Презентация к уроку алгебры 10 класс.
Выполнил ученик 10 Б – Белов Никита.

Формулы сложения

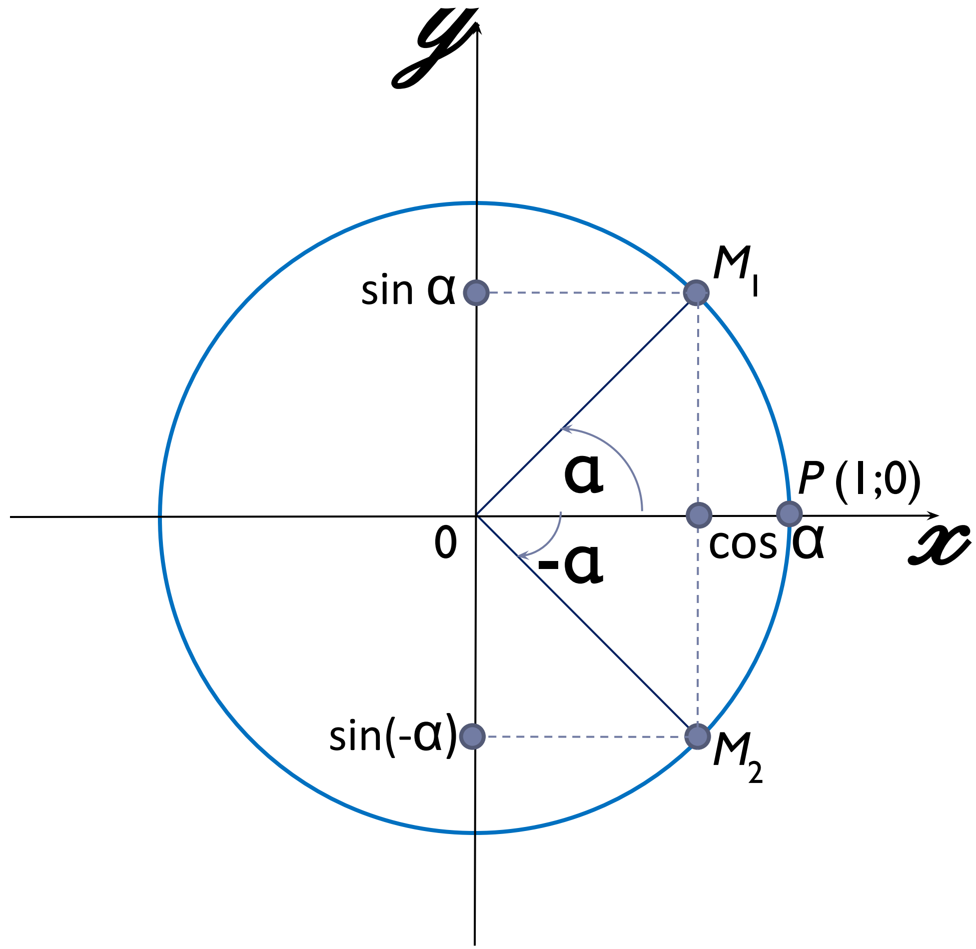
Тригонометрические формулы

Повторение

- M_1 (cos α; sin α)
- M_2 (cos(-α); sin(-α))

- sin(-α) = ?
- cos(-α) = ?
- tg(-α) = ?
- ctg(-α) = ?
- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = ?$

- sin(-α) = -sin α
- cos(-α) = cos α
- tg(-α) = sin(-α)/cos(-α) =
  = (-sin α)/cos α = -tg α
- ctg(-α) = - ctg α
- $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$



Формулы сложения

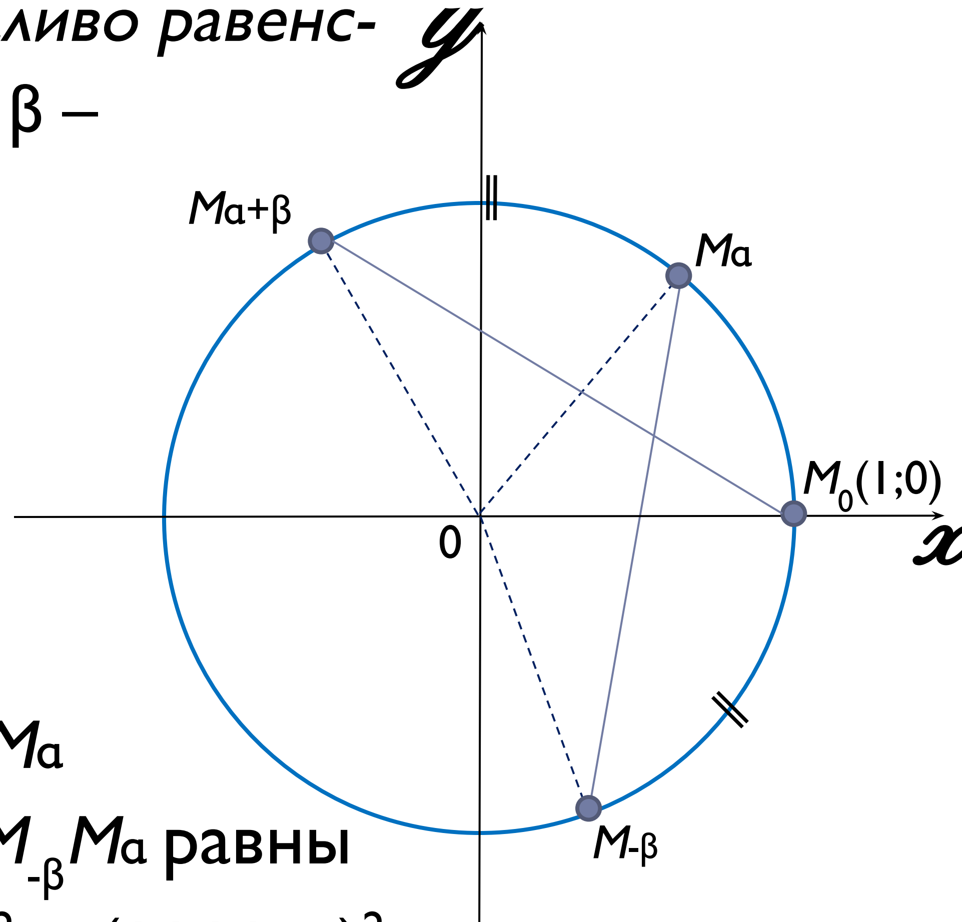
- *Формулами сложения* называют формулы, выражающие $\cos(\alpha \pm \beta)$ и $\sin(\alpha \pm \beta)$ через косинусы и синусы углов α и β.

- $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$

Теорема

- *Для любых α и β справедливо равенство* $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- По определению:
  $M_\alpha (\cos \alpha; \sin \alpha)$
  $M_{-\beta} (\cos(-\beta); \sin(-\beta))$
  $M_{\alpha+\beta} (\cos(\alpha+\beta); \sin(\alpha+\beta))$
- $\angle M_0OM_{\alpha+\beta} = \angle M_{-\beta}OM_\alpha$
- $\Rightarrow \triangle M_0OM_{\alpha+\beta} = \triangle M_{-\beta}OM_\alpha$
- $\Rightarrow$ основания $M_0M_{\alpha+\beta} = M_{-\beta}M_\alpha$ равны
- А значит равны $(M_{-\beta}M_\alpha)^2$ и $(M_0M_{\alpha+\beta})^2$, запишем их



Теорема

- Имеем:
  M_0 (1; 0)
  M_α ($\cos\alpha$; $\sin\alpha$)
  $M_{-\beta}$ ($\cos(-\beta)$; $\sin(-\beta)$)
  $M_{\alpha+\beta}$ ($\cos(\alpha+\beta)$; $\sin(\alpha+\beta)$)

  $(M_0M_{\alpha+\beta})^2 = (M_{-\beta}M_\alpha)^2$
- $\Rightarrow (1 - \cos(\alpha+\beta))^2 + (\sin(\alpha+\beta))^2 = (\cos(-\beta) - \cos\alpha)^2 +$
  $+ (\sin(-\beta) - \sin\alpha)^2$
- $\Leftrightarrow 1 - 2\cos(\alpha+\beta) + \cos^2(\alpha+\beta) + \sin^2(\alpha+\beta) = \cos^2\beta -$
  $- 2\cos\beta\cos\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\beta + 2\sin\beta\sin\alpha + \sin^2\alpha$
- $\Leftrightarrow 2 - 2\cos(\alpha+\beta) = 2 - 2\cos\alpha\cos\beta + 2\sin\alpha\sin\beta$
- $\Leftrightarrow \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
  Теорема доказана.

Следствие 1

- $\cos(\alpha - \beta) = ?$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha + (-\beta)) = \cos\alpha \cos(-\beta) - \sin\alpha \sin(-\beta) =$
  $= \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$
- $\cos(\pi/2 – \alpha) = \sin\alpha$
- $\sin(\pi/2 – \alpha) = \cos\alpha$
- $\cos(\pi/2 – \alpha) = \cos(\pi/2) \cos\alpha + \sin(\pi/2) \sin\alpha = \sin\alpha$
- т.е. $\cos(\pi/2 – \alpha) = \sin\alpha$
- При $\alpha = \pi/2 – \beta$ имеем:
- $\cos(\pi/2 – \alpha) = \cos(\pi/2 – \pi/2 + \beta) = \cos\beta = \sin\alpha = \sin(\pi/2 – \beta)$
- т.е. $\sin(\pi/2 – \beta) = \cos\beta$

Следствие 1

- $\sin(\alpha + \beta) = \cos(\pi/2 - (\alpha + \beta)) = \cos((\pi/2 - \alpha) - \beta) =$
  $= \cos(\pi/2 - \alpha)\cos\beta + \sin(\pi/2 - \alpha)\sin\beta =$
  $= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

- $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + (-\beta)) = \sin\alpha\cos(-\beta) + \cos\alpha\sin(-\beta) =$
  $= \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

Таким образом,

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

Следствие 2

- Можно вывести аналогичные формулы для tg(α ± β) и ctg(α ± β).

- tg(α ± β) = sin(α ± β) / cos(α ± β) =
  =(sin α cos β±cos α sin β)/(cos α cos β ∓ sin α sin β)=
  = (tg α ± tg β) / (1 ∓ tg α tg β)

- Аналогично
  ctg(α ± β) = (ctg α ctg β ∓ 1) / (ctg β ± ctg α)

Конец

….