



**Повторим изученный  
материал...**

# Выполните задание

Для каждой функции определите производную и первообразную

	Функция		Производная функции		Первообразная функции
1	$const$	$a$	$\cos x$	$a$	$e^x + c$
2	$x^n$	$b$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$b$	$-\cos x + c$
3	$e^x$	$v$	$nx^{n-1}$	$v$	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
4	$a^x$	$z$	$-\sin x$	$z$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
5	$\sin x$	$d$	$0$	$d$	$\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$
6	$\cos x$	$e$	$e^x$	$e$	$\sin x + c$
7	$\sqrt{x}$	$жс$	$\frac{2\sqrt{x^3}}{3} a^x \cdot \ln x$	$жс$	$x + c$

0 ошибок – оценка «5»; 1 ошибка – оценка «4»;  
 2 ошибки – оценка «3»; 3-7 ошибок – оценка «2».

# ***Проверим ответы***

**1-д-ж**

**2-в-г**

**3-е-а**

**4-ж-в**

**5-а-б**

**6-г-е**

**7-б-д**

## *Вопросы для повторения*

- 1. Что значит решить уравнение?*
- 2. Каков алгоритм решения уравнений?*
- 3. Какие виды уравнений вы умеете решать?*



Тема: «Дифференциальные  
уравнения первого порядка.  
Дифференциальные  
уравнения с разделяющимися  
переменными»

## Определение дифференциального уравнения

Дифференциальное уравнение – это уравнение, в которое наряду с неизвестной функцией входит и ее производная.

Уравнение вида



называется **обыкновенным дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка**.

*Порядком* дифференциального уравнения называется порядок старшей производной, входящей в данное уравнение.

*Решением* дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

# Автономное уравнение

Вид уравнения:  $\frac{dy}{dx} = f(x)$

Метод решения:

*Умножим обе части уравнения на  $dx$ ,*

$$dy = f(x)dx$$

*проинтегрируем обе части получившегося уравнения:*

$$\int dy = \int f(x) dx$$

*Таким образом,  $y = \int f(x) dx + C$*

# Уравнение с разделяющимися переменными

Вид уравнения:  $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$

Метод решения: .

*Это уравнение сводится к системе*

$$\begin{cases} \frac{dy}{g(y)} = f(x)dx, & g(y) \neq 0; \\ y = \text{const}, & g(y) = 0. \end{cases}$$

*В первом уравнении после интегрирования находим  $y$  как неявную функцию от  $x$ :*

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C$$

# **Однородное уравнение**

Вид уравнения:  $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$

## **Линейное однородное уравнение**

Вид уравнения:  $\frac{dy}{dx} = a(x)y$

## **Линейное уравнение**

Вид уравнения:  $\frac{dy}{dx} = a(x)y + b(x)$

# Пример 1.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{x^2}{y}$$

*Решение.* Дифференциальное уравнение запишем в

виде  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}$ , получим, что  $f(x) = x^2$  и  $g(y) = \frac{1}{y}$ .

Т.о.  $\frac{dy}{1/y} = x^2 dx$  или  $y dy = x^2 dx$ . Интегрируем обе части уравнения  $\int y dy = \int x^2 dx$ , получим



$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + C$$

## Пример 2.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{\cos x}{\sin y}$$

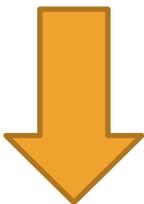
*Решение.* Дифференциальное уравнение запишем в

*виде*  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sin y}$ , или  $\sin y dy = \cos x dx$ .

*Интегрируем обе части уравнения*

$$\int \sin y dy = \int \cos x dx,$$

*получим*  $-\cos y = \sin x + C$  или  $\sin x + \cos y = C$ .



## Пример 3.

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = -(xy)^2$$

*Решение.* Дифференциальное уравнение запишем в

виде  $\frac{dy}{dx} = -y^2 x^2$ , или  $\frac{dy}{y^2} = -x^2 dx$ .

*Интегрируем обе части уравнения*

$$\int \frac{dy}{y^2} = -\int x^2 dx,$$

получим  $-\frac{1}{y} = -\frac{x^2}{2} + C$  или  $y = \frac{2}{x^2 + C_1}$