



**Повторим изученный
материал...**

Выполните задание

Для каждой функции определите производную и первообразную

	Функция		Производная функции		Первообразная функции
1	$const$	a	$\cos x$	a	$e^x + c$
2	x^n	b	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	b	$-\cos x + c$
3	e^x	v	nx^{n-1}	v	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
4	a^x	z	$-\sin x$	z	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
5	$\sin x$	d	0	d	$\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$
6	$\cos x$	e	e^x	e	$\sin x + c$
7	\sqrt{x}	$жс$	$\frac{2\sqrt{x^3}}{3} a^x \cdot \ln x$	$жс$	$x + c$

0 ошибок – оценка «5»; 1 ошибка – оценка «4»;
 2 ошибки – оценка «3»; 3-7 ошибок – оценка «2».

Проверим ответы

1-д-ж

2-в-г

3-е-а

4-ж-в


5-а-б

6-г-е

7-б-д

Вопросы для повторения

- 1. Что значит решить уравнение?*
- 2. Каков алгоритм решения уравнений?*
- 3. Какие виды уравнений вы умеете решать?*



Тема: «Дифференциальные
уравнения первого порядка.
Дифференциальные
уравнения с разделяющимися
переменными»

Определение дифференциального уравнения

Дифференциальное уравнение – это уравнение, в которое наряду с неизвестной функцией входит и ее производная.

Уравнение вида



называется **обыкновенным дифференциальным уравнением n -го порядка**.

Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной, входящей в данное уравнение.

Решением дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

Автономное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = f(x)$

Метод решения:

Умножим обе части уравнения на dx ,

$$dy = f(x)dx$$

проинтегрируем обе части получившегося уравнения:

$$\int dy = \int f(x) dx$$

Таким образом, $y = \int f(x) dx + C$

Уравнение с разделяющимися переменными

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$

Метод решения: .

Это уравнение сводится к системе

$$\begin{cases} \frac{dy}{g(y)} = f(x)dx, & g(y) \neq 0; \\ y = \text{const}, & g(y) = 0. \end{cases}$$

В первом уравнении после интегрирования находим y как неявную функцию от x :

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C$$

Однородное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$

Линейное однородное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = a(x)y$

Линейное уравнение

Вид уравнения: $\frac{dy}{dx} = a(x)y + b(x)$

Пример I.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{x^2}{y}$$

Решение. Дифференциальное уравнение запишем в виде $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}$, получим, что $f(x) = x^2$ и $g(y) = \frac{1}{y}$.

Т.о. $\frac{dy}{1/y} = x^2 dx$ или $y dy = x^2 dx$. Интегрируем обе части уравнения $\int y dy = \int x^2 dx$, получим



$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + C$$

Пример 2.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{\cos x}{\sin y}$$

Решение. Дифференциальное уравнение запишем в

виде $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sin y}$, или $\sin y dy = \cos x dx$.

Интегрируем обе части уравнения

$$\int \sin y dy = \int \cos x dx,$$

получим $-\cos y = \sin x + C$ или $\sin x + \cos y = C$.



Пример 3.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = -(xy)^2$$

Решение. Дифференциальное уравнение запишем в

виде $\frac{dy}{dx} = -y^2 x^2$, или $\frac{dy}{y^2} = -x^2 dx$.

Интегрируем обе части уравнения

$$\int \frac{dy}{y^2} = -\int x^2 dx,$$

получим $-\frac{1}{y} = -\frac{x^2}{2} + C$ или $y = \frac{2}{x^2 + C_1}$