

Подготовка к

БГЭ

4



**Найдите наименьшее
(наибольшее) значение
функции на промежутке**

$$y = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5x - 52\cos x \text{ на } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3 \text{ на } \left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6}\right]$$

$$y = (x - 8)e^{x-7} \text{ на } [6; 8]$$

$$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 1 \text{ на } [1; 9]$$

$$y = \frac{x^2 - 25}{x} \text{ на } [-10; -1]$$

$$y = 2^{x^2 + 2x + 5}$$

значение y

**Найдите точку минимума
(максимума) функции**

$$y = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5x - 52\cos x$$

$$y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$$

$$y = (x - 8)e^{x-7}$$

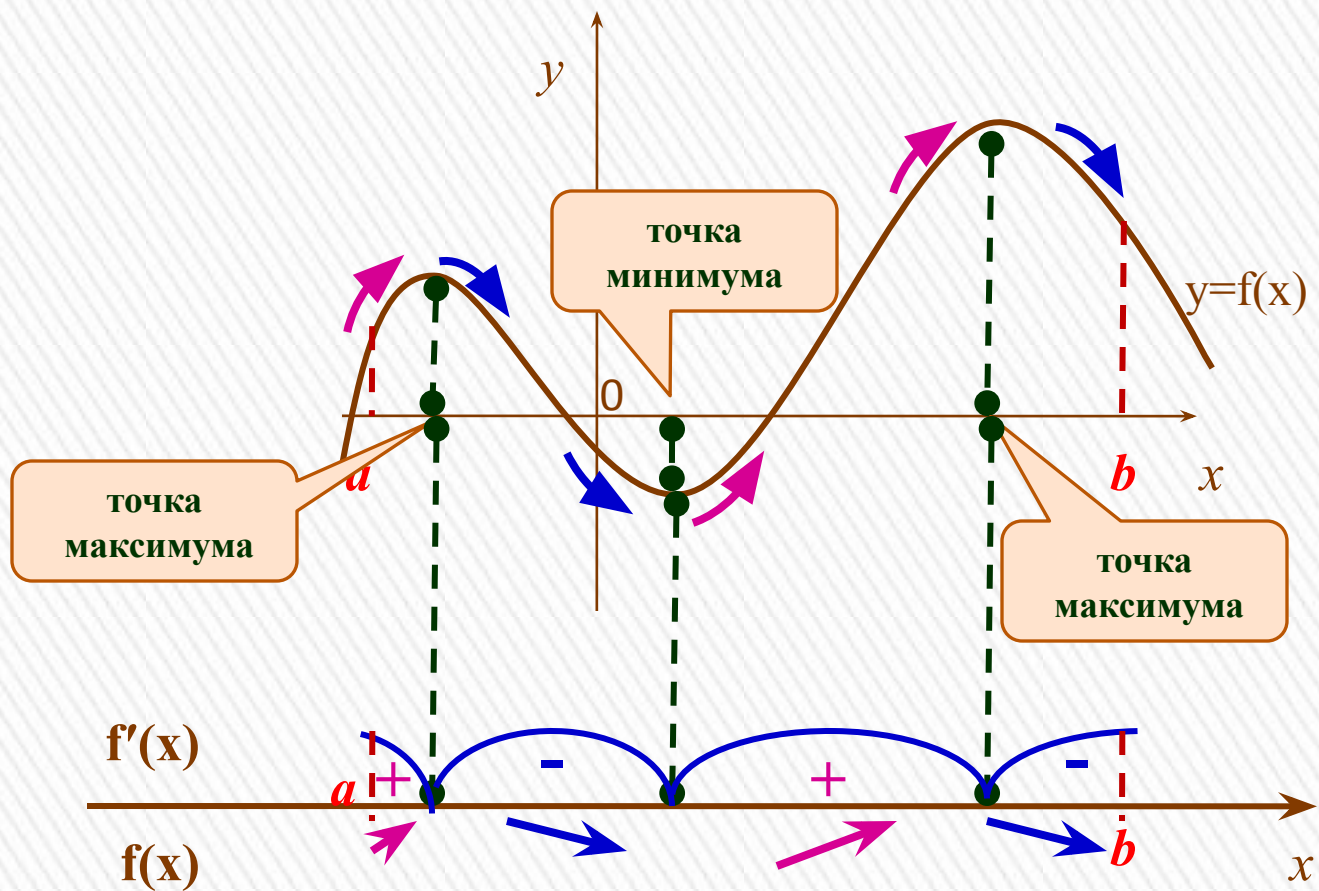
$$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 1$$

$$y = \frac{x^2 - 25}{x}$$

$$y = 2^{x^2 + 2x + 5}$$

значение x

Графическая интерпретация



Задание №1

Найдите точку максимума функции $y = 9 - 4x + 4x^2 - x^3$

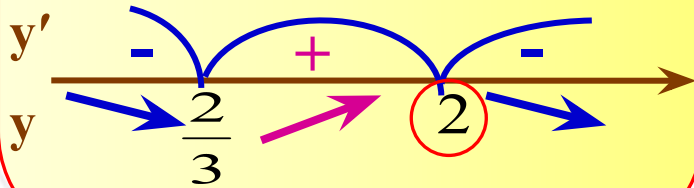
$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$y' = -4 + 8x - 3x^2$$

$$-4 + 8x - 3x^2 = 0$$

$$D = 16$$

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$$



Ответ: 2

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$	$(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$
$(x)' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

$$1. (f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$2. (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$3. \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$4. (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$5. [f(g(x))]'' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Задание №2

Найдите точку минимума

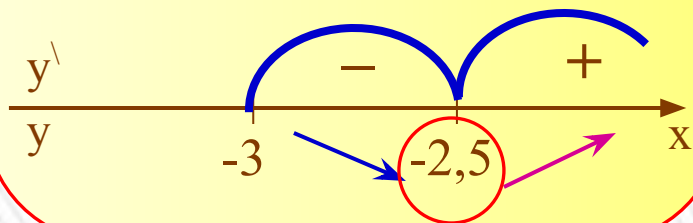
функции $y = 2x - \ln(x+3) + 7$

$$D(y) : x + 3 > 0$$

$$x > -3$$

$$y' = 2 - \frac{1}{x+3} = \frac{2x+6-1}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3}$$

$$\frac{2x+5}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5=0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases}$$



Ответ: -2,5

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$	$(x^2)' = 2x ; \quad (x^3)' = 3x^2$
$(x)' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} ; \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} ;$
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

1. $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
2. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
3. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
5. $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Задание №3

Найдите точку минимума

функции $y = (x^2 - 8x + 8) e^{6-x}$

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$D(y) = (-\infty; +\infty)$

$$\begin{aligned} y' &= (x^2 - 8x + 8)' e^{6-x} + (x^2 - 8x + 8)(e^{6-x})' = \\ &= (2x - 8)e^{6-x} + (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}(-1) = \\ &= e^{6-x}(2x - 8 - x^2 + 8x - 8) = e^{6-x}(-x^2 + 10x - 16) = \\ &= -e^{6-x}(x^2 - 10x + 16) = -e^{6-x}(x - 8)(x - 2) \end{aligned}$$

Правила дифференцирования.

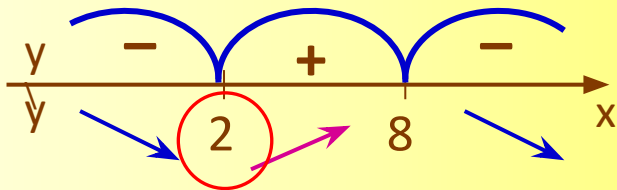
$$1. (f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$2. (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$3. \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$4. (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$5. [f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$



Ответ: 2

Задание №4

Найдите точку минимума функции

$$y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$$

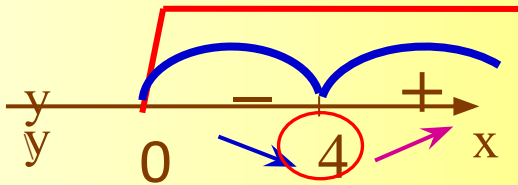
$$D(y) : x \geq 0$$

$$y' = x^{\frac{1}{2}} - 2 = \sqrt{x} - 2$$

$$\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$



Ответ: 4

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$	$(x^2)' = 2x ; \quad (x^3)' = 3x^2$
$(x)' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} ; \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} ;$
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

- $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
- $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
- $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
- $[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Задание №5

Найдите точку
максимума функции

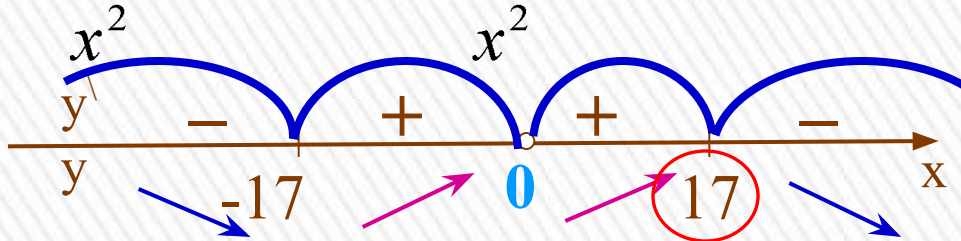
$$y = -\frac{x^2 + 289}{x}$$

$$D(y) : x \neq 0$$

$$y = -\frac{x^2}{x} - \frac{289}{x}$$
$$y = -x - 289 \cdot \frac{1}{x}$$

$$y = -x - 289 \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = -1 - 289 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{289}{x^2} = \frac{-x^2 + 289}{x^2} =$$
$$= \frac{289 - x^2}{x^2} = \frac{(17 - x)(17 + x)}{x^2}$$



Ответ: 17



Задание №6

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4x^2 - 4x - x^3 \quad \text{на отрезке } [1;3]$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$y' = 8x - 3x^2 - 4$$

$$-3x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$D = 16$$

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$$

$$y(1) = -1$$

$$y(3) = -3$$

$$y(2) = 0$$

Ответ: 0

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$	$(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$
$(x)' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

$$1. (f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$2. (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$3. \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$4. (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$5. [f(g(x))]'' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Задание №7

Найдите наименьшее значение функции

$$y = (x-3)(x+3)^2 \quad \text{на отрезке } [-2;2]$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$y' = (x+3)^2 + 2(x+3)(x-3)$$

$$(x+3)(x+3+2x-6) = 0$$

$$\begin{cases} x+3=0 \\ 3x-3=0 \end{cases}$$

$$x_1 = -3, x_2 = 1$$

$$y(-2) = -5$$

$$y(2) = -25$$

$$y(1) = -32$$

Ответ: -32

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$	$(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$
$(x)' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

$$1. (f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$2. (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$3. \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$4. (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$5. [f(g(x))]'' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Задание №8

Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^2 + 16}{x} \quad \text{на отрезке } [2;8]$$

$$y = \frac{x^2}{x} + \frac{16}{x}$$

$$y = x + 16 \cdot \frac{1}{x}$$

$$D(y) : x \neq 0$$

$$y' = 1 + 16 \cdot \left(-\frac{1}{x^2} \right) = 1 - \frac{16}{x^2} = \frac{x^2 - 16}{x^2}$$

$$\frac{x^2 - 16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 16 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Стационарные
точки $x = -4; 4$

$$-4 \notin [2;8]$$

$$0 \notin [2;8]$$

$$4 \in [2;8]$$

$$y(2) = 10 \quad y(8) = 10 \quad y(4) = 8$$

Ответ: 8