Подготовка к ЕГЭ

В14

Найдите наименьшее (наибольшее) значение функции на промежутке

$y=3+\frac{5\pi}{4}-5x-52\cos x$ на $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$y=2x^2-5x+\ln x-3$ на $\left[\frac{5}{6};\frac{7}{6}\right]$

$y=(x-8)e^{x-7}$ на $[6;8]$

$y=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-3x+1$ на $[1;9]$

$y=\frac{x^2-25}{x}$ на $[-10;-1]$

$y=2^{x^2+2x+5}$

значение y

Найдите точку минимума (максимума) функции

$y=3+\frac{5\pi}{4}-5x-52\cos x$

$y=2x^2-5x+\ln x-3$

$y=(x-8)e^{x-7}$

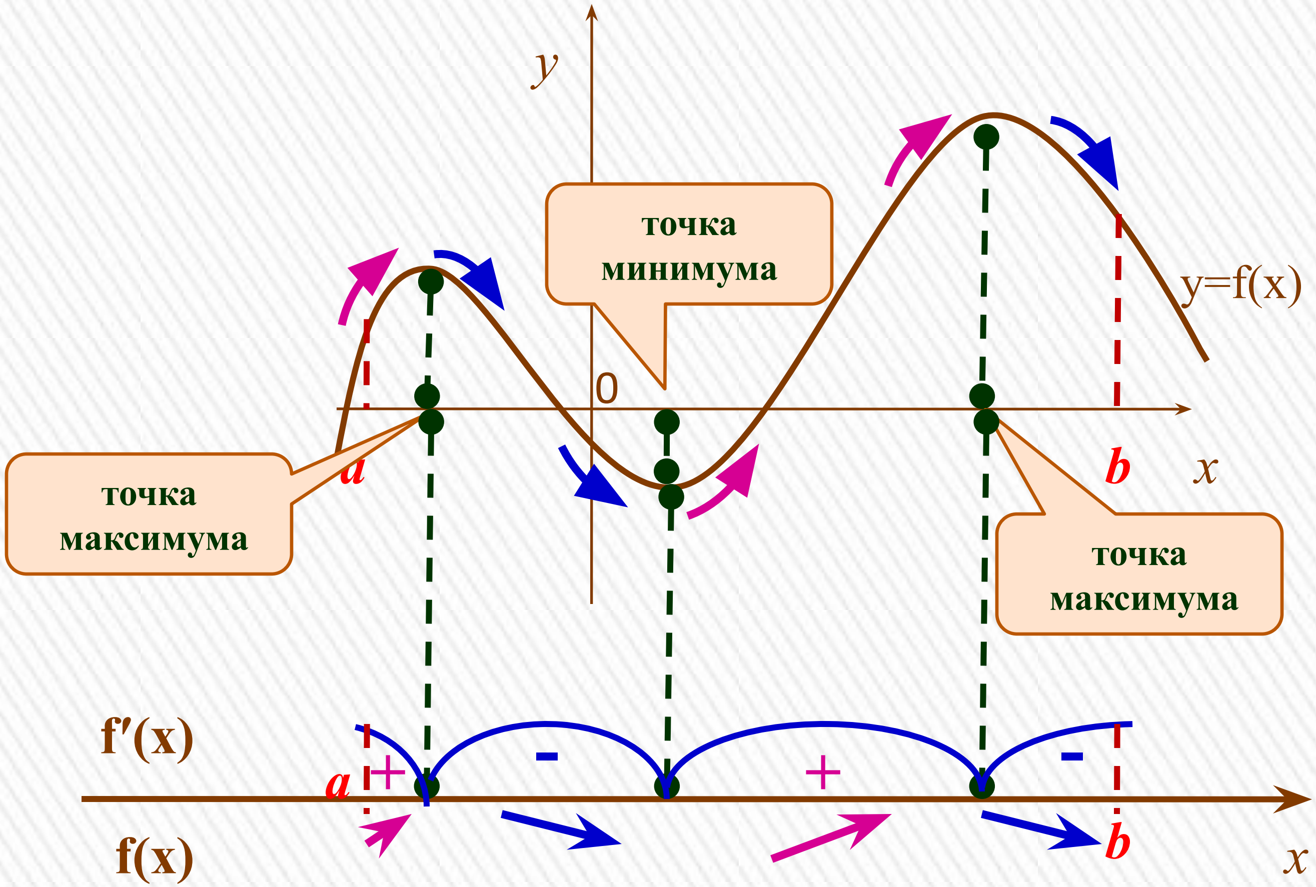
$y=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-3x+1$

$y=\frac{x^2-25}{x}$

$y=2^{x^2+2x+5}$

значение x

Графическая интерпретация



Задание №1

Найдите точку максимума функции $y = 9 - 4x + 4x^2 - x^3$

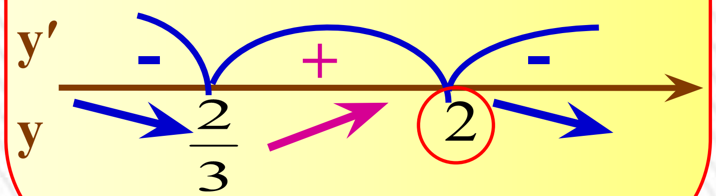
D(y)=(-∞;+∞)

$$y' = -4 + 8x - 3x^2$$

$$-4 + 8x - 3x^2 = 0$$

$$D = 16$$

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$$



Ответ: 2

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$ $(x)' = 1$	$(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

1. $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
2. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
3. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
5. $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

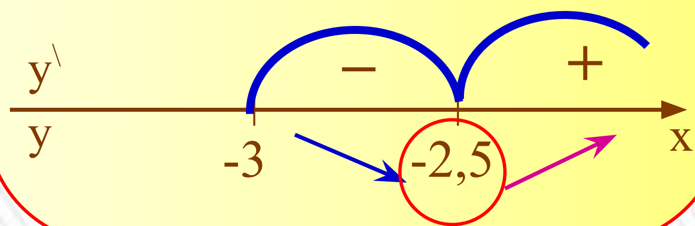
Задание №2

Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x+3) + 7$

$$D(y): x+3>0$$
$$x>-3$$

$$y' = 2 - \frac{1}{x+3} = \frac{2x+6-1}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3}$$

$$\frac{2x+5}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5=0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases}$$



Ответ: -2,5

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$ $(x)' = 1$	$(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

1.	$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
2.	$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
3.	$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4.	$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
5.	$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Задание №3

Найдите точку минимума функции $y=\left(x^2-8x+8\right)e^{6-x}$

Определение производной.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

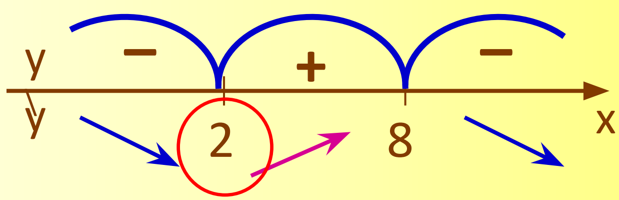
D(y)=(-∞;+∞)

$$y' = (x^2-8x+8)' e^{6-x} + (x^2-8x+8)(e^{6-x})' =$$

$$=(2x-8)e^{6-x}+(x^2-8x+8)e^{6-x}(-1)=$$

$$=e^{6-x}(2x-8-x^2+8x-8)=e^{6-x}(-x^2+10x-16)=$$

$$=-e^{6-x}(x^2-10x+16)=-e^{6-x}(x-8)(x-2)$$



Ответ: 2

Правила дифференцирования.

1.	$(f(x)\pm g(x))' = f'(x)\pm g'(x)$
2.	$(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
3.	$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4.	$(c\cdot f(x))' = c\cdot f'(x)$
5.	$[f(g(x))]' = f'(g(x))\cdot g'(x)$

Задание №4

Найдите точку минимума функции

$$y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-2x+1$$

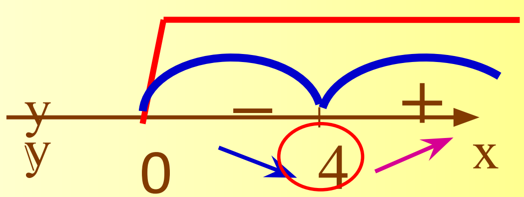
$$D(y):\ x\geq 0$$

$$y'=x^{\frac{1}{2}}-2=\sqrt{x}-2$$

$$\sqrt{x}-2=0$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$x=4$$



Ответ: 4

Определение производной.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)'=p\cdot x^{p-1}$ $(x)'=1$	$(x^2)'=2x$; $(x^3)'=3x^2$ $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)'=e^x$	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$
$(\sin x)'=\cos x$	$(\cos x)'=-\sin x$
$(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

1. $(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$
2. $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
3. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4. $(c\cdot f(x))'=c\cdot f'(x)$
5. $[f(g(x))]'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

Задание №5

Найдите точку максимума функции $y = -\dfrac{x^2+289}{x}$

$$D(y): x \neq 0$$

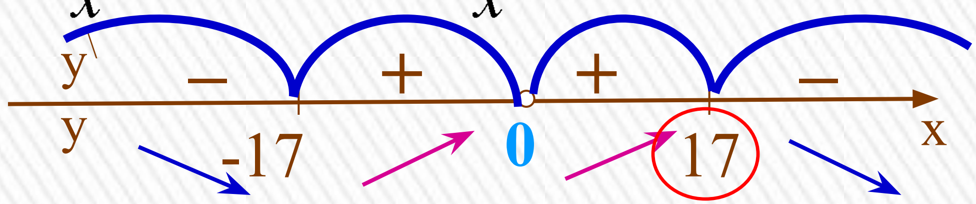
$$y = -\frac{x^2}{x} - \frac{289}{x}$$

$$y = -x - 289 \cdot \frac{1}{x}$$

$$y = -x - 289 \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = -1 - 289 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{289}{x^2} = \frac{-x^2+289}{x^2} =$$

$$= \frac{289 - x^2}{x^2} = \frac{(17-x)(17+x)}{x^2}$$



Ответ: 17

Задание №6

Найдите наибольшее значение функции

$y = 4x^2 - 4x - x^3$ на отрезке [1;3]

D(y)=(-∞;+∞)

$y' = 8x - 3x^2 - 4$

$-3x^2 + 8x - 4 = 0$

$D = 16$

$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$

y(1)=-1

y(3)=-3

y(2)=$\boxed{0}$

Ответ: 0

Определение производной.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$ $(x)' = 1$	$(x^2)' = 2x$; $(x^3)' = 3x^2$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

1.	$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
2.	$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
3.	$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4.	$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
5.	$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Задание №7

Найдите наименьшее значение функции

$y=(x-3)(x+3)^2$ на отрезке [-2;2]

D(y)=(-∞;+∞)

$$y'=(x+3)^2+2(x+3)(x-3)$$

$$(x+3)(x+3+2x-6)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ 3x-3=0 \end{array}\right.$$

$$x_1=-3, x_2=1$$

y(-2)=-5

y(2)=-25

y(1)=$\boxed{-32}$

Ответ: -32

Определение производной.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Таблица производных.

$(x^p)'=p\cdot x^{p-1}$ $(x)'=1$	$(x^2)'=2x$; $(x^3)'=3x^2$ $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$;
$(e^x)'=e^x$	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$
$(\sin x)'=\cos x$	$(\cos x)'=-\sin x$
$(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования.

1. $(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$
2. $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
3. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4. $(c\cdot f(x))'=c\cdot f'(x)$
5. $[f(g(x))]'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

Задание №8

Найдите наименьшее значение функции

$$y=\frac{x^2+16}{x}$$ на отрезке [2;8]

$$y=\frac{x^2}{x}+\frac{16}{x}$$

$$y=x+16\cdot\frac{1}{x}$$

$$D(y):x\neq 0$$

$$y'=1+16\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=1-\frac{16}{x^2}=\frac{x^2-16}{x^2}$$

$$\frac{x^2-16}{x^2}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-16=0\\x\neq 0\end{cases}$$

Стационарные точки x = -4;4

$$-4\notin[2;8]$$

$$0\notin[2;8]$$

$$4\in[2;8]$$

$$y(2)=10\quad y(8)=10\quad y(4)=8$$

Ответ: 8