

ИНФОРМАЦИЯ

U:\phys\Для

ФЗО_заочное

обучение\КОНТРОЛЬНЫЕ

(для АС571)

ГЛАДКОВСКИЙ



ЛЕКЦИЯ 1

МЕХАНИКА



Основная литература: Учебники

**Трофимова Т.И. Курс
физики: учеб. пособие
для вузов. – 7-е изд.,
стер. – М.: Высш.
школа, 2003. – 542 с.:
ил.**

Литература для практических и домашних заданий

Гладковский В.И. Пособие для самостоятельной работы по курсу «Физика» (Учебно-методическое пособие) – Брест: Изд-во БрГТУ, 2009.– 98 с.



ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. И.В. Савельев, Курс физики. ч.1;
2. А.А. Детлаф, Б.М.Яворский Курс физики.
3. Фейнмановские лекции по физике.



Контрольная работа №1, ЧАСТЬ 1

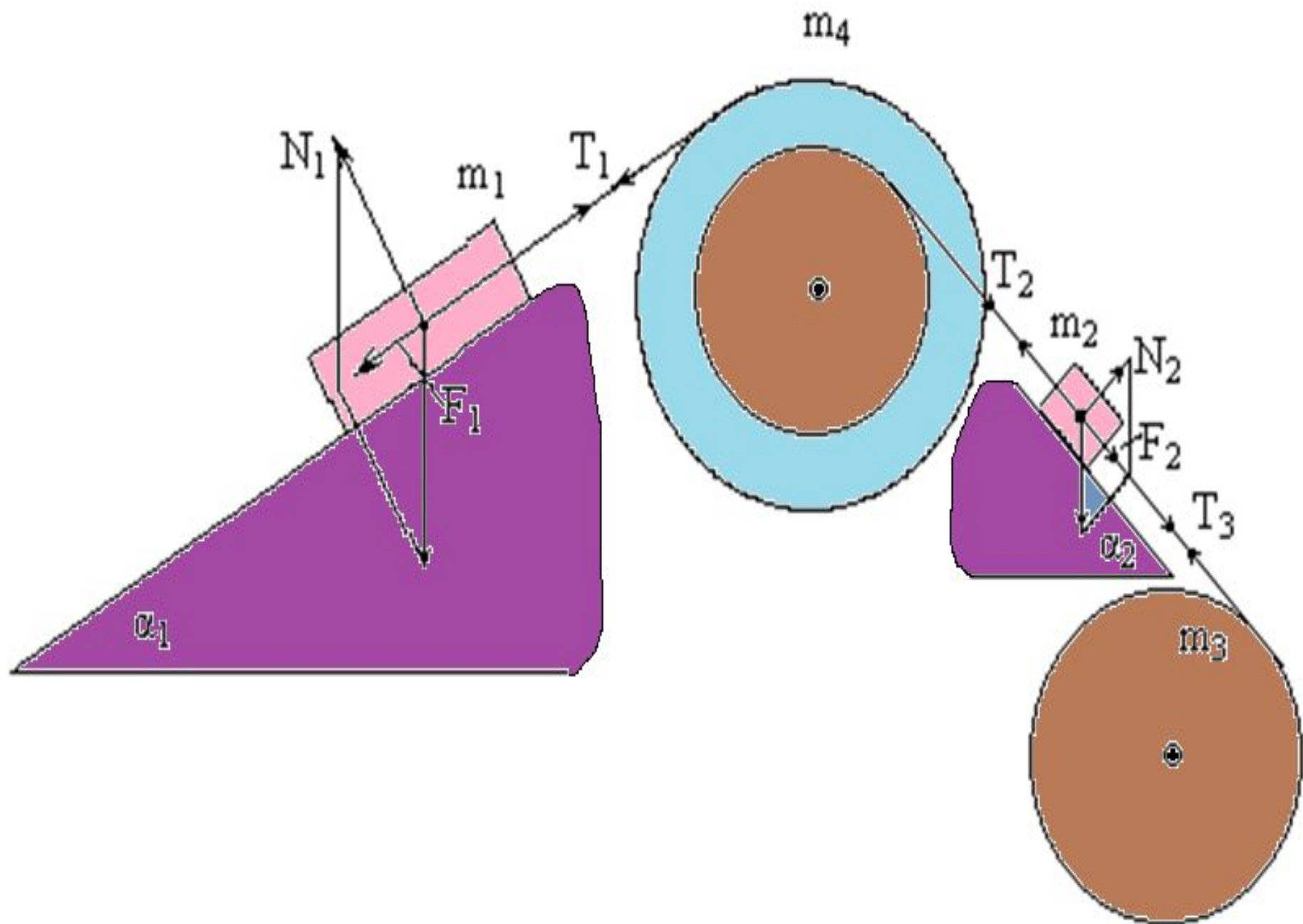
*"Кинематики,
динамика и законы
сохранения"*

Вариант 999

Система, показанная на рисунке, состоит из грузов массами m_1 и m_2 , которые движутся поступательно. К грузам прикреплены невесомые нерастяжимые нити, перекинутые или намотанные на блоки массами m_3 и m_4 , которые могут без трения вращаться вокруг горизонтальных осей. Блок массой m_3 – сплошной цилиндр, а блок массой m_4 – ступенчатый цилиндр с радиусами ступеней r_4

и r_3 одинаковой высоты.

$$\begin{array}{lll} m_1 = 7,0 \text{ кг}; & m_3 = 5,5 \text{ кг}; & r_3 = 0,55 \text{ м}; \quad r_4 = 0,55 \text{ м}; \\ m_2 = 0,80 \text{ кг}; & m_4 = 3,4 \text{ кг}; & R_4 = 1,25 \text{ м}; \quad T = 0,55 \text{ с} \\ \alpha = 30^\circ; & \mu = 0,40; & \end{array}$$



Система начинает движение из состояния покоя.

Считая, что все нити и участки плоскостей имеют достаточную длину, выполнить следующие задания:

- 1). Найти ускорения грузов массами m_1 и m_2 и угловые ускорения блоков ε_3 , ε_4 . Принять $r_3=r_4$.
- 2). Найти силы натяжения всех нитей.
- 3). Найти силы реакции осей обоих блоков.
- 4). Найти скорости грузов, угловые скорости блоков и пути, пройденные грузами спустя время τ после начала движения.

5). Используя кинематические формулы, найти ускорение точки на внешнем радиусе блока m_4 спустя время τ после начала движения по величине и направлению, если вначале эта точка находится в крайнем нижнем положении.

6). Найти относительную скорость грузов m_1 и m_2 по величине и направлению в указанный момент.

7). Используя закон изменения механической энергии, найти другим способом ускорения, скорости грузов, угловые ускорения и скорости блоков.

РЕШЕНИЕ:

1-2. Найдем ускорения грузов и силы натяжения нитей.

Определим направление движения системы, которая находится под действием сил тяжести грузов m_1 и m_2 . Момент силы m_2g на блоке 4 равен, $m_2gr_4\sin(\alpha+15^\circ)=0,80\text{кг}\cdot 10\text{м/с}^2\cdot 0,55\text{м}/\sqrt{2}=6.25\text{Нм}$. Момент силы от массы m_1 на том же блоке равен $m_1g\sin(\alpha)r_4$ оказывается существенно больше. Следовательно, груз m_2 будет двигаться вверх, а m_1 - вниз по наклонным плоскостям. При этом сила трения будет действовать против движения грузов.

Введем следующие обозначения:

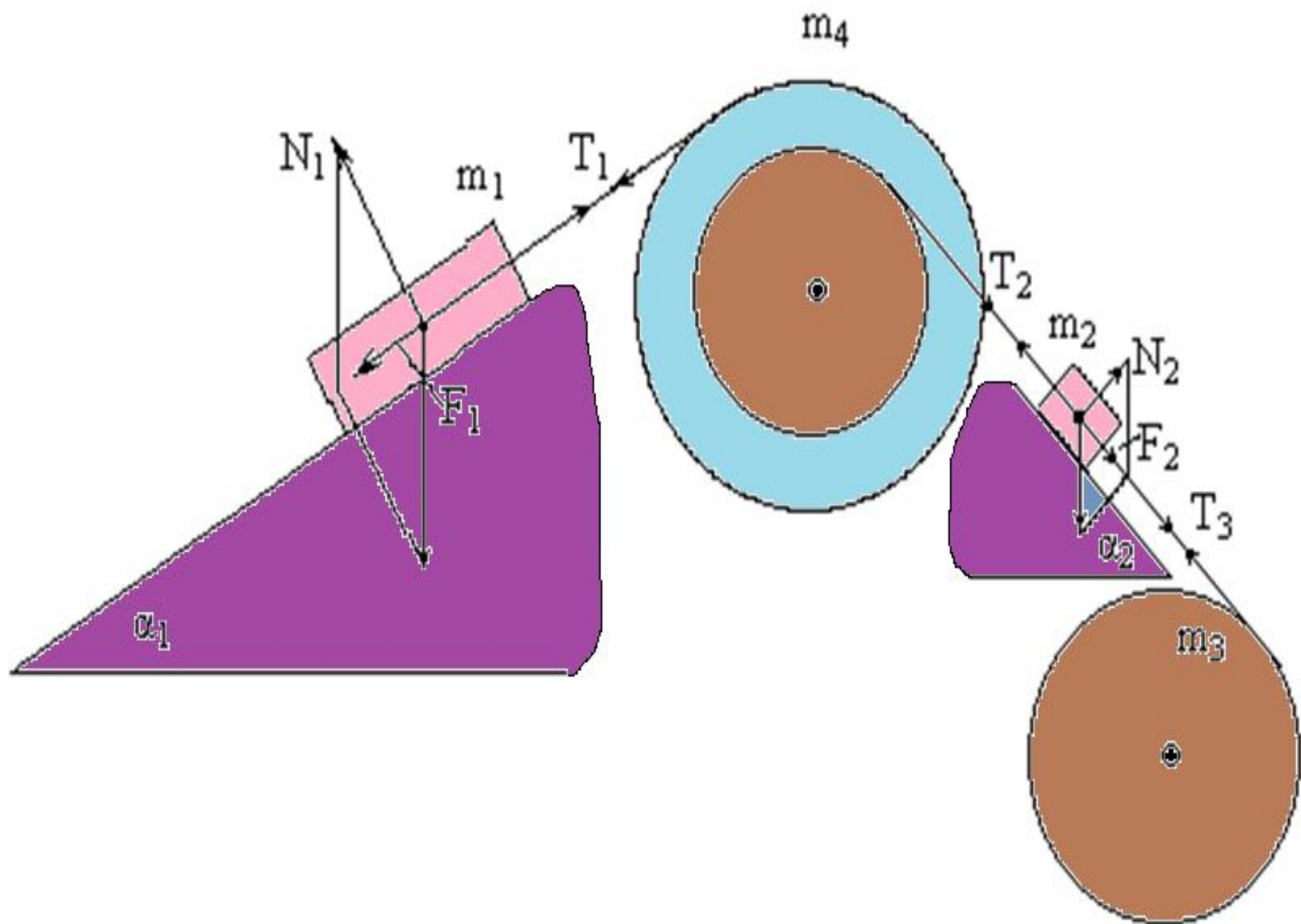
F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 ;$$
$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad J_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$



Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 ;$$
$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза реакции опоры N_1 , силы трения первого груза наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 ;$$
$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(1 + \left(\frac{r_4}{R_4} \right)^4 \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза реакции опоры N_1 , силы трения первого груза на наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующая второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 ;$$
$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad J_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4} \right)^4}{\left(\frac{r_4}{R_4} \right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза реакции опоры N_1 , силы трения первого груза наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих с второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

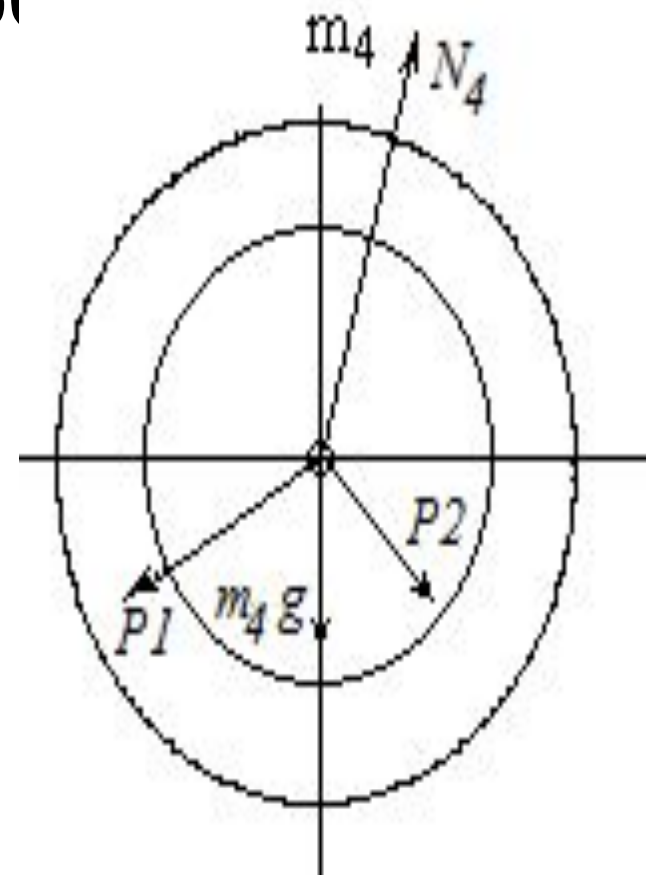
$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad J_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Силы натяжения нитей получились положительными. В действительности каждая из них - это пара сил, растягивающих нить в противоположные стороны. Таким образом, полученные ответы правдоподобны.

3. Вычислим силы реакции осей обоих блоков. Для этого сделаем перенос сил натяжения нитей, действующих на блоки в центры блоков. При переносе сил необходимо добавить соответствующие вращающие моменты. Эти моменты не вызывают сил реакции, поскольку трение на осях отсутствует. В результате мы получим на оси блока 4 картину сил, показанную на рисунке 2.



Введем следующие обозначения:
 F_1 - равнодействующая сил тяжести и реакции опоры N_1 , силы трения по наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая сил тяжести и второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1)$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2)$$

Вычислим моменты инерции бруса:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right)$$

5. Определим полное ускорение точки на внешнем радиусе блока 4,

Это ускорение включает в себя две составляющие: тангенциальную и нормальную. Тангенциальная направлена по касательной к траектории т.е. к окружности 4 блока и равна

$$a_{\tau} = \varepsilon_4 R_4 = 0.775 \text{ м/с}^2 \quad (19)$$

Нормальная составляющая - это центростремительно ускорение, равное

$$a_n = -R_4 \omega_4^2 = \quad (20)$$

Знак "-" означает, что ускорение направлено против радиуса блока к его центру.

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad J_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

7. Используя закон изменения механической энергии найти другим способом скорости грузов и угловые скорости блоков в заданной точке их движения.

Допустим, что к какому-то моменту времени t после начала движения первый груз прошел путь s_1 . При этом он опустился по вертикали на высоту $h_1 = s_1 \cdot \sin(\alpha_1)$. Поскольку грузы m_1 и m_2 связаны нерастяжимой нитью, второй груз пройдет путь $s_2 = s_1 \cdot r_4 / R_4$ и поднимется на высоту $h_2 = s_2 \cdot \sin(\alpha_2) = s_1 \cdot r_4 \cdot \sin(\alpha_2) / R_4$. Изменение потенциальной энергии грузов равно $\Delta U = m_1 \cdot g \cdot h_1 - m_2 \cdot g \cdot h_2$. Часть этой разностной энергии превратится в работу по преодолению трения, а оставшаяся часть - в кинетическую энергию грузов и блоков.

Выразим все энергии и работы через ускорение первого груза и время движения. Это позволит получить уравнение для a_1 , а не систему 7 уравнений с 7 неизвестными. Перемещение первого груза $s_1 = a_1 t^2 / 2$. Высота, на которую он опустится $h_1 = \sin(\alpha_1) * (a_1 t^2 / 2)$. Путь второго груза $s_2 = s_1 * r_4 / R_4$ и высота, на которую он поднимется $h_2 = \sin(\alpha_2) * (a_1 t^2 / 2) * r_4 / R_4$.

Освободившееся потенциальная энергия

$$\Delta U = m_1 g \sin(\alpha_1) * (a_1 t^2 / 2) - m_2 g * \sin(\alpha_2) * (a_1 t^2 / 2) * r_4 / R_4 =$$

$$g * (a_1 t^2 / 2) * (m_1 * \sin(\alpha_1) - m_2 * \sin(\alpha_2) * r_4 / R_4)$$

Кинетическая энергия первого груза $T_1 = m_1 v_1^2 / 2 = m_1 a_1^2 t^2 / 2$

Кинетическая энергия второго груза

$$T_2 = m_2 v_2^2 / 2 = m_2 a_1^2 t^2 r_4^2 / (2 R_4^2)$$

Кинетическая энергия блока m_3 : $T_3 = j_3 \omega_3^2 / 2 = j_3 a_1^2 t^2 r_4^2 / (2 r_3^2 R_4^2)$

Кинетическая энергия блока m_4 : $T_4 = j_4 \omega_4^2 / 2 = j_4 a_1^2 t^2 / (2 R_4^2)$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$\begin{aligned} j_3 &= \frac{m_3 r_3^2}{2}; & j_4 \\ &= \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза реакции опоры N_1 , силы трения первого груза наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Изменение потенциальной энергии будет обусловлено изменением высоты расположения грузов груз m_1 опустится, пройдя с ускорением a_1 путь - S вниз по наклонной плоскости. Длина пути определится формулой пути при равноускоренном движении $S_1 = a_1 t^2 / 2$. Высота, на которую опустится груз равна $h_1 = S_1 * \sin(\alpha)$. Изменение потенциальной энергии будет равно

$U_1 = m_1 g h_1 = \sin(\alpha_1) * m_1 * g * a_1 * t^2 / 2$. Аналогичный подсчет изменения потенциальной энергии второго груза даст аналогичную формулу:

$U_2 = m_2 * g * h_2 = \sin(\alpha_2) * m_2 * g * a_2 * t^2 / 2$. Поскольку второй груз поднимается, а первый опускается изменение потенциальной энергии всей системы будет равно разности $U_1 - U_2$.

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad J_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1;$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad J_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(1 + \left(\frac{r_4}{R_4} \right)^2 \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести g реакции опоры N_1 , силы трения первого μ_1 наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующего второго груза. Векторы этих сил показаны рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 ;$$
$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2 .$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2} ; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (3)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза m_1 , реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза и реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

F_1 - равнодействующая силы тяжести груза и реакции опоры N_1 , силы трения первого груза о наклонную плоскость;

F_2 - равнодействующая соответствующих сил второго груза. Векторы этих сил показаны на рисунке, а их модули можно вычислить по формулам:

$$F_1 = m_1 g \sin(\alpha_1) - m_1 g \cos(\alpha_1) \mu_1 :$$

$$F_2 = m_2 g \sin(\alpha_2) + m_2 g \cos(\alpha_2) \mu_2.$$

Вычислим моменты инерции блоков:

$$j_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}; \quad j_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^4}{1 + \left(\frac{r_4}{R_4}\right)^2} \right) \quad (1)$$

Уравнения (40) и (41) совпадают с уравнениями (4), т.е. с исходными уравнениями для нахождения ускорений a_1 и a_2 . Поэтому найденные величины ускорений, конечно, удовлетворяют уравнениям (40) и (41). Т.о. теорема об ускорении центра масс выполняется.