
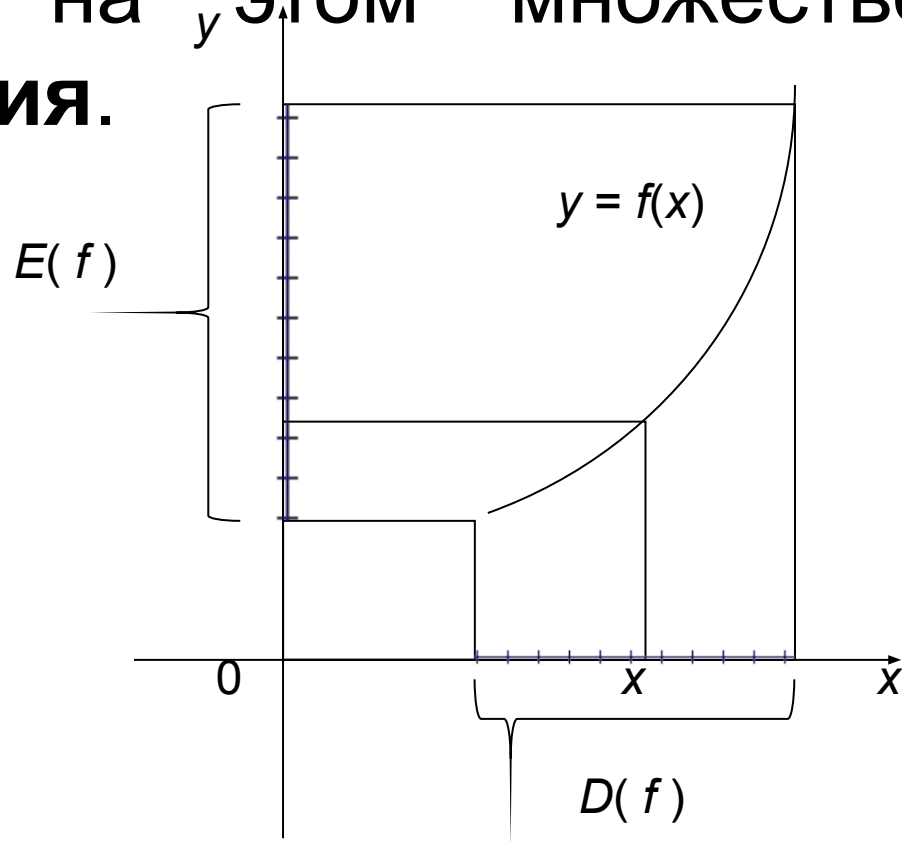


Обратная функция



Если каждому значению x из некоторого множества действительных чисел поставлено в соответствие по определённому правилу f число y , то, говорят, что на y этом множестве определена **функция**.



Если функция $y = f(x)$ принимает каждое своё значение y только при одном значении x , то эту функцию называют **обратимой**.

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$y = x^3$$

$$y = x^2$$



$$x_1 = \sqrt{y}$$

$$x_2 = -\sqrt{y}$$

- Пусть $y = f(x)$ – обратимая функция. Тогда каждому y из множества значений функции соответствует одно определённое число x из области её определения. Это соответствие определяет функцию x от y , которую обозначим $x = g(y)$.
- Поменяем местами x и y : $y = g(x)$.
- Функцию $y = g(x)$ называют обратной к функции $y = f(x)$.

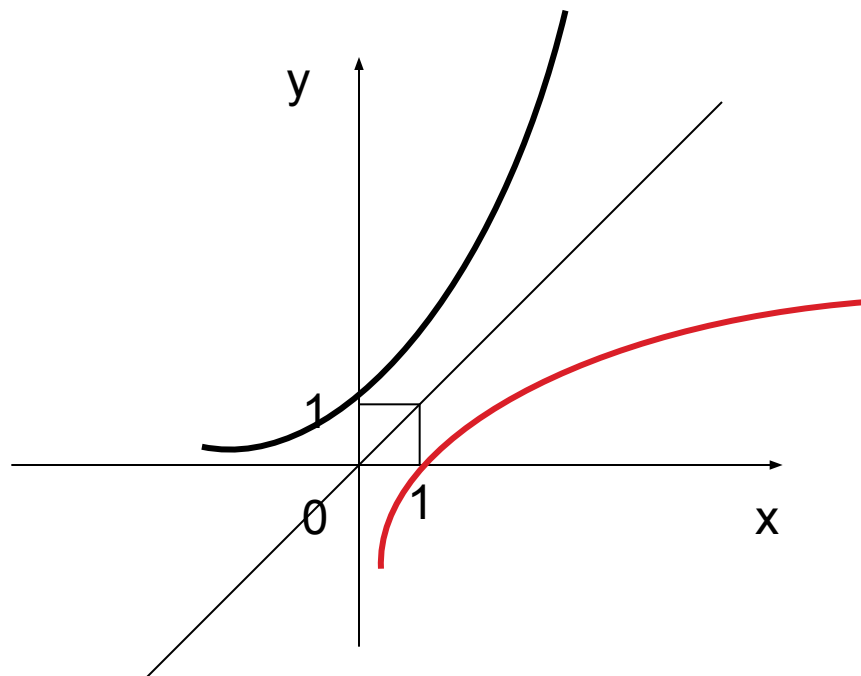
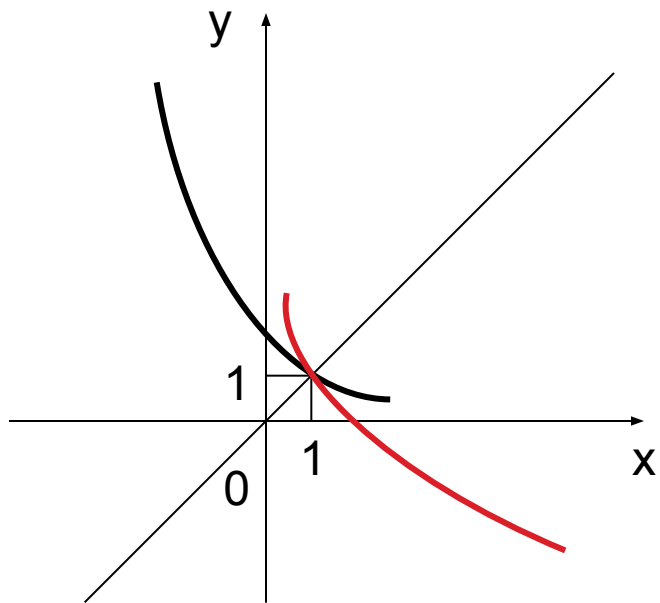
Свойства обратных функций

1. Область определения обратной функции $D(g)$ совпадает с множеством значений исходной $E(f)$, а множество значений обратной функции $E(g)$ совпадает с областью определения исходной функции $D(f)$:

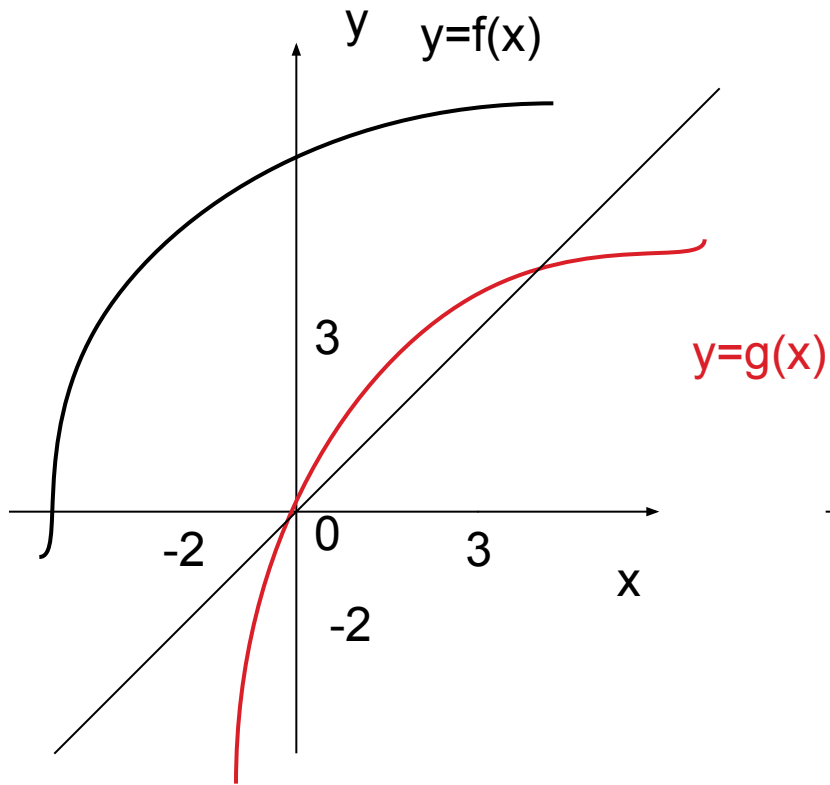
$$D(f) = E(g), E(f) = D(g).$$

2. Монотонная функция является обратимой.

3. График обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой $y = x$.

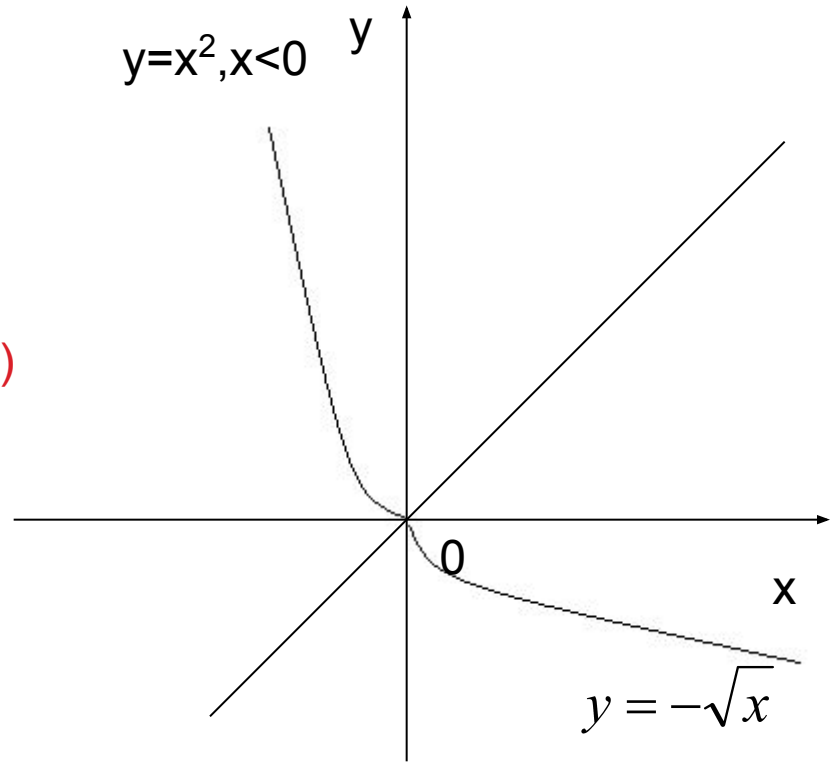


**Построить график функции,
обратной данной**



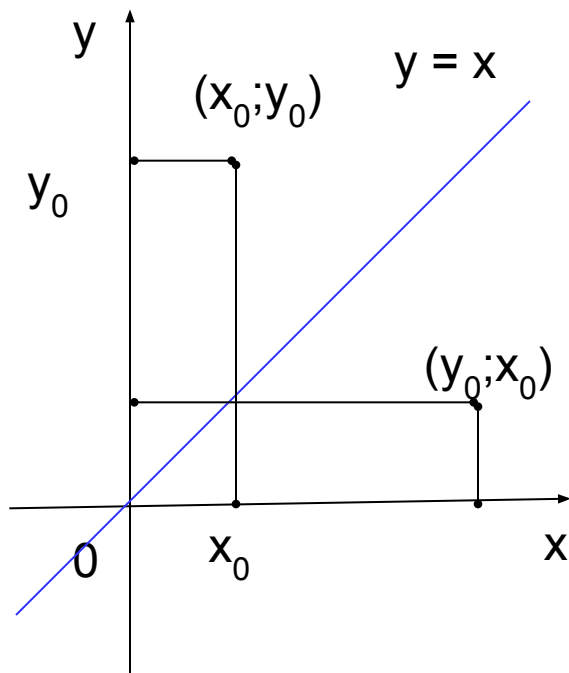
1. $D(f)=\mathbb{R}$
2. $E(f)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

1. $D(g)=\mathbb{R}$
2. $E(g)=\mathbb{R}$
3. возрастающая



1. $D(y)=(-\infty; 0]$
2. $E(y)=[0; +\infty)$
3. убывающая

1. $D(y)=[0; +\infty)$
2. $E(y)=(-\infty; 0]$
3. убывающая



1. Убедиться в монотонности функции $y=f(x)$. Найти $D(f)$ и $E(f)$.
2. Выразить переменную x через y .
3. Переобозначить переменные. (Заменить x на y , y на x).
4. Проверить $D(f) = E(g)$, $E(f) = D(g)$.
5. Построить графики и проверить симметричность относительно прямой $y=x$

Нахождение формулы функции, обратной к функции $y=f(x)$

Пример 1

Найдите функцию, обратную к функции $y = 2x + 4$.

► Из равенства $y = 2x + 4$ можно однозначно выразить x через y :

$$x = \frac{1}{2}y - 2.$$

Эта формула задает обратную функцию, но в ней аргумент обозначен через y , а функция — через x .

Обозначим в полученной формуле аргумент через x , а функцию — через y .

Получаем функцию $y = \frac{1}{2}x - 2$, обратную к функции $y = 2x + 4$. ◁

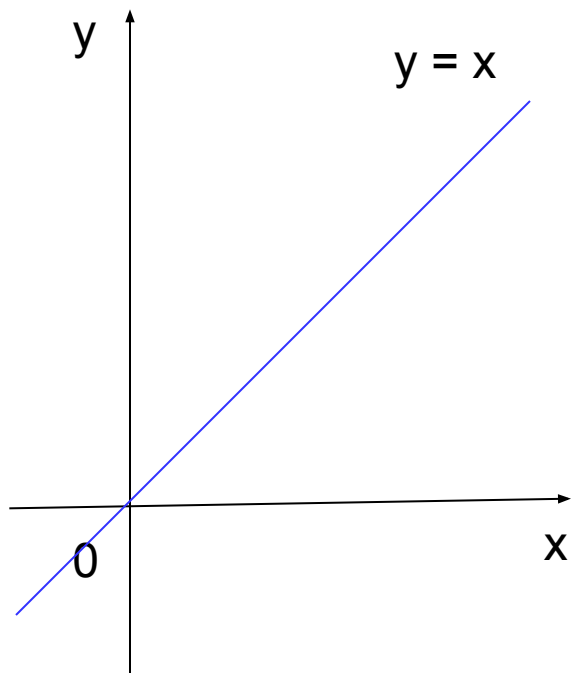
Пример 2 $y = \frac{1}{x-1}$

► Область определения: $x \neq 1$. Тогда из равенства $y = \frac{1}{x-1}$ имеем

$$xy - y = 1, \quad xy = y + 1, \quad x = \frac{y+1}{y}.$$

Обозначим аргумент через x , а функцию — через y и получим функцию $y = \frac{x+1}{x}$, обратную к заданной. ◁

Для заданной функции найдите обратную функцию и постройте их графики, проверив их симметричность относительно прямой $y = x$



$$1) y = -2x + 4$$

$$2) y = \sqrt{x} - 1$$

Проверка:

$$1) y = -2x + 4$$

$$D(y) = R, E(y) = R$$

$$2x = -y + 4$$

$$x = -\frac{1}{2}y + 2$$

Обратная

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$D(y) = R, E(y) = R$$

$$2) y = \sqrt{x} - 1$$

$$D(y) = [0; \infty), E(y) = [-1; \infty)$$

$$-\sqrt{x} = -y - 1$$

$$\sqrt{x} = y + 1$$

$$x = (y + 1)^2$$

Обратная

$$y = (x + 1)^2$$

$$D(y) = [-1; \infty), E(y) = [0; \infty)$$

Установите соответствие между функцией $f(x)$ и обратной к ней функцией $g(x)$

$$1) f(x) = 2x + 1$$

$$1) f(x) = 2x + 1$$

$$2) f(x) = 1 - 2x$$

$$2) f(x) = 1 - 2x$$

$$3) f(x) = \frac{1}{x+2}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{x+2}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{2-x}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{2-x}$$

$$5) f(x) = \frac{2}{x+2}$$

$$5) f(x) = \frac{2}{x+2}$$

Домашняя работа

1	2	3	4
$Y=3x-1$	$Y=(2x-1)/3$	$Y=x^2-1$	$Y=(x-1)^2$
<i>Проверь своё решение</i>			
