Вычисление производных. Формулы дифференцирования

Упражнение:

Продолжите утверждения:

Если $s = s(t)$ – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает *мгновенную скорость в момент времени* t.

Если к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$ можно провести касательную, непараллельную оси OY, то $f'(a)$ выражает *угловой коэффициент касательной* .

Процедуру нахождения производной функции $y = f(x)$называют *дифференцированием функции* $y = f(x)$.

Если функция $y = f(x)$ *дифференцируема* в точке x, то она и *непрерывна* в этой точке.

Формулы дифференцирования:

- $(C)' = 0$

$(x)' = 1$

$(kx + m)' = k$

$(x^2)' = 2x$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

Пример:

Найти значение производной функции $y = \mathbf{3x + 5}$ в точке $x = 4$.

Решение:

$(kx + m)' = k$

$k = 3$

$m =$

$(\qquad\qquad)' =$

$f'(4) = 3$

Ответ: 3.

Пример:

- Найти значение производной $y = x^2$ в точке $x = -1$.

Решение:

$(x^2)' = \boldsymbol{2x}$

$f'(x) =$

$f'(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$

Ответ: -2.

Формулы дифференцирования:

- $(C)' = 0$

$(x)' = 1$

$(kx + m)' = k$

$(x^2)' = 2x$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$(sin\, x)' = cos\, x$

$(cos\, x)' = -sin\, x$

Пример:

- Найти производную $y = \sqrt{x}$ в точке $x = 4$.

Решение:

$$(\sqrt{x})' = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\sqrt{x}}}$$

$$f'(x) =$$

$$f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

Пример:

- Найти значение производной функции $y = cos\,x$ в точке $x = \frac{\pi}{6}$.

Решение:

$(cos\,x)' = \boldsymbol{-sin\,x}$

$f'(x) =$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

Пример:

- Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^2$ в точке $x = 1$.

Решение:

$f(x) = x^2$

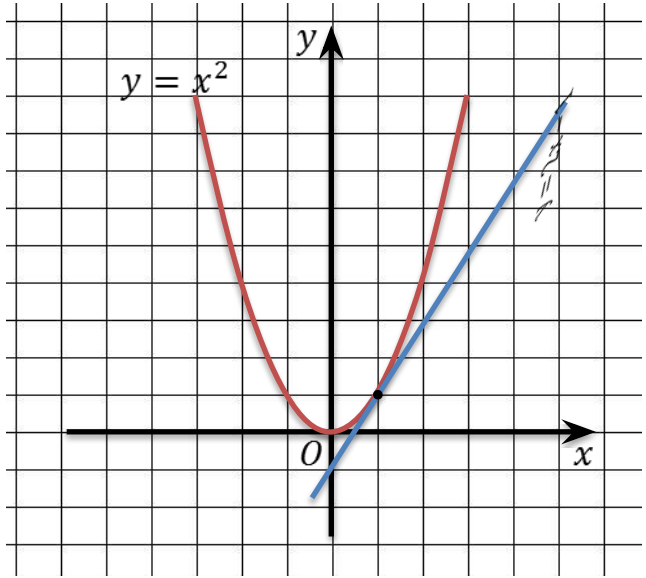
$y = kx + m$

$k = f'(1)$

$f'(x) = 2x \Longrightarrow f'(1) = 2 \cdot 1 = 2 \Longrightarrow k = \mathbf{2}$

$f(1) = 1^2 = 1$

$1 = 2 \cdot 1 + m \Rightarrow m = 1 - 2 = \mathbf{-1}$



Формулы дифференцирования:

- $(C)' = 0$

$(x)' = 1$

$(kx + m)' = k$

$(x^2)' = 2x$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$(sin\, x)' = cos\, x$

$(cos\, x)' = -sin\, x$