



Системы счисления

**ЛЕКТОР: доцент МАЙОРОВ ЕВГЕНИЙ
ЕВГЕНЬЕВИЧ**

Двоичная система счисления

- В двоичной системе счисления используются всего две цифры 0 и 1. Другими словами, двойка является основанием двоичной системы счисления.
- В двоичной системе счисления в формировании числа участвуют всего лишь две знака-цифры: 0 и 1. Как только разряд достигает своего предела (т.е. единицы), появляется новый разряд, а старый обнуляется.

- Попробуем считать в двоичной системе:
 - 0 – это ноль
 - 1 – это один (и это предел разряда)
 - 10 – это два
 - 11 – это три (и это снова предел)
 - 100 – это четыре
 - 101 – пять
 - 110 – шесть
 - 111 – семь и т.д.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

- Не трудно заметить, что в двоичной системе счисления длины чисел с увеличением значения растут быстрыми темпами. Как определить, что значит вот это: 10001001? Непривычный к такой форме записи чисел человеческий мозг обычно не может понять сколько это. Неплохо бы уметь переводить двоичные числа в десятичные.

- В десятичной системе счисления любое число можно представить в форме суммы единиц, десятков, сотен и т.д. Например:

$$1476 = 1000 + 400 + 70 + 6$$

- Можно пойти еще дальше и разложить так:

$$1476 = 1 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 6 * 10^0$$

- Посмотрите на эту запись внимательно. Здесь цифры 1, 4, 7 и 6 - это набор цифр из которых состоит число 1476. Все эти цифры поочередно умножаются на десять возведенную в ту или иную степень. Десять – это основание десятичной системы счисления. Степень, в которую возводится десятка – это разряд цифры за минусом единицы.

- Аналогично можно разложить и любое двоичное число. Только основание здесь будет 2:

$$10001001 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

- Если посчитать сумму составляющих, то в итоге мы получим десятичное число, соответствующее 10001001:

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 128 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 137$$

- число 10001001 по основанию 2 равно числу 137 по основанию 10 . Записать это можно так:

$$10001001_2 = 137_{10}$$

Перевод десятичного числа в двоичное

- Может потребоваться перевести десятичное число в двоичное. Один из способов – это деление на два и формирование двоичного числа из остатков. Например, нужно получить из числа 77 его двоичную запись:

$$77 / 2 = 38 \text{ (1 остаток)}$$

$$38 / 2 = 19 \text{ (0 остаток)}$$

$$19 / 2 = 9 \text{ (1 остаток)}$$

$$9 / 2 = 4 \text{ (1 остаток)}$$

$$4 / 2 = 2 \text{ (0 остаток)}$$

$$2 / 2 = 1 \text{ (0 остаток)}$$

$$1 / 2 = 0 \text{ (1 остаток)}$$

- Собираем остатки вместе, начиная с конца: 1001101. Это и есть число 77 в двоичном представлении. Проверим:
$$1001101 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 77$$

Восьмеричная система счисления

- Итак, современное «железо понимает» лишь двоичную систему счисления. Однако человеку трудно воспринимать длинные записи нулей и единиц с одной стороны, а с другой – переводит числа из двоичной в десятичную систему и обратно, достаточно долго и трудоемко. В результате, часто программисты используют другие системы счисления: восьмеричную и шестнадцатеричную. И 8 и 16 являются степенями двойки, и преобразовывать двоичное число в них (так же как и выполнять обратную операцию) очень легко.

- В восьмеричной системе счисления используется восемь знаков-цифр (от 0 до 7). Каждой цифре соответствуют набор из трех цифр в двоичной системе счисления:

- 000 – 0
- 001 – 1
- 010 – 2
- 011 – 3
- 100 – 4
- 101 – 5
- 110 – 6
- 111 – 7

- Для преобразования двоичного числа в восьмеричное достаточно разбить его на тройки и заменить их соответствующими им цифрами из восьмеричной системы счисления. Разбивать на тройки нужно начинать с конца, а недостающие цифры в начале заменить нулями. Например:

$$1011101 = 1\ 011\ 101 = 001\ 011\ 101 = 1\ 3\ 5 = 135$$

- Число 1011101 в двоичной системе счисления равно числу 135 в восьмеричной системе счисления. Или $1011101_2 = 135_8$.
- Обратный перевод. Допустим, требуется перевести число 100_8 (не заблуждайтесь! 100 в восьмеричной системе – это не 100 в десятичной) в двоичную систему счисления.
- $100_8 = 1\ 0\ 0 = 001\ 000\ 000 = 001000000 = 1000000_2$

- Перевод восьмеричного числа в десятичное можно осуществить по уже знакомой схеме:

- $672_8 = 6 * 8^2 + 7 * 8^1 + 2 * 8^0 = 6 * 64 + 56 + 2 = 384 + 56 + 2 = 442_{10}$

- $100_8 = 1 * 8^2 + 0 * 8^1 + 0 * 8^0 = 64_{10}$

Шестнадцатеричная система счисления

- Шестнадцатеричная система счисления, так же как и восьмеричная, широко используется в компьютерной науке из-за легкости перевода в нее двоичных чисел. При шестнадцатеричной записи числа получаются более компактными.

- В шестнадцатеричной системе счисления используются цифры от 0 до 9 и шесть первых латинских букв – А (10), В (11), С (12), D (13), Е (14), F (15).
- При переводе двоичного числа в шестнадцатеричное, первое разбивается на группы по четыре разряда, начиная с конца. В случае, если количество разрядов не делится нацело, то первая четверка дописывается нулями впереди.

- Каждой четверке соответствует цифра шестнадцатеричной системе счисления:
- Например:
 $10011000101 = 0100\ 1100\ 0101 = 4\ C\ 5 = 4C5$
- Если потребуется, то число 4C5 можно перевести в десятичную систему счисления следующим образом (C следует заменить на соответствующее данному символу число в десятичной системе счисления – это 12):
- $4C5 = 4 * 16^2 + 12 * 16^1 + 5 * 16^0 = 4 * 256 + 192 + 5 = 1221$

- Максимальное двухразрядное число, которое можно получить с помощью шестнадцатеричной записи - это FF.
- $FF = 15 * 16^1 + 15 * 16^0 = 240 + 15 = 255$
- 255 – это максимальное значение одного байта, равного 8 битам: 1111 1111 = FF.
Поэтому с помощью шестнадцатеричной системы счисления очень удобно кратко (с помощью двух цифр-знаков) записывать значения байтов. Внимание! Состояний у 8-ми битного байта может быть 256, однако максимальное значение – 255.

Таблица основных систем счисления

10сс	2сс	8сс	16сс
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F