



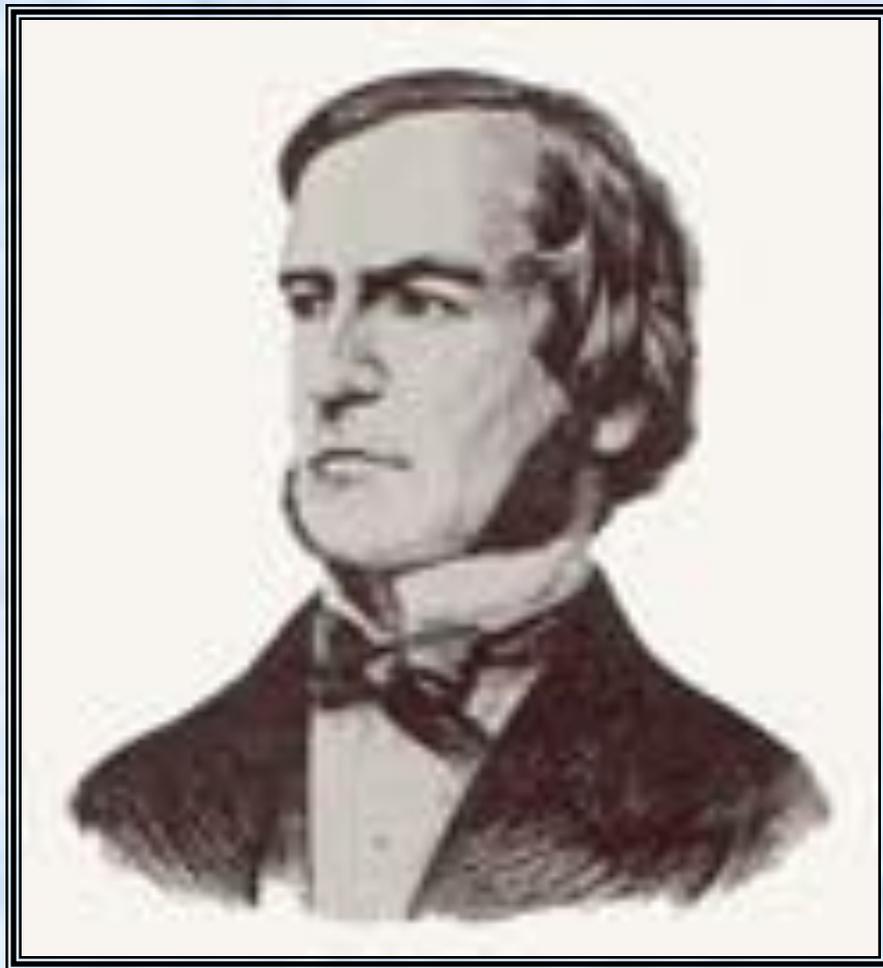
# ОСНОВЫ ЛОГИКИ





*Алгебра логики (булева алгебра)* -  
это раздел математики, изучающий  
высказывания, рассматриваемые со  
стороны их логических значений  
(истинности или ложности) и  
логических операций над ними.





Джордж Буль





*Логическое высказывание* — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.



Пример:

«Трава зеленая» - истинное высказывание.

«Лев – птица» - ложное высказывание.





Не всякое предложение является  
ЛОГИЧЕСКИМ ВЫСКАЗЫВАНИЕМ.

Пример:

«ученик десятого класса»  
«информатика — интересный предмет».



Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если... , то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются логическими связками.



Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются *составными.*

Высказывания, не являющиеся составными, называются *элементарными.*



## Пример:

Элементарные высказывания:

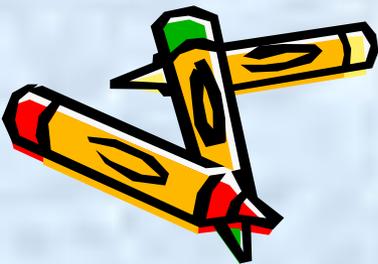
*«Петров — врач»,*

*«Петров — шахматист»*

Составные высказывания:

1. *"Петров — врач и шахматист"*, понимаемое как *"Петров — врач, хорошо играющий в шахматы"*.

2. *"Петров — врач или шахматист"*, понимаемое в алгебре логики как *"Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно"*.



*Чтобы обращаться к логическим высказываниям, их обозначают буквами.*

*Пример:*

$A = \text{«Луна – спутник Земли»}, A = 1$

$B = \text{«} 3 * 2 = 5 \text{»}, B = 0$



## Пример:

*A = "Тимур поедет летом на море",*

*B = "Тимур летом отправится в горы".*

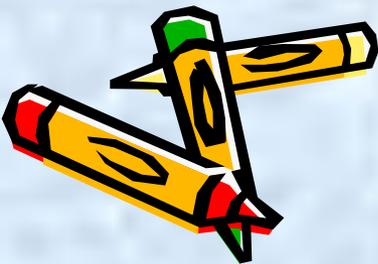
*A и B = "Тимур летом побывает и на море,  
и в горах»*



# Операции над логическими высказываниями



**Таблица истинности** это табличное представление логической схемы (операции), в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных сигналов (операндов) вместе со значением истинности выходного сигнала (результата операции) для каждого из этих сочетаний.

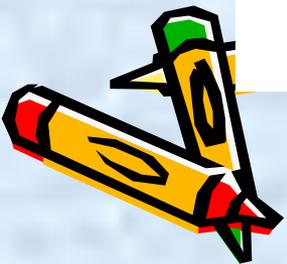
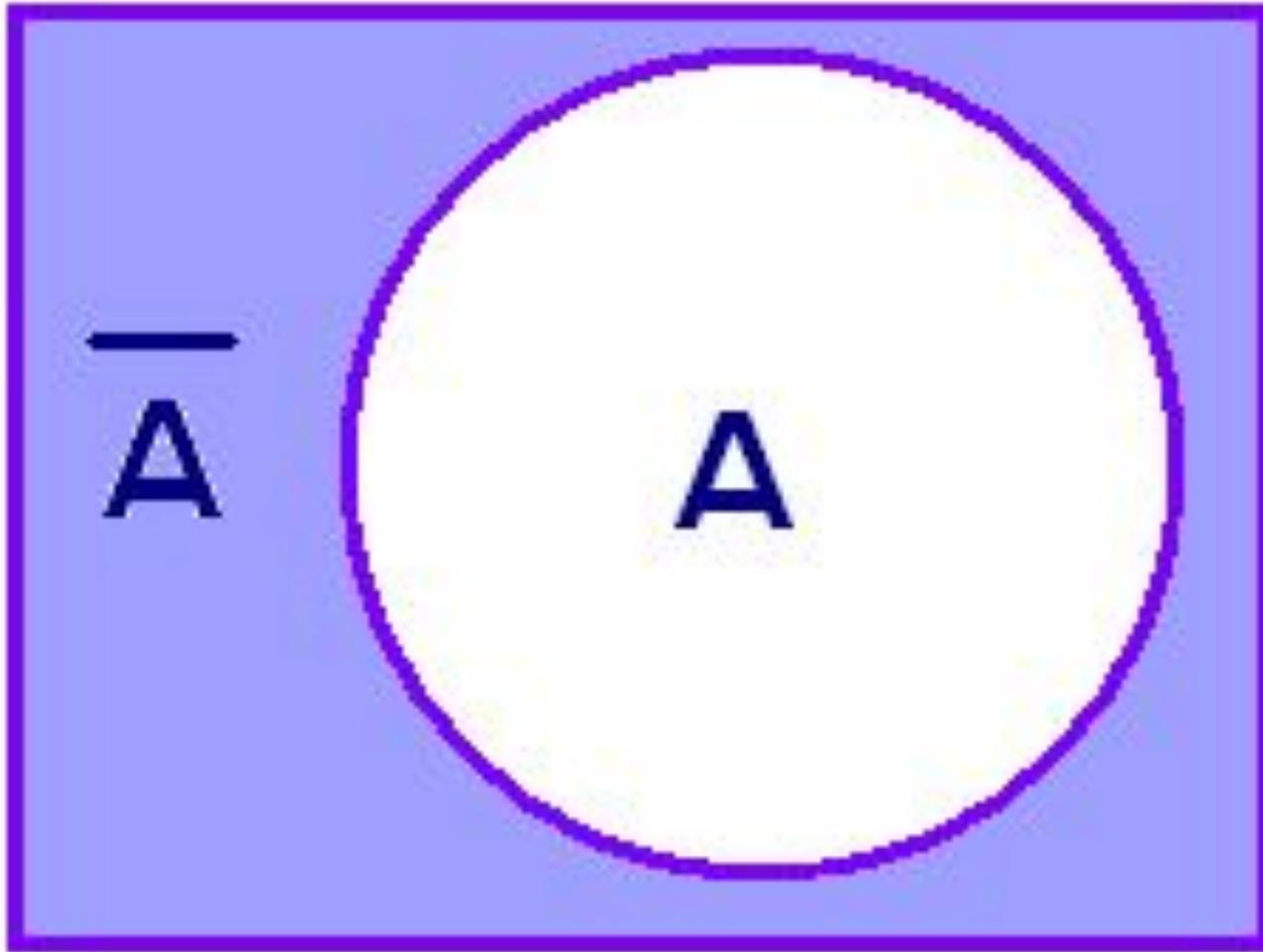


# Логическое «отрицание»

(инверсия или НЕ) обозначается чертой над высказыванием  $\bar{A}$ .



# Диаграмма Эйлера-Венна:



## Пример:

$A = \langle \text{Луна} \text{ — спутник Земли} \rangle$

$\bar{A} = \langle \text{Луна} \text{ — не спутник Земли} \rangle$



## Таблица истинности

$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

*Высказывание  $A$  истинно, когда  $A$  ложно, и ложно, когда  $A$  истинно.*



## Логическое умножение

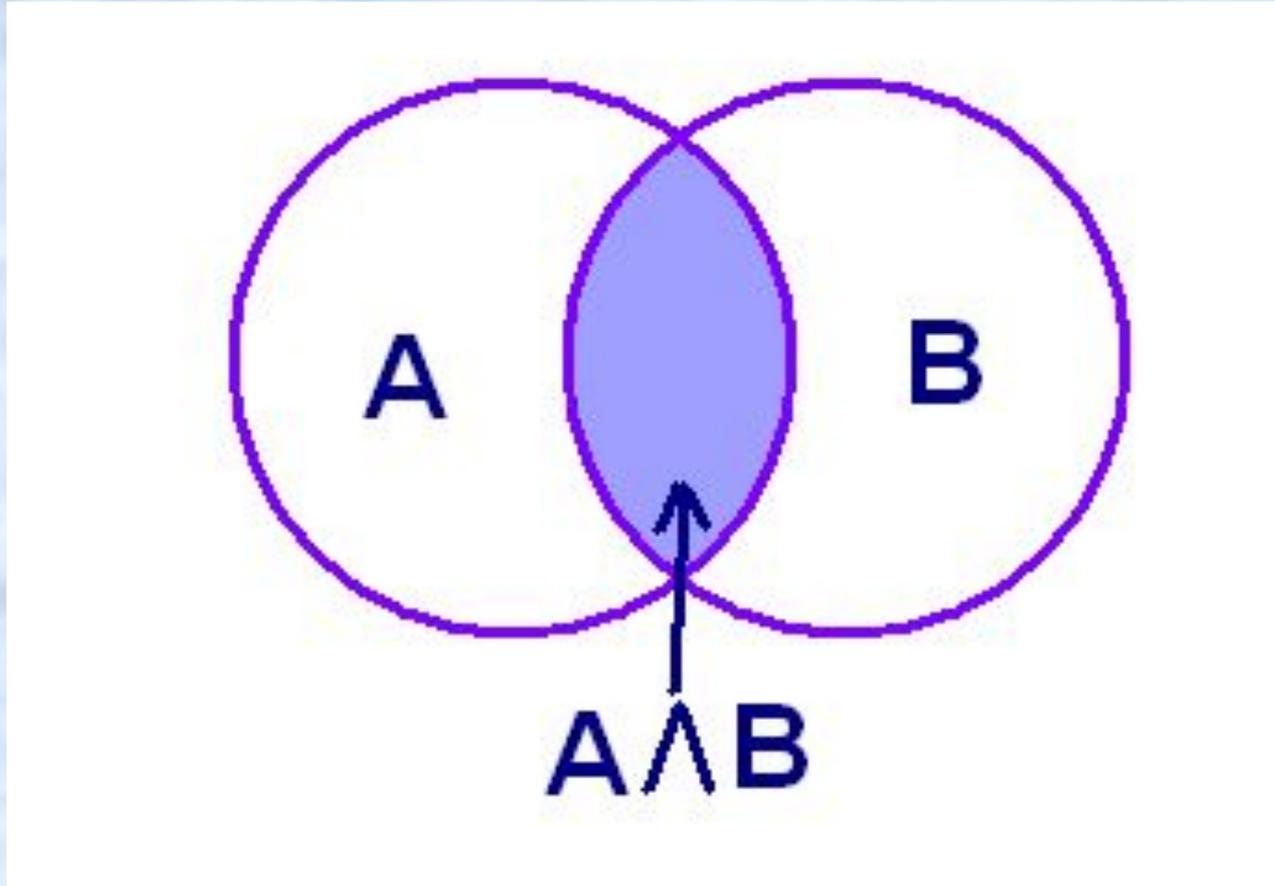


( «и», конъюнкция (лат. conjunctio — соединение)) обозначается точкой "·" (может также обозначаться знаками  $\wedge$  или  $\&$ ).

$A \cdot B$ ,  $A \wedge B$ ,  $A \& B$



Диаграмма Эйлера-Венна:



## Пример:

$A = \text{«}10 \text{ делится на } 2\text{»}, A = 1$

$B = \text{«}5 \text{ больше } 3\text{»}, B = 1$

$C = \text{«}4 - \text{нечётное число}\text{»}, C = 0$

$A \ \& \ B = \text{«}10 \text{ делится на } 2 \text{ и } 5 \text{ больше } 3\text{»}, A \ \& \ B = 1$

$A \ \& \ C = \text{«}10 \text{ делится на } 2 \text{ и } 4 - \text{нечётное число}\text{»},$

$A \ \& \ C = 0$



## Таблица истинности

X	Y	X&Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1



*Высказывание  $A \cdot B$  истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания  $A$  и  $B$  истинны.*



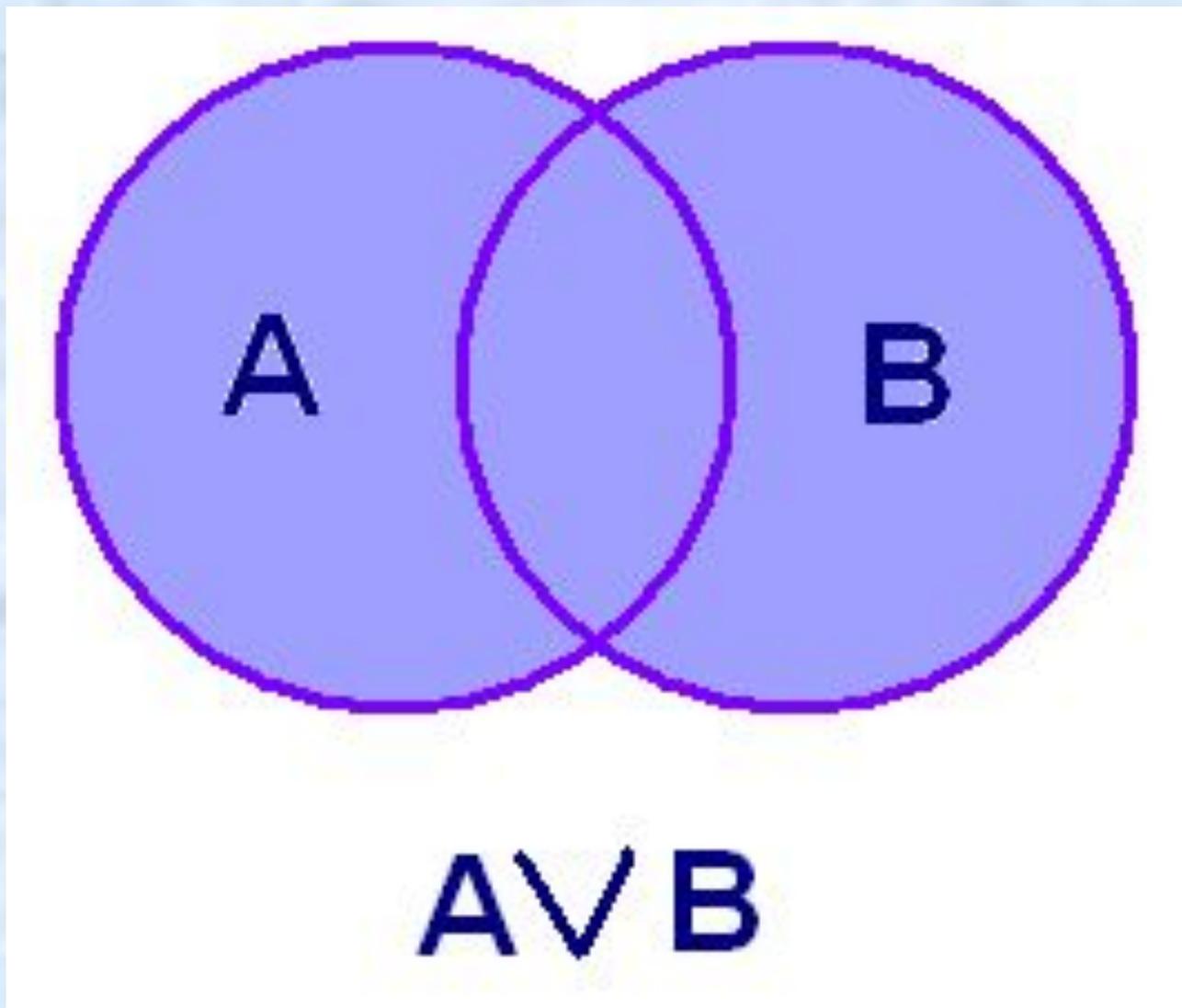
## Логическое сложение

( «или», дизъюнкция (лат. disjunctio — разделение) обозначается знаком  $\vee$  или  $+$ ).

$$A \vee B, \quad A + B$$



Диаграмма Эйлера-Венна:



## Таблица истинности

X	Y	X+Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

*Высказывание  $A \vee B$  ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания  $A$  и  $B$  ложны.*



Импликация (лат. *implico* — тесно  
связаны)

-операция, выражаемая связками *«если  
..., то...»*, *«из ... следует...»*, *«...  
влечет ...»*.

Обозначается знаком  $\rightarrow$  .

$A \rightarrow B$



## Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

*Высказывание  $A \rightarrow B$  ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B – ложно.*



# Эквиваленция (двойная импликация)



- операция, выражаемая связками *«тогда и только тогда»*, *«необходимо и достаточно»*, *«... равносильно ...»*

Обозначается знаком  $\leftrightarrow$  или  $\sim$ .

$$A \leftrightarrow B, \quad A \sim B.$$



## Таблица истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

*-Высказывание  $A \leftrightarrow B$  истинно тогда и только тогда, когда значения  $A$  и  $B$  совпадают.*



# Пример:

$A = \text{«}10 \text{ делится на } 2\text{»}, A = 1$

$B = \text{«}5 \text{ больше } 3\text{»}, B = 1$

$C = \text{«}4 - \text{нечётное число}\text{»}, C = 0$

$K = \text{«}3 - \text{чётное число}\text{»}, K = 0$

$A + B = \text{«}10 \text{ делится на } 2 \text{ или } 5 \text{ больше } 3\text{»}, A + B = 1$

$A + C = \text{«}10 \text{ делится на } 2 \text{ или } 4 - \text{нечётное число}\text{»},$

$A + C = 1$

$C + K = \text{«}4 - \text{нечётное число или } 3 - \text{чётное число}\text{»},$

$C + K = 0$





## Порядок выполнения логических операций

1. Сначала выполняется операция отрицания (“не”),
2. Затем конъюнкция (“и”),
3. После конъюнкции — дизъюнкция (“или”),
4. В последнюю очередь — импликация и эквиваленция.



## Законы логики.

1.  $A \rightarrow B = \neg A \vee B$
2. Законы де Моргана  $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$   
 $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
3. Законы коммутативности  $A \& B \Leftrightarrow B \& A$   
 $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
4. Законы ассоциативности  $(A \& B) \& C \Leftrightarrow A \& (B \& C)$   
 $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
5. Законы дистрибутивности  $A \& (B \vee C) \Leftrightarrow (A \& B) \vee (A \& C)$   
 $A \vee (B \& C) \Leftrightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$
6. Законы поглощения  $A \& (A \vee B) \Leftrightarrow A$   
 $A \vee (A \& B) \Leftrightarrow A$
7. Законы противоречия  $A \& \neg A = 0$
8. Закон исключения третьего  $A \vee \neg A = 1$
9. Закон двойного отрицания  $\neg \neg A = A$
10. Закон контрапозиции  $A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \rightarrow \neg B$



## Список использованных источников информации.

1. <http://elektrik.info/main/fakty/229-buleva-algebra-chast-1-nemnogo-istorii.html>
2. <http://booleanalgebra.narod.ru/>
3. <http://www.mirea.ac.ru/d1/metodika/Indexmet.htm>
4. <http://alglib.sources.ru/articles/logic.php>
5. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%90>
6. <http://www.sch861.ru/2-school/3-11-ikt/ikt/urok/logica/2.html>
7. <http://kpolyakov.narod.ru/school/ege.htm>
8. *О.Б. Богомолова* Логические задачи. — М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005
9. *В.Ю. Лыскова, Е.А. Ракитина* Логика в информатике. — М. “Информатика и образование”. 1999 г.
10. *С.С. Коробков* Элементы математической логики и теории вероятности. — Екатеринбург, 1999
11. *М.И. Башмаков* Уроки математики. Выпуск 4. Учимся логике. — Санкт-Петербург “Информатизация образования”, 2000 г.
12. *А.П. Бойко* Практикум по логике. — М. “Издательский центр АЗ”, 1997 г.
13. *А.С. Жилин* Логические задачи.

