



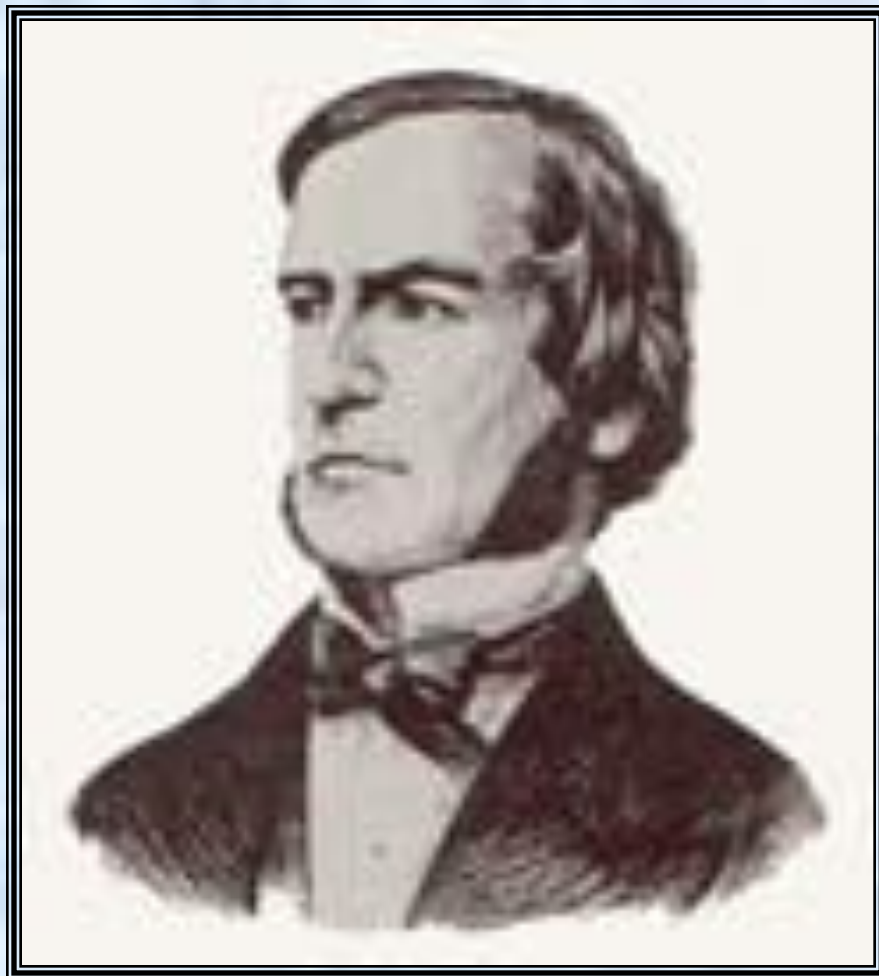
ОСНОВЫ ЛОГИКИ





Алгебра логики (булева алгебра) -
это раздел математики, изучающий
высказывания, рассматриваемые со
стороны их логических значений
(истинности или ложности) и
логических операций над ними.





Джордж Буль





Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.



Пример:

«Трава зеленая» - истинное высказывание.

«Лев – птица» - ложное высказывание.





Не всякое предложение является
ЛОГИЧЕСКИМ ВЫСКАЗЫВАНИЕМ.

Пример:

«ученик десятого класса»
«информатика — интересный предмет».



Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если... , то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются логическими связками.



Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются **составными.**

Высказывания, не являющиеся составными, называются **элементарными.**



Пример:

Элементарные высказывания:

«Петров — врач»,

«Петров — шахматист»

Составные высказывания:

1. *"Петров — врач и шахматист"*, понимаемое как *"Петров — врач, хорошо играющий в шахматы"*.
2. *"Петров — врач или шахматист"*, понимаемое в алгебре логики как *"Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно"*.



Чтобы обращаться к логическим высказываниям, их обозначают буквами.

Пример:

$A = \text{«Луна – спутник Земли»}, A = 1$

$B = \text{«} 3 * 2 = 5 \text{»}, B = 0$



Пример:

A = "Тимур поедет летом на море",

B = "Тимур летом отправится в горы".

*A и B = "Тимур летом побывает и на море,
и в горах»*



Операции над логическими высказываниями



Таблица истинности это табличное представление логической схемы (операции), в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных сигналов (операндов) вместе со значением истинности выходного сигнала (результата операции) для каждого из этих сочетаний.

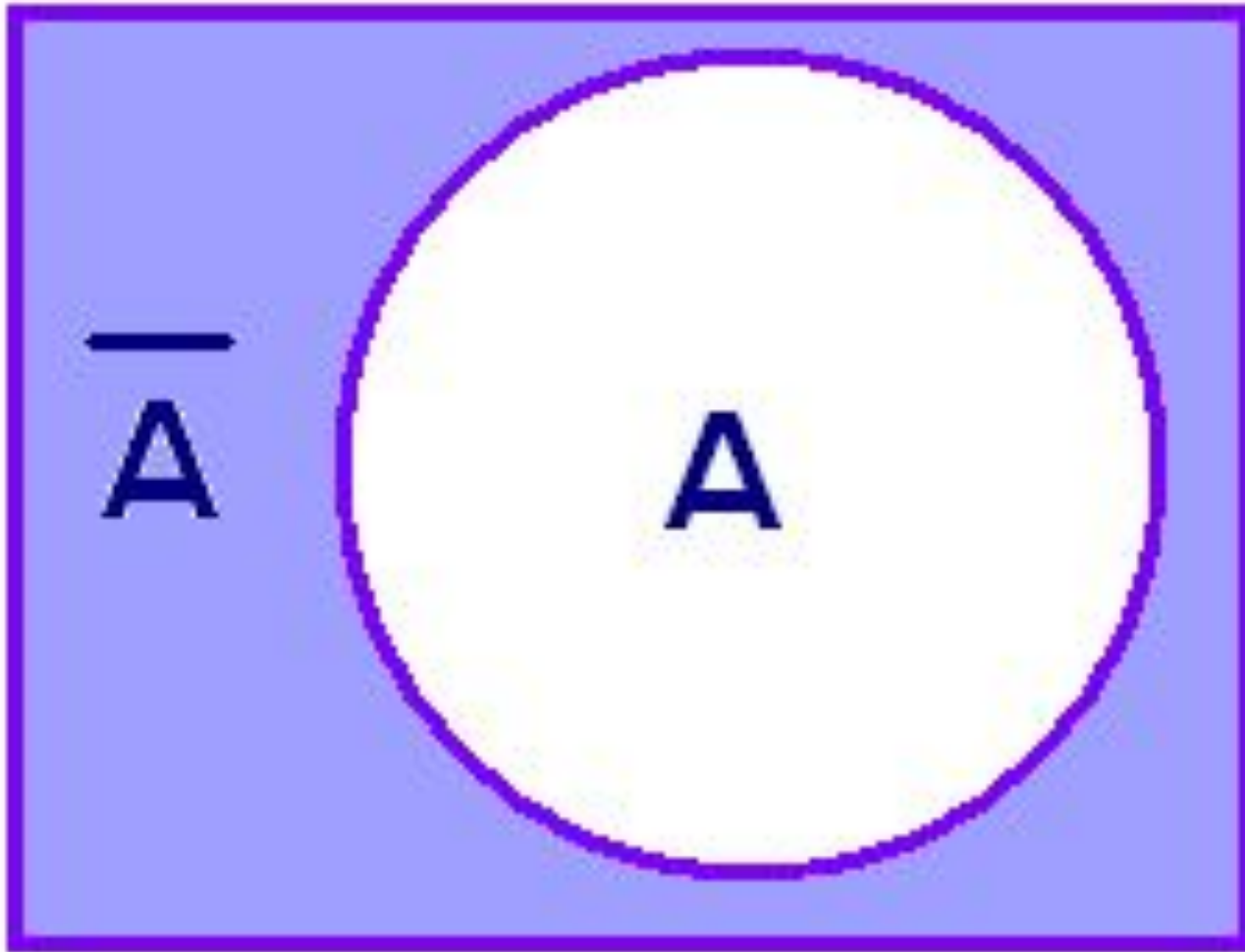


Логическое «отрицание»

(инверсия или НЕ) обозначается чертой над высказыванием \bar{A} .



Диаграмма Эйлера-Венна:



Пример:

$A = \langle \text{Луна} \text{ — спутник Земли} \rangle$

$\bar{A} = \langle \text{Луна} \text{ — не спутник Земли} \rangle$

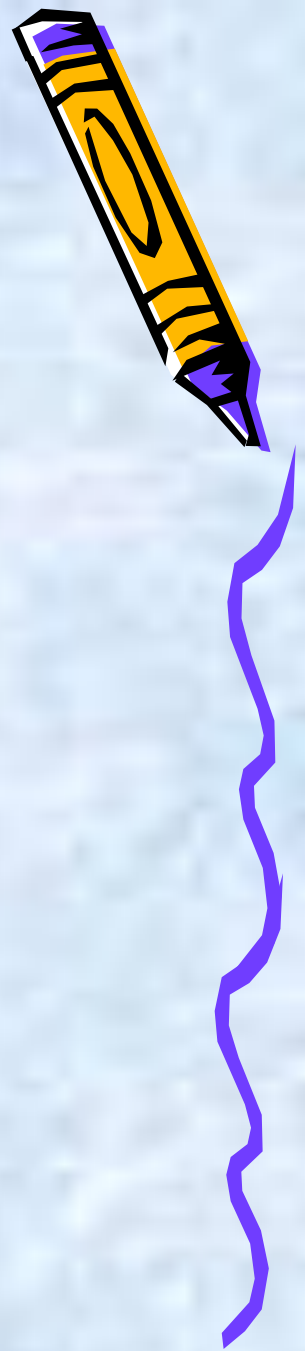


Таблица истинности

A	\bar{A}
0	1
1	0

Высказывание A истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.



Логическое умножение

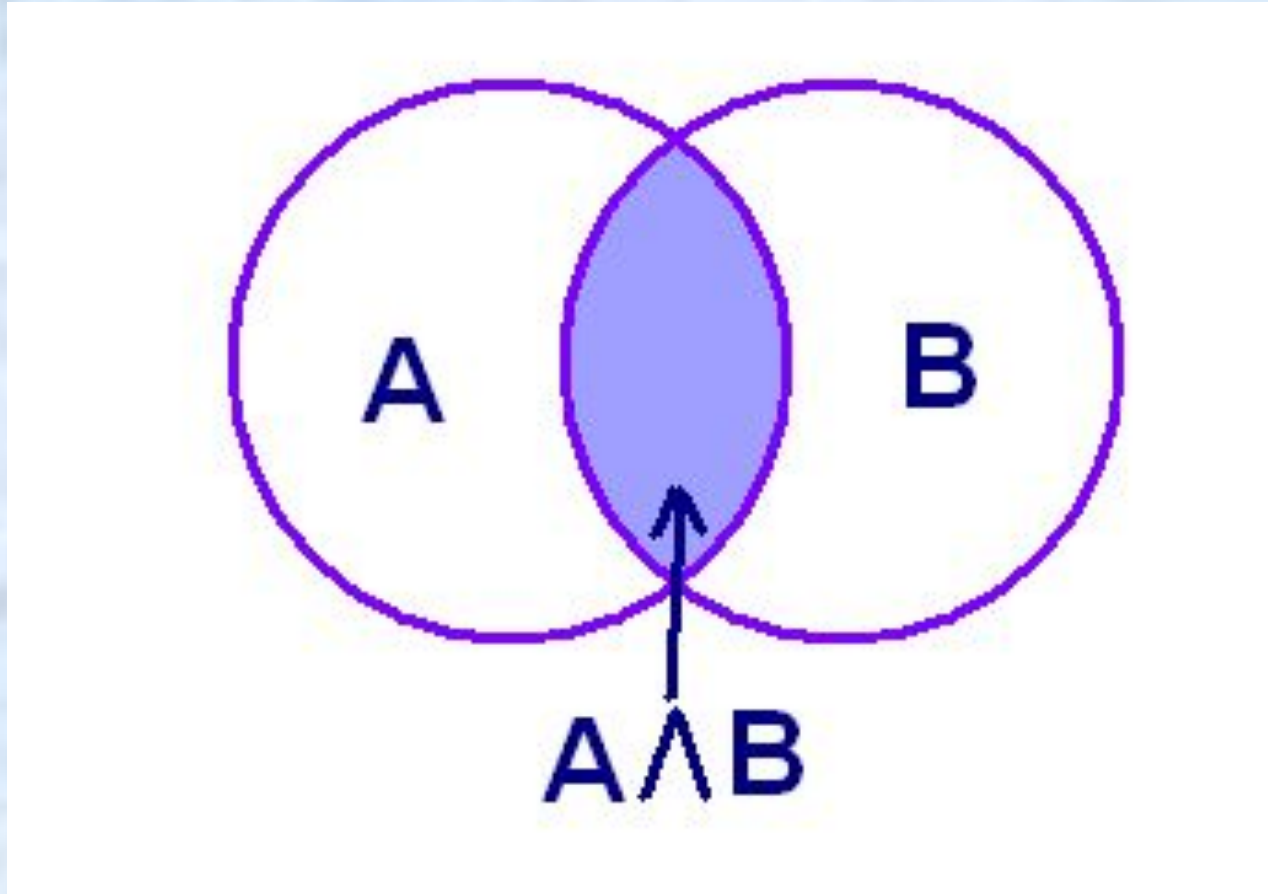


(«и», конъюнкция (лат. conjunctio — соединение)) обозначается точкой "·" (может также обозначаться знаками \wedge или $\&$).

$A \cdot B$, $A \wedge B$, $A \& B$



Диаграмма Эйлера-Венна:



Пример:

$A = \langle 10 \text{ делится на } 2 \rangle, A = 1$

$B = \langle 5 \text{ больше } 3 \rangle, B = 1$

$C = \langle 4 - \text{нечётное число} \rangle, C = 0$

$A \ \& \ B = \langle 10 \text{ делится на } 2 \text{ и } 5 \text{ больше } 3 \rangle, A \ \& \ B = 1$

$A \ \& \ C = \langle 10 \text{ делится на } 2 \text{ и } 4 - \text{нечётное число} \rangle,$

$A \ \& \ C = 0$



Таблица истинности

X	Y	X&Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1



Высказывание $A \cdot B$ истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B истинны.



Логическое сложение

(«или», дизъюнкция (лат. disjunctio — разделение) обозначается знаком \vee или $+$.)

$$A \vee B, \quad A + B$$

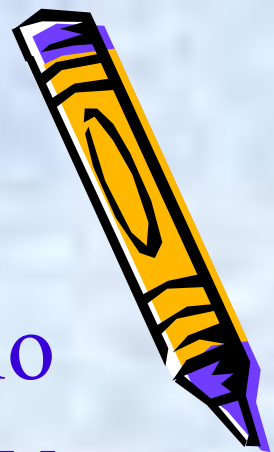


Диаграмма Эйлера-Венна:

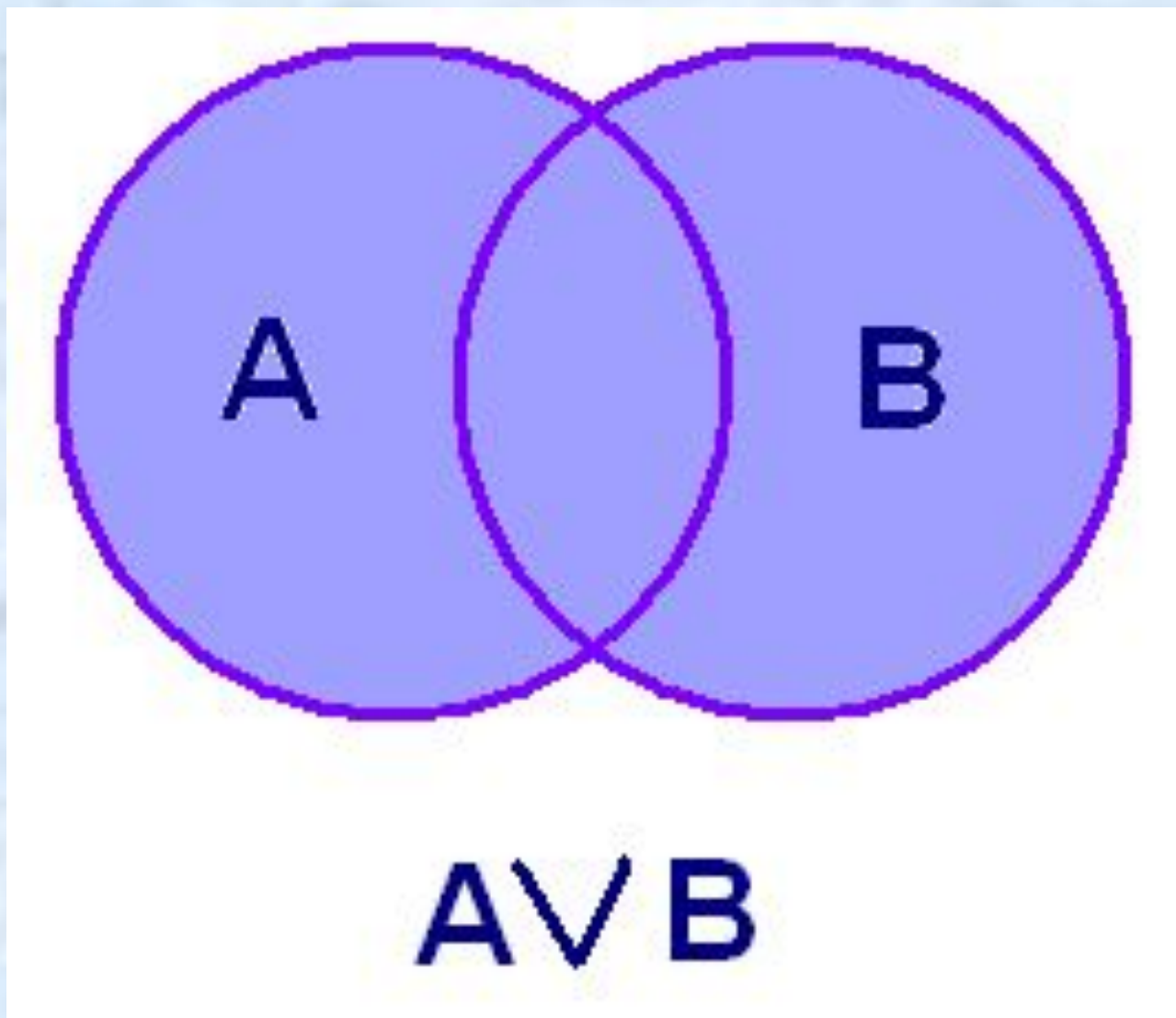


Таблица истинности

X	Y	X+Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Высказывание $A \vee B$ ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.



Импликация (лат. *implico* — тесно
связаны)

-операция, выражаемая связками *«если
..., то...»*, *«из ... следует...»*, *«...
влечет ...»*.

Обозначается знаком \rightarrow .

$A \rightarrow B$



Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Высказывание $A \rightarrow B$ ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B – ложно.



Эквиваленция (двойная импликация)



- операция, выражаемая связками «*тогда и только тогда*», «*необходимо и достаточно*», «*... равносильно ...*»

Обозначается знаком \leftrightarrow или \sim .

$$A \leftrightarrow B, \quad A \sim B.$$



Таблица истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

-Высказывание $A \leftrightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают.



Пример:

$A = \text{«}10 \text{ делится на } 2\text{»}, A = 1$

$B = \text{«}5 \text{ больше } 3\text{»}, B = 1$

$C = \text{«}4 \text{ – нечётное число»}, C = 0$

$K = \text{«}3 \text{ – чётное число»}, K = 0$

$A + B = \text{«}10 \text{ делится на } 2 \text{ или } 5 \text{ больше } 3\text{»}, A + B = 1$

$A + C = \text{«}10 \text{ делится на } 2 \text{ или } 4 \text{ – нечётное число»},$

$A + C = 1$

$C + K = \text{«}4 \text{ – нечётное число или } 3 \text{ – чётное число»},$

$C + K = 0$





Порядок выполнения логических операций

1. Сначала выполняется операция отрицания (“не”),
2. Затем конъюнкция (“и”),
3. После конъюнкции — дизъюнкция (“или”),
4. В последнюю очередь — импликация и эквиваленция.



Законы логики.

1. $A \rightarrow B = \neg A \vee B$
2. Законы де Моргана $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
 $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
3. Законы коммутативности $A \& B \Leftrightarrow B \& A$
 $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
4. Законы ассоциативности $(A \& B) \& C \Leftrightarrow A \& (B \& C)$
 $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
5. Законы дистрибутивности $A \& (B \vee C) \Leftrightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$
 $A \vee (B \& C) \Leftrightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$
6. Законы поглощения $A \& (A \vee B) \Leftrightarrow A$
 $A \vee (A \& B) \Leftrightarrow A$
7. Законы противоречия $A \& \neg A = 0$
8. Закон исключения третьего $A \vee \neg A = 1$
9. Закон двойного отрицания $\neg \neg A = A$
10. Закон контрапозиции $A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \rightarrow \neg B$



Список использованных источников информации.

1. <http://elektrik.info/main/fakty/229-buleva-algebra-chast-1-nemnogo-istorii.html>
2. <http://booleanalgebra.narod.ru/>
3. <http://www.mirea.ac.ru/d1/metodika/Indexmet.htm>
4. <http://alglib.sources.ru/articles/logic.php>
5. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%90>
6. <http://www.sch861.ru/2-school/3-11-ikt/ikt/urok/logica/2.html>
7. <http://kpolyakov.narod.ru/school/ege.htm>
8. *О.Б. Богомолова* Логические задачи. — М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005
9. *В.Ю. Лыскова, Е.А. Ракитина* Логика в информатике. — М. “Информатика и образование”. 1999 г.
10. *С.С. Коробков* Элементы математической логики и теории вероятности. — Екатеринбург, 1999
11. *М.И. Башмаков* Уроки математики. Выпуск 4. Учимся логике. — Санкт-Петербург “Информатизация образования”, 2000 г.
12. *А.П. Бойко* Практикум по логике. — М. “Издательский центр АЗ”, 1997 г.
13. *А.С. Жилин* Логические задачи.

