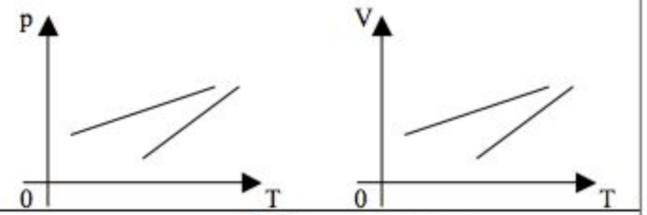
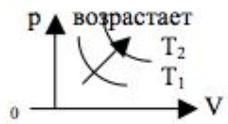
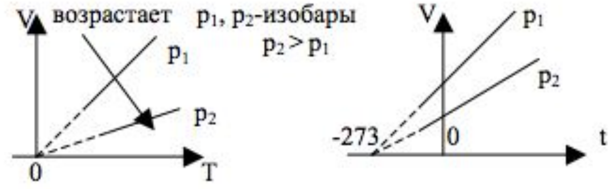
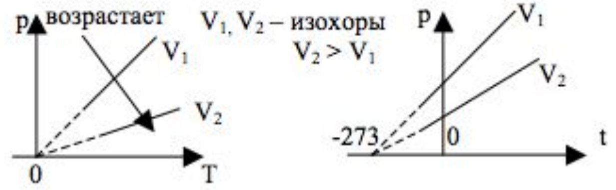
Решение задач по теме « МКТ и термодинамика»

(№25 и №27) ЕГЭ физика 2022

1. *МКТ идеального газа.* а) Основные положения МКТ. б) Закон Авогадро: при одинаковых давлениях и температурах равные объёмы различных газов содержат одинаковые числа молекул.

$\upsilon = 1$ моль	m	Уравнения МКТ
0,012 кг C; $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$; $N = N_A\upsilon$; $M = m_0N_A$. $M = M_r\cdot10^{-3}$ кг/моль. M_r- по химической формуле и таблице Менделеева .	$m = \nu M$ $\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$; $m = m_0N = m_0\upsilon N_A$.	Основное уравнение МКТ: $p = \frac{1}{3}m_0 n V^2_{ср.кв.}$; $n = \frac{N}{V}$; $V_{ср.кв.} = \sqrt{\overline{V^2}}$ $\bar{E}_k = \frac{m_0 V_{ср.кв.}^2}{2}$. $p = \frac{2}{3}n\bar{E}_k$. $p = nkT$; $\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$. $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. $T = (t^0C + 273)$ К. $V_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$; $R = kN_A$–универс. газ. пост. $R = 8{,}31$ Дж/моль·К.

2.*Законы идеального газа.*

Процесс	Постоянный параметр	Формула закона	Графики
		Закон Дальтона : $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_N$ Уравнение Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$. Если m = const, M = const $\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} = const$ -ур. Клапейрона	
Изотер-мический	T=const m=const	Закон Бойля-Мариотта: pV=const; $p_1V_1 = p_2V_2$=const. $\frac{p_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$	 T_1, T_2 – изотермы. $T_2 > T_1$
Изобарный (изобари - ческий)	P=const m=const	Закон Гей-Люссака: $V = V_0(1 + \alpha t)$;α–температурный коэффициент объёмного расширения. $V = V_0\alpha T$; $\alpha = \frac{1}{273}$ $^oC^{-1}$ для всех газов; $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = const$; $\frac{V}{T} = tg\alpha$.	
Изохорный (изохори - ческий)	V = const m = const	Закон Шарля: $p = p_0(1+\gamma t)$; γ-термический коэффициент давления. $p = p_0\gamma T$. $\gamma = \frac{1}{273}$ $^0C^{-1}$ для всех газов; $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const$; $\frac{P}{T} = tg\alpha$	

① *Внутренняя энергия*

структурные частицы вещества: движение (кинетическая); взаимодействие (потенциальная)

$U = U(T, V)$, т. к. $U = \sum\limits_{\substack{\text{частиц} \\ \text{тела}}} (W_к + W_п)$

Идеальный газ: $W_п = 0$

$$U = \sum W_к = N\overline{W_к} = \frac{m}{M} N_A \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

$$U = U(N, T)!$$

② $\Delta T \rightarrow \Delta U \leftarrow \Delta V$

$\Delta N \rightarrow \Delta U$ — диссоциация, ассоциация

ΔU — *изменение внутренней энергии*:

- A — совершение работы
- Q — теплопередача:
  - — теплопроводность;
  - — конвекция;
  - — излучение

③ *Закон сохранения энергии:*

а) Если система изолирована

$W + U = \text{const}$; $\Delta(W + U) = 0$

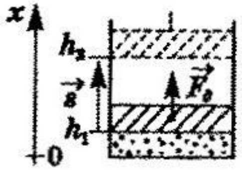
$\Delta W = -U$ — превращение энергии

б) Если система не изолирована

$\Delta(W + U) = A + Q$

в) Если $\Delta W = 0$, то $\Delta U = A + Q$ — I закон термодинамики.

④ *Работа газа A':*



$A = Fs \cdot \cos\alpha$, $\alpha = (\widehat{\vec{F}, \vec{s}})$, $\vec{F} = \text{const}$

$\Rightarrow p = \text{const}$; $F_2 = pS = \text{const}$

$A' = p \cdot S(h_2 - h_1) \cdot 1$, т. к. $\cos\alpha = 1$

$A' = p(Sh_2 - Sh_1) = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$

$A' > 0$, если $\Delta V > 0$, газ расширяется

$A' < 0$, если $\Delta V < 0$, газ сжимается

$A' = 0$, если $\Delta V = 0$ (в изохорном процессе)

⑤ $A' = -A$, где A — работа внешних сил

[по III закону Ньютона $\vec{F}_2 = -\vec{F}_{внешн.}$]

$\Delta U = -A' + Q$ или $Q = \Delta U + A'$

⑥ *Изотермическое* ($T = \text{const}$)

расширение		сжатие
$\Delta V > 0$; $A' > 0$ $\Delta T = 0$; $\Delta U = 0$ $Q > 0$, требует притока тепла от нагревателя	$\boxed{Q = A'}$	$\Delta V < 0$; $A' < 0$ $\Delta T = 0$; $\Delta U = 0$ $Q < 0$, требует отдачи тепла холодильнику

Изохорное ($V = \text{const}$)

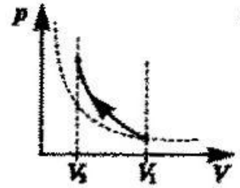
нагревание		охлаждение
$\Delta T > 0$; $\Delta U > 0$ $\Delta V = 0$; $A' = 0$ $Q > 0$, требует притока тепла от нагревателя	$\boxed{Q = \Delta U}$	$\Delta T < 0$; $\Delta U < 0$ $\Delta V = 0$; $A' = 0$ $Q < 0$, требует отдачи тепла холодильнику

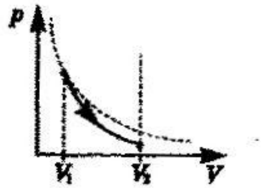
Изобарное ($p = \text{const}$)

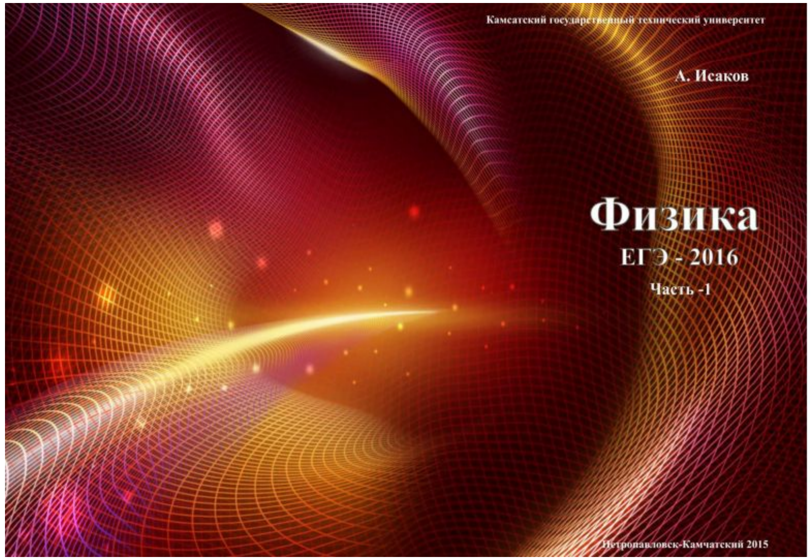
нагревание		охлаждение
$\Delta T > 0$; $\Delta U > 0$ $\Delta V > 0$; $A' > 0$	$\boxed{Q = \Delta U + A'}$	$\Delta T < 0$; $\Delta U < 0$ $\Delta V < 0$; $A' < 0$

Адиабатное ($Q = 0$)

сжатие		расширение
$\Delta V < 0$; $A' < 0$ $\Delta U > 0$; $T\uparrow$	$\boxed{0 = \Delta U + A' \\ \Delta U = -A'}$	$\Delta V > 0$; $A' > 0$ $\Delta U < 0$; $T\downarrow$







Камчатский государственный технический университет

А. Исаков

Физика

Решение задач ЕГЭ – 2016
Часть 2

Динамика .Механическое равновесие.

3. Задание 27 № 2978

Сферическую оболочку воздушного шара делают из материала, квадратный метр которого имеет массу 2кг. Шар наполняют гелием при атмосферном давлении 10^5 Па. Определите минимальную массу оболочки, при которой шар начнет поднимать сам себя. Температура гелия и окружающего воздуха одинакова и равна $0\ ^\circ\mathrm{C}$. (Площадь сферы $S = 4\pi R^2$, объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.)

Решение. II закон Ньютона в проекциях на вертикаль: $F_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{He}}g + m_{\text{об}}g$.

Силы выражены через радиус r:

$$\rho_{\text{в}}gV = m_{\mathrm{He}}g + m_{\text{об}}g = \rho_{\mathrm{He}}gV + bSg \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \rho_{\text{в}}g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \rho_{\mathrm{He}}g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 + b \cdot 4\pi r^2 \cdot g,$$

откуда радиус: $r = \dfrac{3b}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\mathrm{He}}}$, где $b = 2\ \text{кг}/\text{м}^2$— отношение массы оболочки к её площади.

Плотности гелия и воздуха выражаем из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT \Leftrightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{Mp}{RT},\ \rho_{\mathrm{He}} = \frac{M_{\mathrm{He}}p}{RT},\ \rho_{\text{в}} = \frac{M_{\text{в}}p}{RT}.$$

Радиус оболочки: $r = \dfrac{3bRT}{p(M_{\text{в}} - M_{\mathrm{He}})} \approx 5{,}445$ м, её масса: $m = 4\pi r^2 \cdot b \approx 745$ кг.

Ответ: $m \approx 745$ кг.

13. Задание 27 № 6511

В камере, заполненной азотом, при температуре T_0=300К находится открытый цилиндрический сосуд (рис.1). Высота сосуда L=50 см. Сосуд плотно закрывают цилиндрической пробкой и охлаждают до температуры T_1. В результате расстояние от дна сосуда до низа пробки становится h=40см (рис.2). Затем сосуд нагревают до первоначальной температуры T_0. Расстояние от дна сосуда до низа пробки при этой температуре становится H=46см (рис.3). Чему равна температура T_1? Величину силы трения между пробкой и стенками сосуда считать одинаковой при движении пробки вниз и вверх. Массой пробки пренебречь. Давление азота в камере во время эксперимента поддерживается постоянным.

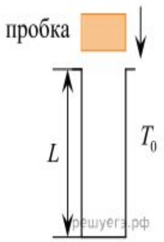


Рис.1

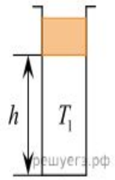


Рис.2

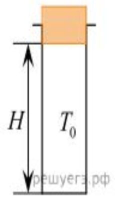


Рис.3

Решение. Пусть p_0— давление азота в камере; p_1— давление в сосуде в ситуации на рис.2; p_2 — давление в сосуде при температуре T_0 в конце опыта; S— площадь горизонтального сечения сосуда.

Параметры азота в сосуде в первоначальном состоянии и при температуре T_1 связаны равенством, следующим из уравнения Клапейрона — Менделеева: $\frac{p_1 hS}{T_1} = \frac{p_0 LS}{T_0}$, откуда $p_1 = p_0 \frac{LT_1}{hT_0}$.

Условие равновесия пробки при температуре T_1 : $p_0 S - F_{\text{тр}} - p_1 S = 0$, откуда $F_{\text{тр}} = (p_0 - p_1)S$.

Параметры азота в сосуде в первоначальном и конечном состояниях также связаны равенством, следующим из уравнения Клапейрона— Менделеева: $\frac{p_2 HS}{T_0} = \frac{p_0 LS}{T_0}$, откуда $p_2 = p_0 \frac{L}{H}$. Условие равновесия пробки в конечном состоянии: $p_2 S - F_{\text{тр}} - p_0 S = 0$, откуда

$$p_2 = p_0 + \frac{F_{\text{тр}}}{S} = p_0 + p_0 - p_1 = 2p_0 - p_1 = 2p_0 - p_0 \frac{LT_1}{hT_0}.$$

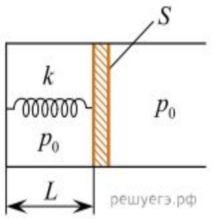
Приравнивая друг другу два выражения для p_2, получаем равенство

$$\frac{L}{H} = 2 - \frac{LT_1}{hT_0}.$$

Отсюда $T_1 = T_0 \frac{h}{L}\left(2 - \frac{L}{H}\right) \approx 219$ К.

Ответ: 219 К.

18. Задание 27 № 7875



В горизонтальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем с площадью S находится одноатомный идеальный газ. Поршень соединён с основанием цилиндра пружиной с жёсткостью k. В начальном состоянии расстояние между поршнем и основанием цилиндра равно L, а давление газа в цилиндре равно внешнему атмосферному давлению p_0 (см. рисунок). Какое количество теплоты Q передано затем газу, если в результате поршень медленно переместился вправо на расстояние b?

Решение. Тепло, переданное газу, идёт на изменение его внутренней энергии и на совершением им работы:

$$Q = \Delta U + A.$$

В начальном состоянии давление и объём газа равны p_0 и $V_0 = SL$, в конечном состоянии— $p_к = p_0 + \frac{kb}{S}$ и $V_к = S(L+b)$. Используя уравнение Менделеева— Клапейрона $(pV = \nu RT)$, для изменения внутренней энергии получаем:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(p_к V_к - p_0 V_0) = \frac{3}{2}(p_0 Sb + kbL + kb^2).$$

Чтобы рассчитать работу, заметим, что в каждый момент времени, когда поршень сдвинут на x от начального положения давление равно $p = p_0 + \frac{kx}{S} = p_0 + \frac{k(V-V_0)}{S^2}$, т.е. давление линейно зависит от объёма. Значит, на pV-диаграмме процесс расширения будет изображён отрезком прямой, а фигура под графиком будет являться трапецией, площадь которой равна

$$A = \frac{p_0 + p_к}{2}(V_к - V_0) = p_0 Sb + \frac{kb^2}{2}.$$

Заметим, что этот результат можно получить, посчитав работу газа как минус сумму работ пружины $\left(\frac{kb^2}{2}\right)$ и внешней атмосферы $(p_0 Sb)$.

В итоге

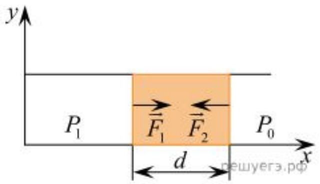
$$Q=\frac{5}{2}p_0Sb+\frac{3}{2}kbL+2kb^2.$$

Ответ: $Q=\frac{5}{2}p_0Sb+\frac{3}{2}kbL+2kb^2.$

19. Задание 27 № 7943

В горизонтально расположенной трубке с одним закрытым концом с помощью столбика ртути заперт воздух при температуре 27°C. Затем трубку переворачивают вертикально открытым концом вверх и нагревают на 60 °C, в результате чего объём запертого воздуха становится таким же, как и был в горизонтальном положении. Найдите d— высоту столбика ртути, если атмосферное давление равно 750 мм рт. ст.

Решение. Рассмотрим процесс до и после нагревания.



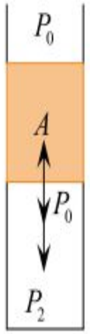
В горизонтальном положении трубки давление воздуха равно внешнему давлению $p_1=p_0$. Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$p_1V_1=\nu RT_0 \Leftrightarrow V_1=\frac{\nu RT_0}{p_0}.$$

В вертикальном положении трубки давление воздуха равно $p_2=p_0+\rho gd,$ где ρ— плотность ртути. Запишем уравнение

Менделеева — Клапейрона для воздуха после нагревания:

$$p_2V_2 = \nu RT_2 \Leftrightarrow V_2 = \frac{\nu RT_2}{p_2}.$$



после нагрева

По условию $V_1 = V_2$, значит

$$\frac{\nu RT_0}{p_0} = \frac{\nu RT_2}{p_2},$$

количество вещества не менялось

$$\frac{T_0}{p_0} = \frac{T_2}{p_0 + \rho gd}.$$

Пусть $T_2 = T_0 + \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = T_2 - T_0$, тогда

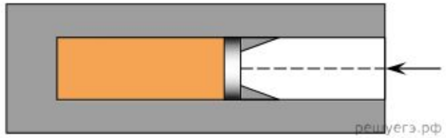
$$\frac{T_0}{p_0} = \frac{T_0 + \Delta T}{p_0 + \rho gd} \Leftrightarrow p_0T_0 + p_0\Delta T = p_0T_0 + T_0\rho gd \Leftrightarrow d = \frac{p_0\Delta T}{\rho gT_0},$$

$$d = \frac{750\ \text{мм} \cdot \rho g \cdot 60\ \text{K}}{\rho g \cdot 300\ \text{K}} = \frac{750\ \text{мм} \cdot 60\ \text{K}}{300\ \text{K}} = 150\ \text{мм} = 15\ \text{см}.$$

Ответ: $d = \dfrac{p_0\Delta T}{\rho gT_0} = 15$ см.

27. Задание 27 № 9042

В вакууме закреплён горизонтальный цилиндр (см. рисунок). В цилиндре находится гелий, запертый поршнем.



Поршень массой 90 г удерживается упорами и может скользить влево вдоль стенок цилиндра без трения. В поршень попадает пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 400 м/с, и застревает в нём. Температура гелия в момент остановки поршня в крайнем левом положении возрастает на 64 К. Чему равно количество вещества гелия в цилиндре? Считать, что за время движения поршня газ не успевает обменяться теплом с цилиндром и поршнем.

Решение. 1. Запишем закон сохранения импульса:

$$mV_1 = (m+M)V_2,$$

где m и M— масса пули и поршня соответственно, V_1— скорость пули, V_2— скорость поршня с застрявшей пулей.

Поршень будет двигаться со скоростью:

$$V_2 = \frac{mV_1}{m+M}.$$

2. Поршень с пулей будет обладать кинетической энергией, которая затем перейдёт в работу по сжатию газа:

$$E_{\text{кин}} = \frac{(m+M)V_2^2}{2} = \frac{m^2V_1^2}{2(m+M)}.$$

3. Так как газ не успевает обменяться теплом с цилиндром и поршнем, то сжатие газа будет являться адиабатичным процессом. По первому началу термодинамики $-A = \Delta U$. Вследствие этого процесса вся механическая энергия движения поршня с пулей пойдет на нагрев газа, поэтому:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{m^2V_1^2}{2(m+M)}.$$

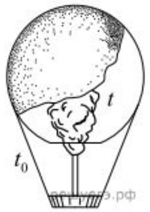
4. Найдем отсюда количество вещества в цилиндре:

$$\nu = \frac{m^2V_1^2}{3(m+M)R\Delta T} = \frac{0{,}01^2 \cdot 400^2}{3\cdot(0{,}01+0{,}09)\cdot 8{,}31\cdot 64} \approx 0{,}1 \text{ моль.}$$

Ответ: $\nu = \dfrac{m^2V_1^2}{3(m+M)R\Delta T} \approx 0{,}1$ моль.

33. Задание 27 № [10488]

Воздушный шар, оболочка которого имеет массу $M = 145$ кг и объём $V = 230$ м^3, наполняется при нормальном атмосферном давлении горячим воздухом, нагретым до температуры $t = 265$ °C. Определите максимальную температуру t_0 окружающего воздуха, при которой шар начнёт подниматься. Оболочка шара нерастяжима и имеет в нижней части небольшое отверстие.



Решение. Условие, соответствующее подъёму шара: $F_{\text{Арх}} \geqslant Mg + mg$, где M— масса оболочки, m— масса воздуха внутри оболочки, или

$$\rho_0 gV \geqslant Mg + \rho gV \Leftrightarrow \rho_0 V \geqslant M + \rho V,$$

где ρ_0— плотность окружающего воздуха, ρ— плотность воздуха внутри оболочки, V— объём шара.

Для воздуха внутри шара $\dfrac{pV}{T} = \dfrac{m}{\mu}R$, или $\dfrac{m}{V} = \dfrac{\mu p}{RT} = \rho$, где p— атмосферное давление, T— температура воздуха внутри шара. Соответственно, плотность воздуха снаружи $\rho_0 = \dfrac{\mu p}{RT_0}$, где T_0— температура окружающего воздуха.

$$\frac{\mu pV}{RT_0} \geqslant M + \frac{\mu pV}{RT} \Leftrightarrow \frac{\mu pV}{RT} = \frac{\mu pV}{RT_{0\max}} - M \Leftrightarrow \frac{1}{T_{0\max}} = \frac{1}{T} + \frac{MR}{\mu pV},$$

$$T_{0\max} = \frac{\mu pVT}{\mu pV + MRT} =$$

$$= \frac{29\cdot 10^{-3}\cdot 10^5\cdot 230\cdot 538}{29\cdot 10^{-3}\cdot 10^5\cdot 230 + 145\cdot 8{,}31\cdot 538} \approx 273 \text{ К} = 0 \text{ °C}.$$

Ответ: $T_{0\max} \approx 273$ К $= 0$ °C.

Первое начало термодинамики

3. Задание 27 № 3658

С одним молем гелия провели процесс, при котором среднеквадратичная скорость атомов гелия выросла в $n = 2$ раза. В ходе этого процесса средняя кинетическая энергия атомов гелия была пропорциональна объёму, занимаемому гелием. Какую работу совершил газ в этом процессе? Считать гелий идеальным газом, а значение среднеквадратичной скорости атомов гелия в начале процесса принять равным $\upsilon_1 = 1000$ м/с.

Решение. Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории идеального газа $pV = \frac{2}{3}N\langle E_к\rangle$, где p — давление, V — объём, N — число молекул газа, $\langle E_к\rangle$ — средняя кинетическая энергия молекулы массой m, равная

$$\langle E_к\rangle = \frac{m\langle\upsilon^2\rangle}{2}.$$

По условию в проведенном с газом процессе $\langle E_к\rangle = a\cdot V$, где $a = \text{const}$ — некоторый постоянный коэффициент. Таким образом,

$$pV = \frac{2}{3}N\langle E_к\rangle = \frac{2}{3}Na\cdot V \text{ или } p = \frac{2}{3}Na = \text{const},$$

то есть процесс являлся изобарическим.

Работа при изобарическом процессе равна $A = p\Delta V$. Подставляя сюда выражения для $p = \frac{2}{3}Na$ и для

$$\Delta V = \frac{\Delta\langle E_к\rangle}{a} = \frac{m\Delta\langle\upsilon^2\rangle}{2a},$$

получаем с учетом того, что среднеквадратичная скорость атомов гелия выросла в процессе в n раз:

$$A = \frac{1}{3}Nm(\langle\upsilon_2^2\rangle - \langle\upsilon_1^2\rangle) = \frac{1}{3}M(n^2-1)\upsilon_1^2,$$

где $M = Nm = 4$ г — масса одного моля гелия. Подставляя числовые данные и проверяя размерность,

получаем: $A = 4$ кДж.

5. Задание 27 № 4755

Один моль аргона, находящийся в цилиндре при температуре $T_1 = 600$ К и давлении $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, расширяется и одновременно охлаждается так, что его давление при расширении обратно пропорционально квадрату объёма. Конечное давление газа $p_2 = 10^5$ Па. Какую работу совершил газ при расширении, если он отдал холодильнику количество теплоты $Q = 1247$ Дж?

Решение. Согласно первому началу термодинамики, переданное газу тепло идёт на изменение его внутренней энергии и на работу против внешних сил. По условию газ отдавал холодильнику тепло, поэтому можно записать: $-Q = \Delta U + A$. Для идеального одноатомного газа изменение внутренней энергии определяется только изменением его температуры: $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$.

Согласно условию, процесс идёт таким образом, что давление изменяется обратно пропорционально квадрату объёма, то есть можно записать $p = \frac{\alpha^2}{V^2}$, где α — некоторая постоянная (константа выбрана таким образом для удобства дальнейшего изложения). Обращая данное равенство получаем, что $V = \frac{\alpha}{\sqrt{p}}$.

Идеальный газ подчиняется уравнению Клапейрона — Менделеева:

$$pV = \nu RT \Leftrightarrow p\frac{\alpha}{\sqrt{p}} = \nu RT \Leftrightarrow \alpha\sqrt{p} = \nu RT.$$

Записав последнее выражение для начального и конечного состояний, после чего поделив одно на другое, получаем выражение для конечной температуры

$$T_2 = T_1\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = 600\text{ К}\sqrt{\frac{10^5\text{ Па}}{4 \cdot 10^5\text{ Па}}} = 300\text{ К}.$$

Таким образом, работа, которую совершил газ при расширении, равна

$$A = -Q - \Delta U =$$

$$= -1247\text{ Дж} - \frac{3}{2} \cdot 1\text{ моль} \cdot 8,31\text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot (300\text{ К} - 600\text{ К}) \approx 2500\text{ Дж}.$$

Ответ: ≈ 2500 Дж

Задание 27 № [illegible]

Один моль аргона, находящийся в цилиндре при температуре $T_1 = 600$ К и давлении $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, расширяется и одновременно охлаждается так, что его температура при расширении обратно пропорциональна объёму. Конечное давление газа $p_2 = 10^5$ Па. Какую работу совершил газ при расширении, если он отдал холодильнику количество теплоты $Q = 1247$ Дж?

Решение. Согласно первому началу термодинамики, переданное газу тепло связано с работой газа против внешних сил и изменением его внутренней энергии, соотношением: $Q = A + \Delta U$, при этом, если газ отдает тепло, то $Q < 0$.

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа определяется только изменением температуры газа: $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$.

Согласно условию температура газа во время процесса обратно пропорциональна объёму, то есть

$$T = \frac{const}{V}.$$

Таким образом,

$$T_1V_1 = T_2V_2.$$

Из уравнения состояния Клапейрона — Менделеева, имеем:

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \Leftrightarrow V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1};\;\; p_2V_2 = \nu RT_2 \Leftrightarrow V_2 = \frac{\nu RT_2}{p_2}.$$

Следовательно,

$$\frac{T_1^2}{p_1} = \frac{T_2^2}{p_2} \Leftrightarrow T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/2} = 600\text{ К}\cdot\left(\frac{10^5\text{ Па}}{4\cdot10^5\text{ Па}}\right)^{1/2} = 300\text{ К}.$$

Окончательно, для работы газа имеем:

$$A = Q - \Delta U =$$
$$= -1247\text{ Дж} - \frac{3}{2}\cdot 1\text{ моль}\cdot 8{,}31\text{ Дж/(моль}\cdot\text{ К)}\cdot(300\text{ К} - 600\text{ К}) \approx 2{,}5\text{ кДж}.$$

Ответ: $A \approx 2{,}5$ кДж

16. Задание 27 № 5490

Один моль аргона, находящийся в цилиндре при температуре $T_1 = 600$ К и давлении $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, расширяется и одновременно охлаждается так, что его давление при расширении обратно пропорционально квадрату объёма. Конечный объём газа вдвое больше начального. Какую работу совершил газ при расширении, если он отдал холодильнику $Q = 1247$ Дж теплоты?

Решение. Согласно первому началу термодинамики, переданное газу тепло идёт на изменение его внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил: $Q = \Delta U + A$. Тогда совершённая работа $A = Q - \Delta U$.

Аргон можно считать идеальным газом, а внутренняя энергия одного моля одноатомного идеального газа зависит только от температуры, её изменение определяется выражением:

$$\Delta U = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1). \quad (1)$$

Чтобы найти приращение температуры, запишем уравнение Менделеева— Клапейрона в начале и в конце процесса. В начале оно имеет вид $p_1 V_1 = RT_1$. В конце процесса объём увеличился в 2 раза, следовательно, по условию давление уменьшится пропорционально квадрату объёма, т.е. в 4 раза. Тогда конечное уравнение состояния примет вид $0{,}5 p_1 V_1 = RT_2$.

Подставляя полученные выражения в (1), получаем

$$\Delta U = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2} p_1 V_1 - p_1 V_1\right) = -\frac{3}{4} p_1 V_1 = -\frac{3}{4} RT_1.$$

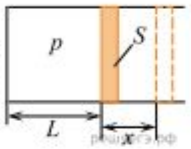
Найдём работу газа:

$$A = Q - \Delta U = -1247 \text{ Дж} + 0{,}75 \cdot 8{,}31 \text{ Дж/К} \cdot 600 \text{ К} = 2493 \text{ Дж}.$$

Знак «минус» перед значением количества теплоты появился из-за того, что газ отдал тепло, а не получил.

Ответ: $A = 2493$ Дж.

20. Задание 27 № 7129



В горизонтальном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем, находится одноатомный идеальный газ. Первоначальное давление газа $p = 4 \cdot 10^{5}$ Па. Расстояние от дна сосуда до поршня равно L. Площадь поперечного сечения поршня $S = 25$ см^2. В результате медленного нагревания газ получил количество теплоты $Q = 1{,}65$ кДж, а поршень сдвинулся на расстояние x=10 см. При движении поршня на него со стороны стенок сосуда действует сила трения величиной $F_{тр} = 3 \cdot 10^3$ Н. Найдите L. Считать, что сосуд находится в вакууме.

Решение. 1) Поршень будет медленно двигаться, если сила давления газа на поршень и сила трения со стороны стенок сосуда уравновесят друг друга: $p_2S = F_{тр}$, откуда $p_2 = \frac{F_{тр}}{S} = 12 \cdot 10^5$ Па $> p_1$. $(p_1 = p)$.

2) Поэтому при нагревании газа поршень будет неподвижен, пока давление газа не достигнет значения p_2. В этом процессе газ получает количество теплоты Q_{12}. Затем поршень будет сдвигаться, увеличивая объём газа, при постоянном давлении. В этом процессе газ получает количество теплоты Q_{23}.

3) В процессе нагревания, в соответствии с первым началом термодинамики, газ получит количество теплоты:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = (U_3 - U_1) + p_2Sx = (U_3 - U_1) + F_{тр}x.$$

4) Внутренняя энергия одноатомного идеального газа:

$$U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1 = \frac{3}{2}p_1SL$$

в начальном состоянии,

$$U_3 = \frac{3}{2}\nu RT_3 = \frac{3}{2}p_2S(L+x) = \frac{3}{2}F_{тр}(L+x)$$

в конечном состоянии.

5) Из пп. 3, 4 получаем $L = \dfrac{Q - \frac{5}{2}F_{тр}x}{\frac{3}{2}(F_{тр} - p_1S)} = \dfrac{1650 - 2{,}5 \cdot 3000 \cdot 0{,}1}{1{,}5 \cdot (3000 - 400000 \cdot 0{,}0025)} = 0{,}3$ м.

Ответ: $L = 0{,}3$ м.

30 МиТ-3-1

Один моль аргона, находящийся в цилиндре при температуре $T_1 = 600\,\text{К}$ и давлении $p_1 = 4\cdot 10^5$ Па расширяется и одновременно охлаждается так, что его температура при расширении обратно пропорциональна объёму. Конечное давление газа $p_2 = 10^5$ Па Какое количество теплоты газ отдал при расширении, если при этом он совершил работу $A^1 = 2493$ Дж?

А

① $\boxed{U_1 - U_2 = A^1 + Q}$? $\rightarrow$ ② $Q = (U_1 - U_2) - A^1$

③ $U_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1$ ④ $U_2 = \frac{3}{2}\nu R T_2$ ⑤ $\boxed{U_1 - U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2)}$

Б

$\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}}$ ⑥ $\qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 p_2}{T_2 p_1}$ ⑨

⑦ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1 p_2}{T_2 p_1}$ $\qquad T_2^2 = \frac{p_2}{p_1} T_1^2$

⑧ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_2}{T_1}$

⑩ $T_2 = T_1\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}$

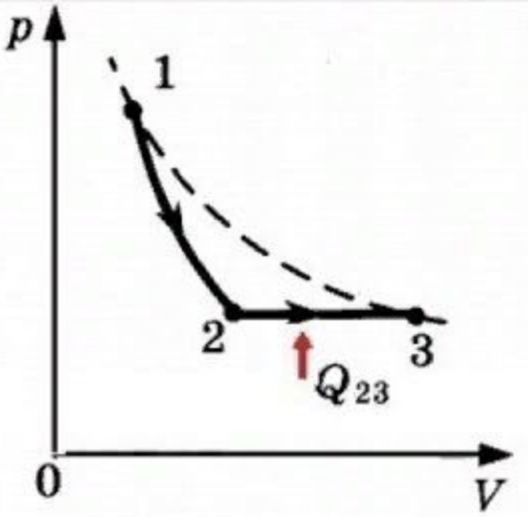
В

$$U_1 - U_2 = \frac{3}{2}\nu R\left(T_1 - T_1\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}\right)$$

$$U_1 - U_2 = \frac{3}{2}\nu R T_1\left(1 - \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}\right) = 3740\,\text{Дж}.$$

$Q = (U_1 - U_2) - A^1 \rightarrow Q = 3740\,\text{Дж} - 2493\,\text{Дж} \rightarrow \boxed{Q \approx 1247\,\text{Дж}}$

7Д-30 Идеальный одноатомный газ расширяется сначала адиабатически, а затем изобарно. Конечная температура газа равна начальной (см. рисунок). При адиабатическом расширении газ совершил работу, равную $A_{12} = 3$ кДж. Какова работа газа A_{123} за весь процесс?



А

① $\cancel{U_1} - A_{12} + \Delta U_{23} = \cancel{U_3}$

$T_1 = T_3 \rightarrow U_1 = U_3$

② $\Delta U_{23} = A_{12}$

$U = \dfrac{3}{2}\nu RT$ (2б)

Б

1-2: Адиабатическое расширение газа

$Q_{12} = 0$; $U_1 - U_2 = A_{12}$

2-3: Изобарное расширение : $p_2 = p_3 = p$

③ $\Delta U_{23} = \dfrac{3}{2}p(V_3 - V_2)$

④ $A_{23} = p(V_3 - V_2)$

⑤ $\Delta U_{23} = \dfrac{3}{2}A_{23}$

⑥ $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$

$Q_{23} = \dfrac{3}{2}A_{23} + A_{23} \rightarrow Q_{23} = \dfrac{5}{2}A_{23}$

$\Delta U_{23} = \dfrac{3}{5}Q_{23} \leftarrow A_{23} = \dfrac{2}{5}Q_{23}$ ⑧

С

(2а) $\Delta U_{23} = A_{12}$

(5а) $\Delta U_{23} = \dfrac{3}{2}A_{23}$

$\dfrac{3}{2}A_{23} = A_{12}$

$A_{23} = \dfrac{2}{3}A_{12}$ ⑦

Работа газа A_{123} за весь процесс равна

$$A_{123} = A_{12} + A_{23} = A_{12} + \frac{2}{3}A_{12} = \frac{5}{3}A_{12}$$

Ответ: $A_{123} = \dfrac{5}{3}A_{12} = 5$ кДж.

29−2 С одноатомным идеальным газом неизменной массы происходит циклический процесс, показанный на рисунке. За цикл газ совершает работу $A'_{ц} = 5$ кДж. Какое количество теплоты $Q_{н}$ газ получает за цикл от нагревателя?

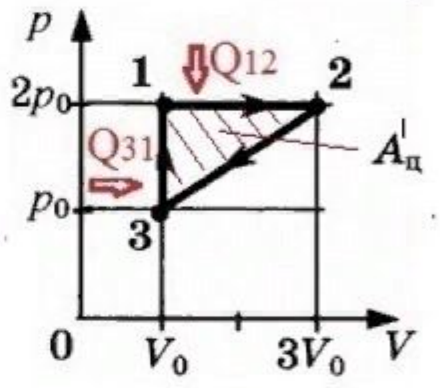


Рис2

① $Q_{12} = A'_{12} + (U_2 - U_1)$

② $Q_{31} = (U_1 - U_3)$

③ $Q_{н} = Q_{12} + Q_{31}$

④ $Q_{н} = A'_{12} + U_2 - \cancel{U_1} + \cancel{U_1} - U_3$

$\Downarrow$

⑤ $Q_{н} = A'_{12} + (U_2 - U_3)$

$U = \frac{3}{2} pV$

$\Downarrow$

⑥ $Q_{н} = 2p_0\, 2V_0 + \frac{3}{2}(2p_0\, 3V_0 - p_0V_0)$

$\Downarrow$

⑧ $\boxed{Q_{н} = \frac{23}{2} p_0V_0}$

Работа газа за цикл равна

⑦ $\boxed{A'_{ц} = \frac{p_0}{2}\cdot 2V_0 = p_0V_0}$

$\boxed{Q_{н} = \frac{23}{2} A'_{ц}}$ $\Rightarrow 11{,}5\, A'_{ц}$

$\Downarrow$

$Q_{н} = \frac{23}{2}\, 5$ кДж $= 57{,}5$ кДж

За цикл газ получает от нагревателя

количество теплоты $Q_{н}$: 57,5 кДж

1 *Запомните и запишите в конспект:*

" Знак работы всегда определяет cos α *между векторами силы и перемещения"!*

$\boxed{A = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\cos\alpha}$ ①

$\cos\alpha = 1$ $\qquad$ $\cos\alpha = -1$

$A > 0$ $\qquad$ $A < 0$

2 ① $Q_{12} = A'_{12} + (U_2 - U_1)$ - при изобарном расширении.

② $Q_{31} = (U_1 - U_3)$ - при изохорном нагревании.

Тепловой баланс

4. Задание 27 № 3073

В калориметре находился 1 кг льда. Какой была температура льда, если после добавления в калориметр 15 г воды, имеющей температуру 20 °С, в калориметре установилось тепловое равновесие при –2 °С? Теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью калориметра пренебречь.

Решение. Количество теплоты, необходимое для нагревания льда, находящегося в калориметре, до температуры t:

$$Q = c_1 m_1 (t - t_1). \quad (1)$$

Количество теплоты, отдаваемое водой при охлаждении её до 0 °С:

$$Q_1 = c_2 m_2 (0 - t_2). \quad (2)$$

Количество теплоты, выделяющейся при отвердевании воды при 0 °С:

$$Q_2 = -\lambda m_2. \quad (3)$$

Количество теплоты, выделяющейся при охлаждении льда, полученного из воды, до температуры t:

$$Q_3 = c_1 m_2 (t - 0). \quad (4)$$

Уравнение теплового баланса:

$$Q + Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0. \quad (5)$$

Объединяя формулы (1)—(5), получаем

$$t_1 = \frac{m_1 c_1 t - m_2 \left(c_2 (t_2 - 0) + \lambda + c_1 (0 - t)\right)}{m_1 c_1} \approx -5\ °\mathrm{C}.$$

Ответ: $t_1 \approx -5\ °\mathrm{C}$.

5. Задание 27 № 3670

В 2012 году зима в Подмосковье была очень холодной, и приходилось использовать системы отопления дачных домов на полную мощность. В одном из них установлено газовое отопительное оборудование с тепловой мощностью 17,5 кВт и КПД 85%, работающее на природном газе— метане $\mathrm{CH_4}$. Сколько пришлось заплатить за газ хозяевам дома после месяца (30 дней) отопления в максимальном режиме? Цена газа составляла на этот период 3 рубля 30 копеек за 1 кубометр газа, удельная теплота сгорания метана 50,4 МДж/кг. Можно считать, что объём потреблённого газа измеряется счётчиком при нормальных условиях. Ответ округлите до десятков рублей.

Решение. Метан имеет молярную массу $\mu = 16$ г/моль. Согласно уравнению Клапейрона—Менделеева, плотность метана ρ при нормальных условиях (температура $T = 273$ К, давление $p = 10^5$ Па) равна

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} = \frac{10^5 \cdot 0{,}016}{8{,}31 \cdot 273} \approx 0{,}705 \text{ кг/м}^3.$$

Удельная теплота сгорания метана в пересчёте на кубометр газа равна $q = 50{,}4 \cdot 0{,}705 \approx 35{,}5$ МДж/м^3. КПД газового отопительного оборудования $\eta = 0{,}85$, а тепловая мощность установки $N = 17{,}5$ кВт, поэтому мощность, выделяющаяся при сгорании газа, равна $N_{\text{затр}} = \dfrac{N}{\eta} \approx 20{,}6$ кВт.

Таким образом, за месяц (30 суток по 86400 секунд) потребление энергии составит

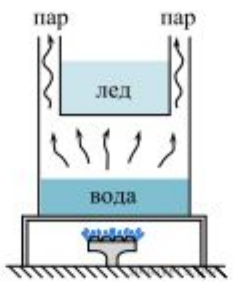
$$Q = N_{\text{затр}} \cdot 86400 \cdot 30 \approx 5{,}34 \cdot 10^{10} \text{ Дж} \approx 53\,400 \text{ МДж}.$$

Объём потребленного за месяц газа будет равен $V = \dfrac{Q}{q} = \dfrac{53400}{35{,}5} \approx 1504$ м^3, а его стоимость равна $1504 \cdot 3{,}30 \approx 4960$ рублей.

Ответ: хозяевам пришлось заплатить за месяц отопления дома газом 4960 рублей.

6. Задание 27 № 3688

На газовую плиту поставили сосуд, в котором находится 0,5 литра воды при температуре $+20\ ^\circ\mathrm{C}$. В верхней части сосуда имеется ёмкость с 1 кг льда при температуре $0\ ^\circ\mathrm{C}$ (см. рисунок). Пары воды могут выходить из сосуда, обтекая ёмкость со льдом. Что и при какой температуре окажется в верхней ёмкости к моменту, когда вся вода в сосуде испарится? Считать, что на нагревание ёмкости расходуется 50% теплоты, получаемой водой в сосуде. Испарением воды при температуре ниже $+100\ ^\circ\mathrm{C}$, а также теплоёмкостью стенок сосуда и ёмкости пренебречь.



Решение. Найдём сначала количество теплоты, которое получит сосуд к моменту, когда вся вода в нём испарится. Оно складывается из теплоты, затраченной на нагревание всей массы воды $m=\rho V=0{,}5$ кг (V— объём, ρ— плотность воды) от температуры $T_1=+20$ до $T_2=+100\ ^\circ\mathrm{C}$, и теплоты, пошедшей на испарение воды (здесь C— удельная теплоёмкость, λ— удельная теплота испарения воды):

$$Q^+=Cm(T_2-T_1)+\lambda m=4200\cdot 0{,}5\cdot 80+2{,}3\cdot 10^6\cdot 0{,}5=$$
$$=(168+1150)\cdot 10^3\ \text{Дж}=1318\ \text{кДж}.$$

Из условия следует, что 50% этого количества теплоты пошло на нагревание ёмкости со льдом: $0{,}5\cdot Q^+=659$ кДж. На плавление всей массы льда M с удельной теплотой плавления q необходимо количество теплоты

$$Q_{\text{пл}}=qM=3{,}3\cdot 10^5\cdot 1=330\ \text{кДж}<0{,}5\cdot Q^+=659\ \text{кДж}.$$

Остальное количество теплоты пойдёт, очевидно, на нагревание получившейся в ёмкости воды массой M от $0\ ^\circ\mathrm{C}$ до некоторой температуры T:

$$0{,}5\cdot Q^+-Q_{\text{пл}}=659-330=329\ \text{кДж}=CM(T-0\ ^\circ\mathrm{C})=CMT,$$

откуда $T=\dfrac{329}{4{,}2\cdot 1}\approx 78\ ^\circ\mathrm{C}<100\ ^\circ\mathrm{C}$. Таким образом, вода в ёмкости, получившаяся при плавлении льда, не испарится.

Ответ: к моменту испарения всей воды в сосуде в верхней ёмкости окажется 1 кг воды при температуре $+78\ ^\circ\mathrm{C}$.

Среднеквадратичная скорость молекул идеального одноатомного газа, заполняющего закрытый сосуд, равна $\overline{\upsilon} = 450$ м/с. Как и на сколько изменится среднеквадратичная скорость молекул этого газа, если давление в сосуде вследствие охлаждения газа уменьшить на 19%?

Решение. Среднеквадратичная скорость молекул идеального газа при температуре T равна $\upsilon_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$, где k— постоянная Больцмана, m_0— масса одной молекулы этого газа. Учитывая соотношение $\frac{M}{m_0} = \frac{R}{k} = N_A$, где R— универсальная газовая постоянная, M— молярная масса газа, N_A— постоянная Авогадро, выразим среднеквадратичную скорость молекул в виде $\upsilon_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где p— давление газа, V— объем сосуда, m— масса газа. Из этих выражений следует, что $\upsilon_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}$. Тогда начальная и конечная среднеквадратичная скорости равны $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{3p_1V}{m}}$ и $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{3p_2V}{m}}$, здесь учтено, что изменение давления в сосуде происходит при неизменном объёме (сосуд закрытый).

Согласно условию задачи, $p_2 = p_1 - 0{,}19p_1 = 0{,}81p_1$. Следовательно,

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{3p_2V}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0{,}81p_1V}{m}} = \upsilon_1\sqrt{0{,}81} = 0{,}9\upsilon_1.$$

Отсюда следует, что изменение среднеквадратичной скорости молекул

$$\Delta\upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1 = 0{,}9\upsilon_1 - \upsilon_1 = -0{,}1\upsilon_1 = -0{,}1 \cdot 450 \text{ м/с} = -45 \text{ м/с}.$$

Таким образом, среднеквадратичная скорость молекул газа уменьшится на 45 м/с.

Ответ: среднеквадратичная скорость молекул газа уменьшится на 45 м/с.

Приведём другое решение.

Запишем основное уравнение МКТ, для первого и второго состояний газа:

$$p_1 = \frac{1}{3} m_0 n \left(\overline{\upsilon^2}\right)_1, \quad p_2 = \frac{1}{3} m_0 n \left(\overline{\upsilon^2}\right)_2$$

Объём сосуда и число молекул в нём не изменяются, следовательно, концентрация остаётс неизменной. Получаем:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\left(\overline{\upsilon^2}\right)_1}{\left(\overline{\upsilon^2}\right)_2} \Leftrightarrow \upsilon_2 = \upsilon_1 \sqrt{\frac{p_2}{p_1}},$$

$$\upsilon_2 = 450 \sqrt{\frac{0{,}81 p_1}{p_1}} = 405 \text{ м/с},$$

Откуда $\upsilon_2 - \upsilon_1 = -45$ м/с.

Ответ: $\upsilon_2 - \upsilon_1 = -45$ м/с.

Для отопления обычной московской квартиры площадью $S = 60$ м^2 в месяц требуется при сильных морозах, судя по квитанциям ЖКХ, примерно 1 гигакалория теплоты (1 кал $\approx 4{,}2$ Дж). Она получается в основном при сжигании на московских теплоэлектростанциях природного газа— метана с КПД η преобразования энергии экзотермической реакции в теплоту около 50%. Уравнение этой химической реакции имеет вид:

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O + Q,$$

где $Q \approx 1{,}33 \cdot 10^{-18}$ Дж. Представим себе, что пары воды, получившиеся в результате сжигания метана, сконденсировались, замёрзли на морозе и выпали в виде снега на крыше дома, равной по площади квартире. Будем считать плотность такого снега равной 100 кг/м^3.

Какова будет толщина h слоя снега, выпавшего за месяц в результате этого процесса?

Решение. Поскольку при горении одной молекулы метана образуется две молекулы воды, значит, образованию одной молекулы воды при горении метана соответсвует количество теплоты, равное $\frac{Q}{2}$, а для отопления используется только $\eta \cdot \frac{Q}{2} \approx 0{,}332 \cdot 10^{-18}$ Дж. Число молекул воды, образовавшихся за месяц при получении для отопления количества теплоты в 1 гигакалорию = 4,2 ГДж, составляет $N = \frac{4{,}2 \cdot 10^9}{3{,}32 \cdot 10^{-19}} \approx 1{,}265 \cdot 10^{28}$ шт., то есть примерно $\frac{1{,}265 \cdot 10^{28}}{6 \cdot 10^{23}} \approx 2{,}11 \cdot 10^4$ молей.

Масса 1 моля воды равна 0,018 кг, так что за месяц образуется примерно $2{,}11 \cdot 10^4 \cdot 0{,}018 \approx 380$ кг воды, которая, сконденсировавшись, превращается на морозе в снег.

При плотности снега, равной 100 кг/м^3, объём такого количества замёрзшей воды равен $V = \frac{380}{100} = 3{,}8$ м^3. Толщина слоя снега составит $h = \frac{V}{S} = \frac{3{,}8}{60} \approx 0{,}063$ м $= 6{,}3$ см.

Ответ: $h = 6{,}3$ см

33. Задание 27 № 25351

В сосуд с водой при температуре $t_1 = 50°C$ опускают шарик с температурой t_2. После установления теплового равновесия температура стала $t_3 = 40$ °C. Не вынимая первый шарик, в сосуд опускает еще один шарик с температурой t_2. После установления теплового равновесия $t_4 = 34°C$. Найдите температуру шариков t_2. Теплообменом с окружающей средой и сосудом можно пренебречь.

Решение. После опускания в горячую воду одного шарика произошел теплообмен, уравнение которого имеет вид: $Q_1 + Q_2 = 0$, где теплота, отданная горячей водой, равна $Q_1 = m_{в}c_{в}(t_3 - t_1)$, а теплота, полученная шариком, равна $Q_2 = m_{ш}c_{ш}(t_3 - t_2)$.

После опускания в воду с первым шариком второго шарика при теплообмене выполняется уравнение $Q_3 + Q_4 + Q_5 = 0$, где теплота, отданная водой, $Q_3 = m_{в}c_{в}(t_4 - t_3)$; теплота, отданная первым шариком $Q_4 = m_{ш}c_{ш}(t_4 - t_3)$; теплота, полученная третьим шариком, $Q_5 = m_{ш}c_{ш}(t_4 - t_2)$. Получаем систему двух уравнений:

$$\begin{cases} m_{в}c_{в}(t_3 - t_1) = m_{ш}c_{ш}(t_2 - t_3), \\ m_{в}c_{в}(t_4 - t_3) = m_{ш}c_{ш}(t_2 + t_3 - 2t_4). \end{cases}$$

При делении одного уравнения на другое исключаем массы и удельные теплоемкости воды и шариков, находим искомую температуру:

$$t_2 = \frac{t_1t_3 - 3t_1t_4 + t_3t_4}{2t_3 - t_1 - t_4} = \frac{50 \cdot 40 - 2 \cdot 50 \cdot 34 + 40 \cdot 34}{2 \cdot 40 - 50 - 34} = 10°C.$$

Ответ: 10°C.

Термодинамика.Вычисление работы . КПД,

11. Задание 27 №

С разреженным азотом, который находится в сосуде под поршнем, провели два опыта. В первом опыте газу сообщили, закрепив поршень, количество теплоты $Q_1 = 742$ Дж, в результате чего его температура изменилась на некоторую величину ΔT. Во втором опыте, предоставив азоту возможность изобарно расширяться, сообщили ему количество теплоты $Q_2 = 1039$ Дж, в результате чего его температура изменилась также на ΔT. Каким было изменение температуры в опытах? Масса азота $m = 1$ кг.

Решение. Согласно первому началу термодинамики

$$Q_1 = \Delta U, \quad (1)$$

$$Q_2 = \Delta U + A, \quad (2)$$

где ΔU— приращение внутренней энергии газа (одинаковое в двух опытах), A— работа газа во втором опыте. Вычитая (1) из (2), получаем

$$Q_2 - Q_1 = A. \quad (3)$$

Работа A совершалась газом в ходе изобарного расширения, так что

$$A = p\Delta V \quad (4)$$

(ΔV — изменение объёма газа).

С помощью уравнения Клапейрона— Менделеева эту работу можно выразить через приращение температуры газа:

$$p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T. \quad (5)$$

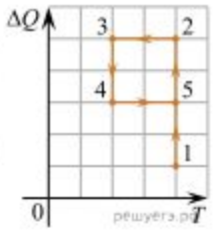
Из уравнений (3), (4) и (5) получаем

$$\Delta T = \frac{(Q_2 - Q_1)M}{mR} = \frac{(1039 - 742) \cdot 0{,}028}{1 \cdot 8{,}31} \approx 1 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T \approx 1$ К.

14. Задание 27 № 3898

На рисунке изображён процесс 1-2-3-4-5, проводимый над 1 молем идеального одноатомного газа. Вдоль оси абсцисс отложена абсолютная температура T газа, а вдоль оси ординат— количество теплоты ΔQ, полученное или отданное газом на соответствующем участке процесса. После прихода в конечную точку 5 весь процесс циклически повторяется с теми же параметрами изменения величин, отложенных на осях. Найдите КПД этого цикла.



Решение. Определим вначале тип цикла, изображённого на рисунке.

На участке 1–2 имеем $T_{12} = const$, $\Delta Q_{12} > 0$, следовательно, это изотермический процесс, при котором рабочее тело (газ) получает количество теплоты $\Delta Q_{12} > 0$.

Аналогичным образом, участок 3–4— это изотермический процесс $T_{34} = const$, при котором рабочее тело отдаёт количество теплоты $\Delta Q_{34} < 0$, причём $|\Delta Q_{34}| < |Q_{12}|$. На участках 2–3 и 4–5 имеем $Q_{23} = Q_{45} = 0$ так что эти участки являются адиабатическими процессами, при которых рабочее тело не обменивается теплотой с окружающей средой.

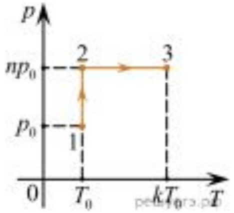
Таким образом, данный циклический процесс— это цикл идеальной тепловой машины, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Этот цикл проводится, как видно из рисунка, между максимальной температурой T_{12} и минимальной температурой $T_{34} = \dfrac{T_{12}}{2}$.

КПД такого цикла Карно равен $\eta = 1 - \dfrac{T_{34}}{T_{12}} = 1 - \dfrac{1}{2} = 0{,}5$.

Таким образом, КПД данного цикла составляет 50%.

Ответ: КПД цикла равен $\eta = 50\,\%$.

1 моль идеального газа переходит из состояния 1 в состояние 2, а потом— в состояние 3 так, как это показано на (p, T) диаграмме. Начальная температура газа равна T_0 =300 К. Определите работу газа при переходе из состояния 2 в состояние 3, если $k = 2$.



Решение. Запишем уравнение Клапейрона— Менделеева для 1 моля газа в состояниях 1 и 2: $p_0V_0 = RT_0$, $np_0V_2 = RT_0$, где V_0 и V_2 — объём газа в состояниях 1 и 2 при одинаковой температуре T_0. Отсюда следует, что объём газа в состоянии 2 равен $V_2 = \dfrac{V_0}{n} = \dfrac{RT_0}{np_0}$.

Процесс 2−3— изобарический при давлении np_0, поэтому работа газа на участке 2−3 равна $A = np_0\left(V_3 - V_2\right)$. Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева $np_0V_3 = R \cdot kT_0$, откуда $V_3 = \dfrac{R \cdot kT_0}{np_0}$.

Таким образом, работа на участке 2−3 равна

$$A = np_0\left(\frac{R \cdot kT_0}{np_0} - \frac{RT_0}{np_0}\right) = (k-1)RT_0 = (2-1) \cdot 8,31 \cdot 300 = 2493 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = (k-1)RT_0 = 2493$ Дж.

Приведём другое решение.

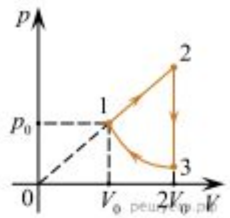
Будем обозначать все величины буквами с соответствующими индексами. Рассмотрим процесс 2−3: он изобарный, работа в данном процессе $A = p_3\Delta V_{23}$. Напишем уравнение Менделеева-Клапейрона для второго и третьего состояний газа:

$$p_2V_2 = \nu RT_2, \quad p_3V_3 = \nu RT_3.$$

Учитывая, что $p_2 = p_3$, получаем $p_3\Delta V_{23} = \nu R\Delta T_{23}$. Тогда

$$A = \nu R\Delta T_{23} = \nu R(kT_0 - T_0) =$$
$$= \nu RT_0(k-1) = 1 \cdot 8,31 \cdot 300 \cdot (2-1) = 2493 \text{ Дж.}$$

Над одноатомным идеальным газом проводится циклический процесс, показанный на рисунке. На адиабате 3–1 внешние силы сжимают газ, совершает работу $A_{31} = 370$ Дж. Количество теплоты, отданное газом за цикл холодильнику, равно $|Q_{\text{хол}}| = 3370$ Дж. Количество вещества газа в ходе процесса не меняется. Найдите работу газа A_{12} на участке 1–2.



Решение. Согласно первому началу термодинамики, переданное газу тепло идет на изменение его внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил: $Q = \Delta U + A$.

Исследуем все участки цикла по отдельности. На участке 1-2 газ расширяется, совершая положительную работу $A_{12} > 0$, кроме того его температура растет, а значит, $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T > 0$ и $Q_{12} > 0$, следовательно, газ получает тепло.

На участке 2-3 объем газа не изменяется, давление, а значит, и температура газа уменьшаются. Поэтому $A_{23} = 0$, $\Delta U_{23} < 0$, $Q_{23} < 0$, следовательно, газ отдает тепло холодильнику.

Участок 3-1, по условию, представляет собой адиабату, на этом участке газ не обменивается теплом с окружающей средой. Таким образом, все тепло, получаемое газом за цикл, передается ему на участке 1-2, а все тепло, отдаваемое им за цикл, отдается на участке 2-3.

Применим первое начало к участку 1-2: $Q_{\text{нагр}} = A_{12} + \Delta U_{12}$. Работе газа на диаграмме $p - V$ соответствует площадь под графиком процесса: $A_{12} = \frac{1}{2}(p_0 + 2p_0)V_0 = \frac{3}{2}p_0V_0$. Используя уравнение Клаперойна-Менделеева, $pV = \nu RT$, для изменения внутренней энергии на участке 1-2 имеем:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\Delta(pV) = \frac{3}{2}(2p_0 2V_0 - p_0 \upsilon_0) = \frac{9}{2}p_0V_0 = 3A_{12}.$$

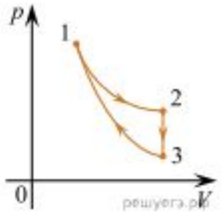
Таким образом, $Q_{\text{нагр}} = 4A_{12}$

Применим теперь первое начало ко всему процессу в целом. Так как он представляет собой замкнутый цикл, то изменение внутренней энергии за весь процесс равно нулю. Работу газа за цикл можно найти как разность работ на участках 1-2 и 3-1:

$$Q_{\text{нагр}} - |Q_{\text{хол}}| = A_{12} - |A_{31}| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3A_{12} = |Q_{\text{хол}}| - |A_{31} \Leftrightarrow A_{12} = \frac{1}{3}(3370 \text{ Дж} - 370 \text{ Дж}) = 1000 \text{ Дж}$$

газа, состоит из изотермического расширения, изохорного охлаждения и адиабатического сжатия. В изохорном процессе температура газа понижается на ΔT, а работа, совершённая газом в изотермическом процессе, равна A. Определите КПД тепловой машины.



Решение. КПД цикла рассчитывается по формуле $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{Q}$, где $A_{\text{пол}}$ — полезная работа, совершаемая тепловой машиной за цикл, Q— количество теплоты, переданное тепловой машине за весь цикл. Будем обозначать работу, теплоту и изменение внутренней энергии рабочего тела на каждом участке соответственно буквами A, Q и ΔU с соответствующими индексами. Также заметим, что разность $T_3 - T_2$ отрицательна, поэтому $\Delta T_{23} = T_3 - T_2 = -\Delta T$.

Рассмотрим последовательно каждый процесс.

Процесс 1−2: изотерма $\Delta T_{12} = 0$. Тогда

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{12} + A = A, \quad A_{12} = A.$$

Процесс 2−3: изохора $\Delta V_{23} = 0$. Тогда $A_{23} = 0$, откуда

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{23} = -\frac{3}{2}\nu R \Delta T.$$

Процесс 3−1: адиабата $Q_{31} = 0$. Тогда $Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31}$, откуда

$$A_{31} = -\Delta U_{31} = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_3) = -\frac{3}{2}\nu R \Delta T.$$

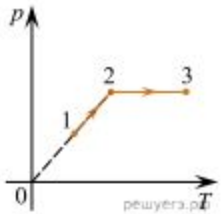
Полезная работа $A_{\text{пол}}$ равна сумме работ на всех участках: $A_{\text{пол}} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = A - \frac{3}{2}\nu R \Delta T$. Количество теплоты, переданное тепловой машине в цикле, равно сумме всех положительных теплот: $Q = Q_{12} = A$. Поэтому КПД тепловой машины будет

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{Q} = \frac{A - \frac{3}{2}\nu R \Delta T}{A}.$$

Ответ: $\frac{A - \frac{3}{2}\nu R \Delta T}{A}$.

34. Задание 27 № 7166

Один моль одноатомного идеального газа совершает процесс 1–2–3, график которого показан на рисунке в координатах p–T. Известно, что давление газа p в процессе 1–2 увеличилось в 2 раза. Какое количество теплоты было сообщено газу в процессе 1–2–3, если его температура T в состоянии 1 равна 300 К, а в состоянии 3 равна 900 К?



Решение. Для определения количества теплоты Q_{123} необходимо сложить количества теплоты, сообщённые газу на участках 1–2 и 2–3: $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$.

Исходя из приведённого графика, можно сделать вывод, что процесс 1–2 является изохорным. Для него, как следует из уравнения Клапейрона – Менделеева, $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$, откуда $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{T_2}{T_1} = 2.$ Следовательно,

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 2T_1 = 300 \cdot 2 = 600 \text{ К}.$$

Работа газа в процессе 1–2 равна нулю, и для него первый закон термодинамики с учётом выражения для внутренней энергии одноатомного идеального газа принимает вид:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}\upsilon R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\upsilon R T_1 \approx 3,74 \text{ кДж}.$$

Процесс 2–3 является изобарным с давлением $p = p_2 =$const, для него первый закон термодинамики принимает вид: $Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23}$, где $\Delta U_{23} = \dfrac{3}{2}\upsilon R(T_3 - T_2)$ — изменение внутренней энергии газа, $A_{23} = p_2(V_3 - V_2)$ — совершённая газом работа. Из уравнения Клапейрона–Менделеева $pV = \nu RT$ следует, что

$$Q_{23} = \frac{3}{2}\upsilon R(T_3 - T_2) + \upsilon R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\upsilon R(T_3 - T_2).$$

Таким образом,

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\upsilon R(T_3 - 2T_1) \approx 6,23 \text{ кДж}.$$

В результате $Q_{123} = \dfrac{3}{2}\upsilon R T_1 + \dfrac{5}{2}\upsilon R(T_3 - 2T_1) \approx 10$ кДж.

Ответ: 10.

40. Задание 27 № 9256

В комнате размером 3×5×6 м при температуре 20 °С влажность воздуха равна 35%. После включения увлажнителя воздуха, производительность которого равна 0,36 л/ч, влажность в комнате стала равна 70%. За какое время это произошло? Давление насыщенного пара при 20 °С равно 2,33 кПа.

Решение. Относительной влажностью называют отношение давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре:

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{нп}}} \cdot 100\,\%.$$

Тогда давление водяных паров в комнате в начале и в конце работы увлажнителя принимает значения:

$$p_1 = \varphi_1 \cdot p_{\text{нп}} \text{ и } p_2 = \varphi_2 \cdot p_{\text{нп}}$$

Функция увлажнителя— превратить воду, которая есть в его распоряжении в водяной пар. Тем самым в комнате увеличивается масса водяного пара в воздухе и как следствие увеличивается влажность. Пусть P— производительность увлажнителя, тогда масса водяного пара в комнате до и после связана выражением:

$$m_2 = m_1 + P \cdot t \cdot \rho_{\text{воды}}.$$

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для двух состояний водяного пара:

$$\begin{cases} p_1V = \dfrac{m_1}{M}RT, \\ p_2V = \dfrac{m_2}{M}RT. \end{cases}$$

Вычтем из нижнего уравнения верхнее:

$$p_2V - p_1V = \frac{RT}{M}(m_2 - m_1) = \frac{RT}{M} \cdot P \cdot t \cdot \rho_{\text{воды}}.$$

Выразим отсюда время:

$$t = \frac{VM(p_2 - p_1)}{RT \cdot P \cdot \rho_{\text{воды}}} = \frac{VMp_{\text{нп}}(\varphi_2 - \varphi_1)}{RT \cdot P \cdot \rho_{\text{воды}}} =$$

$$= \frac{90 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 2,33 \cdot 10^3 (0,70 - 0,35)}{8,31 \cdot 293 \cdot 0,36 \cdot 10^{-3} \cdot 1000} \approx 1,5 \text{ ч.}$$

45. Задание 27 № 10963

В вертикальный теплоизолированный стакан калориметра объёмом 200 см^3 налили до краёв воду при температуре t_1 = 20 °С, а затем опустили туда кусок алюминия массой m = 270 г, находящийся при температуре t_2 = –100 °С. Какой объём льда окажется в стакане после установления теплового равновесия? Теплоёмкостью стакана и поверхностным натяжением воды можно пренебречь. Плотность льда 0,9 г/см^3.

Решение. 1. Выясним, какое количество теплоты необходимо для нагревания куска алюминия с удельной теплоёмкостью $C_{\text{ал}} = 900\ \text{Дж}/(\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C})$ от температуры t_2 до t_0 = 0 °С:

$$Q_1 = C_{\text{ал}} m(t_0 - t_2) = 900\cdot 0{,}27\cdot 100 = 24300\ \text{Дж}.$$

2. Объём куска алюминия (плотностью $\rho_{\text{ал}} = 2{,}7\ \text{г}/\text{см}^3$) равен $V_2 = m/\rho_{\text{ал}} = 100\ \text{см}^3$, и после его погружения в стакан часть воды вытечет, её объем уменьшится на величину V_2 и станет равным V_1 = 100 см^3, а её масса будет равна

$$m_1 = \rho_{\text{в}} V_1 = 100\ \text{г (здесь } \rho_{\text{в}} = 1\ \text{г}/\text{см}^3).$$

3. Найдём теперь, какое количество теплоты может выделиться при охлаждении массы m_1 воды теплоёмкостью $C_{\text{в}} = 4200\ \text{Дж}/(\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C})$ от температуры t_1 до t_0 = 0 °С:

$$Q_2 = C_{\text{в}} m_1(t_1 - t_0) = 4200\cdot 0{,}1\cdot 20 = 8400\ \text{Дж}.$$

4. Поскольку $Q_1 > Q_2$, то часть воды начнёт замерзать при t_0=0 °С и её теплота кристаллизации пойдёт на нагревание алюминия. Всего замерзнет масса воды, равная $m_3 = (Q_1 - Q_2)/\lambda = 15900/330 \approx 48{,}18$ г, которая займёт объём

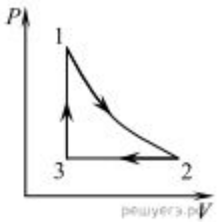
$$V_3 = m_3/\rho_{\text{л}} \approx 48{,}18/0{,}9 \approx 53{,}5\ \text{см}^3$$

в виде льда, примёрзшего к куску алюминия.

Ответ: в стакане останется лёд объёмом $V_{\text{л}} \approx 53{,}5\ \text{см}^3$.

47. Задание 27 № 11573

С одним молем идеального одноатомного газа проводят циклический процесс 1−2−3−1, где 1−2— адиабата, 2−3— изобара, 3−1— изохора. Температуры в точках 1, 2, 3 равны 600 К, 455 К и 300 К соответственно. Найдите КПД цикла.



Решение. Цикл не является циклом идеальной тепловой машины. Поэтому воспользуемся общей формулой через теплоту нагревателя и теплоту холодильника.

$$\eta = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н} = 1 - \frac{Q_х}{Q_н}.$$

Необходимо выяснить, на каком из участков цикла газ получает тепло от нагревателя, а на каком— отдаёт холодильнику. Для этого проведём подсчёт теплоты каждого участка по 1-му началу термодинамики: $Q = A + \Delta U$.

1. На участке 1−2 представлена адиабата— по определению количество теплоты на этом участке равно нулю: $Q_{12} = 0$.

2. На участке 2−3 представлен изобарный процесс. Тут нужно подсчитать и работу газа и внутреннюю энергию.

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = p_2(V_3 - V_2) + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) =$$
$$= (p_2V_3 - p_2V_2) + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = (\nu RT_3 - \nu RT_2) + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) =$$
$$= \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) < 0.$$

Количество теплоты тут получилось отрицательное, значит, на этом участке газ отдаёт теплоту холодильнику.

$$Q_{\text{х}} = |Q_{23}| = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_3).$$

3. На участке 3−1 объём газ постоянен, работа равна нулю:

$$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) > 0.$$

Теплота получилась на этом участке положительной, а значит, газ получает теплоту от нагревателя:

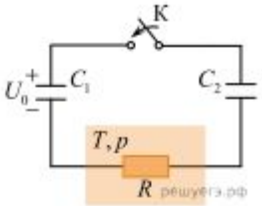
$$Q_{\text{н}} = Q_{31} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3).$$

4. Найдём значение КПД:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}} = 1 - \frac{\frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_3)}{\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3)} = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3},$$

$$\eta = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{455 - 300}{600 - 300} = 1 - \frac{31}{36} = \frac{5}{36} \approx 0{,}139 = 13{,}9\,\%.$$

55. Задание 27 № 19812



В цепи, схема которой изображена на рисунке, ёмкости конденсаторов равны C_1=100мкФ и C_2=50мкФ, ключ K разомкнут. Вначале первый конденсатор заряжен до напряжения U_0=200В, второй конденсатор не заряжен, а теплоёмкость резистора R, заключённого в лёгкую герметичную теплоизолированную капсулу, равна C_R=10Дж/К. Капсула заполнена одним молем идеального одноатомного газа, находящегося при температуре T и давлении p, соответствующих нормальным условиям. На сколько изменится давление газа в капсуле после замыкания ключа и установления равновесия в данной системе?

Решение. 1. При установлении равновесия в системе напряжения на конденсаторах выровняются до значения U, полный заряд $q = C_1U_0$ сохранится, и часть начальной энергии $C_1U_0^2/2$ перейдёт в теплоту Q, которая пойдёт на нагревание газа и резистора в капсуле постоянного объёма до установившейся температуры $T + \Delta T$.

2. Запишем уравнения для описанных выше процессов: $C_1U_0 = (C_1 + C_2)\cdot U$, $\dfrac{C_1U_0^2}{2} = \dfrac{(C_1+C_2)U^2}{2} + Q$, откуда $U = \dfrac{C_1U_0}{(C_1+C_2)}$ и

$$Q = \frac{C_1U_0^2}{2} - \frac{C_1^2U_0^2}{2(C_1+C_2)} = \frac{C_1C_2U_0^2}{2(C_1+C_2)} = (C_R + C_г)\cdot\Delta T,$$

где теплоёмкость одного моля идеального одноатомного газа при постоянном объеме $C_г = \dfrac{3}{2}R\cdot 1\ \text{моль} = 1,5\cdot 8,31\ \text{Дж/К} \approx 12,5\ \text{Дж/К}$, а $C_R + C_г \approx 22,5\ \text{Дж/К}$.

3. Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева, для одного моля газа при нормальных условиях и постоянном объёме $V = RT/p$ изменение давления $\Delta p = R\Delta T/V = p\cdot\Delta T/T$. Здесь $p = 10^5$ Па, $T = 273$ К.

4. Подставляя численные значения, получаем: $Q = \dfrac{100\cdot 50\cdot 4\cdot 10^{-2}}{300} = \dfrac{2}{3}$ Дж и $\Delta T = \dfrac{2}{3\cdot 22,5} \approx 0,02963$ К, откуда $\Delta p = \dfrac{10^5\cdot 0,02963}{273}$ Па ≈ 11 Па.

Ответ: $\Delta p \approx 11$ Па.

Школьный класс имеет размеры пола 8 м×12 м и высоту потолка 4,5 м. Осенью при атмосферном давлении 740 мм рт. ст. температура в классе равнялась 18 °С, а зимой, после похолодания и включения отопления температура повысилась до 24 °С при давлении 765 мм рт. ст. На сколько изменилось число молекул азота в классе? В воздухе содержится 78% азота по объёму. Молярная масса воздуха равна 29 кг/кмоль, объёмом учителя, учеников, мебели и учебных пособий можно пренебречь.

Решение. 1. Вначале найдём объём класса $V = 8 \cdot 12 \cdot 4,5 = 432$ м^3 и пересчитаем давления осенью p_o и зимой $p_з$ из мм рт. ст. в паскали, учитывая, что 1 мм рт. ст.= $\rho_{рт}gh = 13600 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 136$ Па: $p_o = 740 \cdot 136 = 100640$ Па, $p_з = 765 \cdot 136 = 104040$ Па. Температуры при этом будут 291 К и 297 К.

2. Затем определим, какая масса воздуха находится в классе при давлении p и температуре T, для чего используем уравнение состояния Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{MRT}{\mu}$: $M = \frac{pV\mu}{RT}$.

3. Получаем для масс воздуха в классе осенью и зимой:

$$M_о = 0,029 \cdot 100640 \cdot \frac{432}{(8,31 \cdot 291)} \approx 521,38 \text{ кг},$$

$$M_о = 0,029 \cdot 104040 \cdot \frac{432}{(8,31 \cdot 297)} \approx 528,11 \text{ кг},$$

4. Изменение массы воздуха равно $\Delta M = M_з - M_o \approx 6,73$ кг.

5. Пересчитаем объёмный процент содержания азота в воздухе в массовый процент: поскольку

$$p = nkT = kT\frac{N}{V} = kT \cdot \frac{N_{аз}}{V_{аз}},$$

то число молекул $N_{аз}$ относится к полному числу молекул N так же, как и объёмы: $\frac{N_{аз}}{N} = \frac{V_{аз}}{V} = 0,78$. Отношение масс кислорода и воздуха равно ($m_{аз}$ и m — массы молекул):

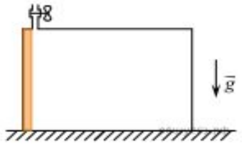
$$N_{аз}\frac{m_{аз}}{Nm} = N_{аз}\frac{\mu_{аз}}{N\mu} = 0,78 \cdot \frac{0,028}{0,029} \approx 0,753.$$

6. Таким образом, зимой число молекул азота в классе увеличилось на

$$\Delta N_{аз} = 0,753 \cdot \frac{\Delta M}{m_{аз}} = 0,753 \cdot \Delta M \cdot \frac{N_A}{\mu_{аз}} = 0,753 \cdot 6,73 \cdot \frac{6 \cdot 10^{23}}{0,028} \approx 1,09 \cdot 10^{26}.$$

Ответ: зимой число молекул азота в классе увеличилось на $\approx 1,09 \cdot 10^{26}$ штук.

В закрытый теплопроводящий цилиндр объёмом V=20л с гладкими внутренними стенками вставлен тонкий тяжёлый поршень, находящийся вначале, при горизонтальном положении цилиндра, около его левой крышки. Внутренний объём цилиндра сообщается с сухим атмосферным воздухом, находящимся при нормальных условиях, через тонкую трубку с открытым краном, который может отсоединять цилиндр от атмосферы. В исходном положении поршень находится чуть левее отверстия трубки (см. рисунок).



В некоторый момент цилиндр ставят в вертикальное положение с поршнем наверху, который опускается вниз, сразу перекрывая трубку и сжимая воздух под собой, а после установления равновесия находится на высоте 0,4l над дном цилиндра (высота цилиндра l=1м). Затем кран перекрывают и снова кладут цилиндр горизонтально. На какое расстояние Δl сдвинется поршень после нового установления равновесия?

Решение. 1. Из теплопроводности цилиндра и постоянного его контакта с атмосферой при нормальных условиях следует, что во всех равновесных состояниях системы её температура будет одинаковой и равной температуре при нормальных условиях, то есть T = 273 К = 0 °С.

2. В первом состоянии весь цилиндр заполнен воздухом при нормальном атмосферном давлении p_a, а его количество согласно уравнению Менделеева-Клапейрона равно $\nu_1 = \dfrac{p_a V}{RT}$.

3. После поворота цилиндра в вертикальное положение и установления равновесия объём этого газа, как следует из условия, уменьшился в 2,5 раза под действием веса поршня, а давление p_1 под поршнем выросло в 2,5 раза, поскольку процесс— изотермический: $p_a V = \nu_1 RT = p_1 \cdot 0,4V$, $p_1 = 2,5 p_a$. При этом процессе в левую половину цилиндра объёмом 0,6V через кран поступило количество атмосферного воздуха $\nu_2 = \dfrac{p_a \cdot 0,6V}{RT} = 0,6\nu_1$ с давлением p_a.

4. Далее кран перекрыли и цилиндр снова повернули в горизонтальное положение, зафиксировав в левой части цилиндра количество воздуха ν_2, и новое равновесие установилось при равенстве давлений слева и справа от поршня: $p_л = p_п$.

5. Теперь в цилиндре объёмом $V = l \cdot S$ и площадью сечения S находится количество воздуха $\nu_1 + \nu_2 = 1,6\nu_1$ под одинаковым давлением $p_л = p_п = \dfrac{1,6\nu_1 RT}{V}$, а объёмы левой и правой частей цилиндра пропорциональны их длинам $l_л$ и $l_п$ и равны, соответственно, с учётом того, что $l_л + l_п = l$,

$$V_л = l_л \cdot S = \frac{0,6\nu_1 RT}{p_л} = \left(\frac{0,6\nu_1 RT}{1,6\nu_1 RT}\right) l \cdot S = 0,375 l \cdot S,\ l_л = 0,375 l,$$

и аналогично

$$V_п = l_п \cdot S = (1 - 0,375) l \cdot S,\quad l_п = 0,625 l.$$

6. Таким образом, поршень сдвинется влево на расстояние

$$\Delta l = l_п - l = (0,625 - 0,4l) = 0,225 l = 0,225\ \text{м} = 22,5\ \text{см}.$$

Ответ: $\Delta l = 0,225 l = 0,225$ м $= 22,5$ см.

5Д-30 Изменение состояния постоянной массы одноатомного идеального газа происходит по циклу, показанному на рисунке. При переходе газа из состояния 2 в состояние 3 внешние силы совершают работу $A_{23} = 5$ кДж. Какое количество теплоты газ получает за цикл от нагревателя?

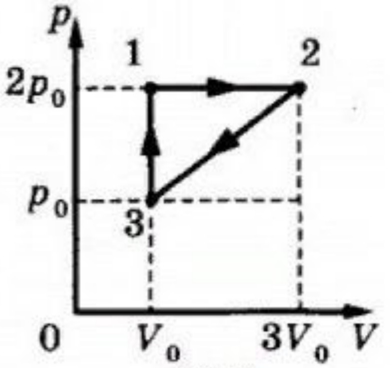


Рис1

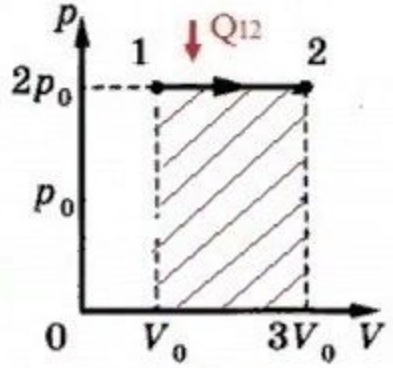


Рис2

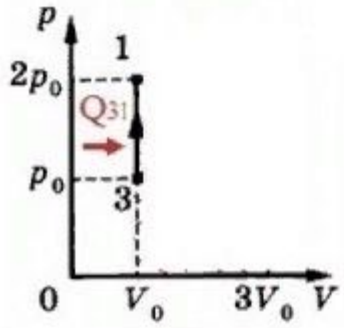


Рис3

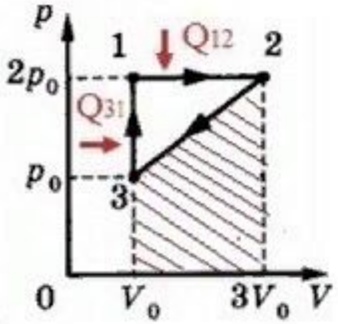


Рис4

А

$$A'_{12} = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0V_0$$

$$(U_2 - U_1) = \frac{3}{2}(2p_0 \cdot 3V_0 - 2p_0V_0)$$

$$\downarrow$$

$$(U_2 - U_1) = 6\,p_0V_0$$

$$Q_{12} = A'_{12} + (U_2 - U_1) \quad ①$$

$$\boxed{Q_{12} = 10\,p_0V_0}$$

Б

$$Q_{31} = (U_1 - U_3) \quad ③$$

$$\downarrow$$

$$Q_{31} = \frac{3}{2}(2p_0 \cdot V_0 - p_0V_0) \qquad Q_{31} = \frac{3}{2}\,p_0V_0$$

$$Q_н = Q_{12} + Q_{31} \quad ④$$

$$\downarrow$$

$$Q_н = 11{,}5\,p_0V_0 \quad ④а$$

В

$$A_{23} = 0{,}5(p_0 + 2p_0) \cdot 2V_0 \quad ⑤$$

$$\downarrow$$

$$A_{23} = 3p_0V_0 \quad ⑤а$$

④а $Q_н = 11{,}5\,p_0V_0$

⑤а $A_{23} = 3p_0V_0$

$$\frac{Q_н}{A_{23}} = \frac{11{,}5\,\cancel{p_0V_0}}{3\cancel{p_0V_0}}$$

$$Q_н = \frac{11{,}5}{3}A_{23}$$

$A_{23} = 5$ кДж

$Q_н \approx 19$ кДж.

К.У: Две формулы для нахождения внутренней энергии одноатомного идеального газа. $U = \frac{3}{2}pV$ ② $\qquad U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$