$$

$$5432 = 5 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$$

$$5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.



РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

$$5432 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Степени основания определяют количественный эквивалент цифры в записи числа.



РАЗВЕРНУТАЯ ФОРМА ЗАПИСИ

Развернутая форма записи числа - запись числа в виде суммы разрядных слагаемых.

$$5432_8 = 5 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0$$

$$5432_8 = 5 \times 512 + 4 \times 64 + 3 \times 8 + 2 \times 1 = 2842$$

КАК ЗАПИСАТЬ ЧИСЛО В РАЗВЕРНУТОЙ ФОРМЕ

1) Выписать число в свернутой форме

2) Над цифрами числа справа налево расставить степени, начиная с нуля.

3) Составить сумму, каждое слагаемое которой - это произведение цифры в записи числа и основания используемой системы счисления в степени, указанной над этой цифрой.

$$515_6 = 5 \times 6^2 + 1 \times 6^1 + 5 \times 6^0$$

$$155_8 = 1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$

КАК ПЕРЕВЕСТИ ЧИСЛО В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

Чтобы перевести число из позиционной системы счисления с основанием q в десятичную систему счисления, необходимо:

- 1) записать исходное число в развёрнутой форме,
- 2) вычислить значение получившегося арифметического выражения.



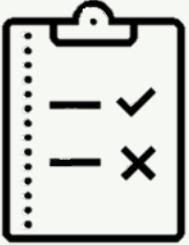
КАК СРАВНИТЬ ЧИСЛА, ЗАПИСАННЫЕ В РАЗНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

1) Записать каждое из чисел в развернутой форме.

2) Вычислить десятичный эквивалент каждого числа.

3) Сравнить десятичные эквиваленты исходных чисел.

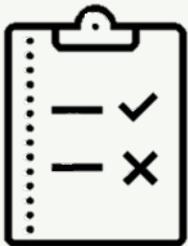




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Чем различаются унарные, позиционные и непозиционные системы счисления?

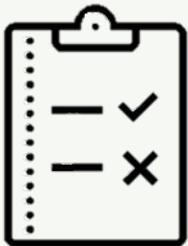




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

На постаменте памятника Петру I в Санкт-Петербурге римскими цифрами записан год открытия памятника: MDCCLXXII. В каком году был открыт этот памятник?

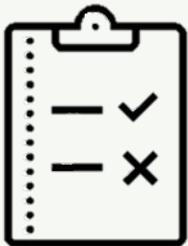




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как вы считаете, почему позиционные системы счисления с основаниями 5, 10, 12 и 20 называют системами счисления анатомического происхождения?

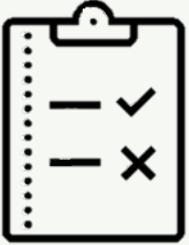




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Как от свёрнутой формы записи десятичного числа перейти к его развёрнутой форме?





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

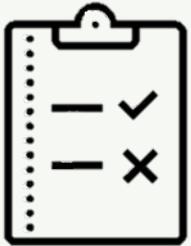
Запишите в развёрнутом виде числа:

а) $143,511_{10}$

б) 143511_8

в) 143511_{16}





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Запишите числа в свернутой форме:

а) $5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0 =$

б) $1 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} =$





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

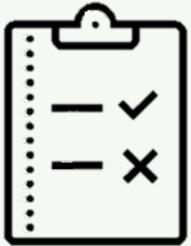
Запишите десятичные числа в развернутой форме:

а) 2021

б) 435

в) 3008





ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

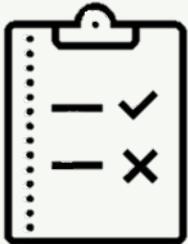
Вычислите десятичные эквиваленты следующих чисел:

а) 172_8 ;

б) 219_{16} ;

в) 101010_2 ;

г) 243_6 .

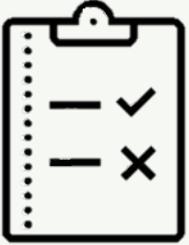


ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Укажите, какое из чисел 110011_2 , 1114 , 35_8 и 16_{16} является:

- а) наибольшим;
- б) наименьшим.





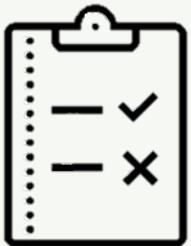
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Верны ли следующие равенства?

а) $33_4 = 21_7$;

б) $33_7 = 21_4$.





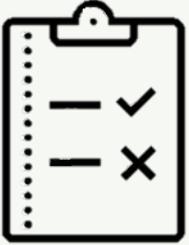
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Найдите основание x системы счисления, если:

а) $14_x = 9_{10}$;

б) $2002_x = 130_{10}$.

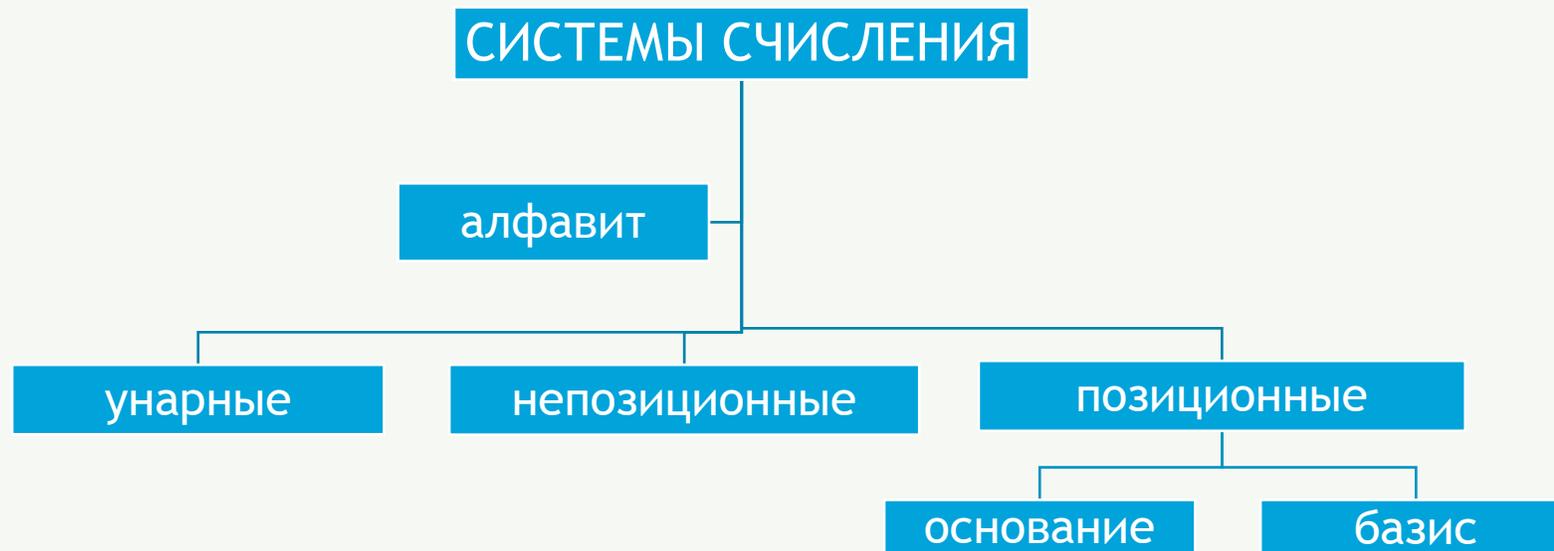




ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Какое двузначное в десятичной системе счисления число окажется «круглым» (с двумя нулями в конце) в пятеричной системе счисления? Если таких чисел несколько, то перечислите их все.





В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде: $A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$

Здесь: A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.