Повторим изученный материал…

Выполните задание

Для каждой функции определите производную и первообразную

	Функция		Производная функции		Первообразная функции
1	const	а	cosx	а	e^x+c
2	x^n	б	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	б	-cosx+c
3	e^x	в	nx^{n-1}	в	$\frac{a^x}{lna}+c$
4	a^x	г	-sinx	г	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$+c
5	sinx	д	0	д	$\frac{2\sqrt[2]{x^3}}{3}$+c
6	cosx	е	e^x	е	sinx+c
7	$\sqrt{x}$	ж	$\frac{2\sqrt[2]{x^3}}{3}$ $a^x \cdot lnx$	ж	x+c

0 ошибок – оценка «5»; 1 ошибка – оценка «4»;
2 ошибки – оценка «3»; 3-7 ошибок – оценка «2».

Проверим ответы

1-д-ж
2-в-г
3-е-а
4-ж-в
5-а-б
6-г-е
7-б-д

Вопросы для повторения

1. *Что значит решить уравнение?*
2. *Каков алгоритм решения уравнений?*
3. *Какие виды уравнений вы умеете решать?*

Тема: «Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Определение дифференциального уравнения

Дифференциальное уравнение – это уравнение, в которое наряду с неизвестной функцией входит и ее производная.

Уравнение вида

называется ***обыкновенным дифференциальным уравнением n-го порядка***.

Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной, входящей в данное уравнение.

Решением дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

Автономное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = f(x)$

Метод решения:

Умножим обе части уравнения на dx,

$$dy = f(x)dx$$

проинтегрируем обе части получившегося уравнения:

$$\int dy = \int f(x)\,dx$$

Таким образом, $y = \int f(x)\,dx + C$

Уравнение с разделяющимися переменными

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$

Метод решения:

Это уравнение сводится к системе

$$\begin{cases} \frac{dy}{g(y)} = f(x)dx, & g(y) \neq 0; \\ y = const, & g(y) = 0. \end{cases}$$

В первом уравнении после интегрирования находим у как неявную функцию от х:

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C$$

Однородное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$

Линейное однородное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = a(x)y$

Линейное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = a(x)y + b(x)$

Пример 1.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{x^2}{y}$$

Решение. *Дифференциальное уравнение запишем в виде* $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}$ *, получим, что* $f(x) = x^2$ *и* $g(y) = \frac{1}{y}$.

Т.о. $\frac{dy}{1/y} = x^2 dx$ *или* $y dy = x^2 dx$. *Интегрируем обе части уравнения* $\int y dy = \int x^2 dx$ *, получим*

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + C$$

Пример 2.

Найдите общее решение дифференциального уравнения $$y' = \frac{\cos x}{\sin y}$$

Решение. *Дифференциальное уравнение запишем в виде* $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos x}{\sin y}$, *или* $\sin y\, dy = \cos x\, dx$.

Интегрируем обе части уравнения

$$\int \sin y\, dy = \int \cos x\, dx,$$

получим $-\cos y = \sin x + C$ *или* $\sin x + \cos y = C.$

Пример 3.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = -(xy)^2$$

Решение. *Дифференциальное уравнение запишем в виде* $\dfrac{dy}{dx} = -y^2x^2$, *или* $\dfrac{dy}{y^2} = -x^2dx.$

Интегрируем обе части уравнения

$$\int \frac{dy}{y^2} = -\int x^2dx,$$

получим $-\dfrac{1}{y} = -\dfrac{x^2}{2} + C$ *или* $y = \dfrac{2}{x^2 + C_1}$