# Системы счисления

ЛЕКТОР: доцент МАЙОРОВ ЕВГЕНИЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ

# Двоичная система счисления

- В двоичной системе счисления используются всего две цифры 0 и 1. Другими словами, двойка является основанием двоичной системы счисления.
- В двоичной системе счисления в формировании числа участвуют всего лишь две знака-цифры: 0 и 1. Как только разряд достигает своего предела (т.е. единицы), появляется новый разряд, а старый обнуляется.

- Попробуем считать в двоичной системе:
  0 – это ноль
  1 – это один (и это предел разряда)
  10 – это два
  11 – это три (и это снова предел)
  100 – это четыре
  101 – пять
  110 – шесть
  111 – семь и т.д.

## Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

- Не трудно заметить, что в двоичной системе счисления длины чисел с увеличением значения растут быстрыми темпами. Как определить, что значит вот это: 10001001? Непривычный к такой форме записи чисел человеческий мозг обычно не может понять сколько это. Неплохо бы уметь переводить двоичные числа в десятичные.

- В десятичной системе счисления любое число можно представить в форме суммы единиц, десяток, сотен и т.д. Например:

  1476 = 1000 + 400 + 70 + 6

- Можно пойти еще дальше и разложить так:

  1476 = 1 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 6 * 10^0

- Посмотрите на эту запись внимательно. Здесь цифры 1, 4, 7 и 6 - это набор цифр из которых состоит число 1476. Все эти цифры поочередно умножаются на десять возведенную в ту или иную степень. Десять – это основание десятичной системы счисления. Степень, в которую возводится десятка – это разряд цифры за минусом единицы.

- Аналогично можно разложить и любое двоичное число. Только основание здесь будет 2:

  $10001001 = 1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$

- Если посчитать сумму составляющих, то в итоге мы получим десятичное число, соответствующее 10001001:

  $1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 128 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 137$

- число 10001001 по основанию 2 равно числу 137 по основанию 10. Записать это можно так:

  $10001001_2 = 137_{10}$

# Перевод десятичного числа в двоичное

- Может потребоваться перевести десятичное число в двоичное. Один из способов – это деление на два и формирование двоичного числа из остатков. Например, нужно получить из числа 77 его двоичную запись:

77 / 2 = 38 (1 остаток)
38 / 2 = 19 (0 остаток)
19 / 2 = 9 (1 остаток)
9 / 2 = 4 (1 остаток)
4 / 2 = 2 (0 остаток)
2 / 2 = 1 (0 остаток)
1 / 2 = 0 (1 остаток)

- Собираем остатки вместе, начиная с конца: 1001101. Это и есть число 77 в двоичном представлении. Проверим:

  1001101 = 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 77

## Восьмеричная система счисления

- Итак, современное «железо понимает» лишь двоичную систему счисления. Однако человеку трудно воспринимать длинные записи нулей и единиц с одной стороны, а с другой – переводит числа из двоичной в десятичную систему и обратно, достаточно долго и трудоемко. В результате, часто программисты используют другие системы счисления: восьмеричную и шестнадцатеричную. И 8 и 16 являются степенями двойки, и преобразовывать двоичное число в них (так же как и выполнять обратную операцию) очень легко.

- В восьмеричной системе счисления используется восемь знаков-цифр (от 0 до 7). Каждой цифре соответствуют набор из трех цифр в двоичной системе счисления:
- 000 – 0
  001 – 1
  010 – 2
  011 – 3
  100 – 4
  101 – 5
  110 – 6
  111 – 7

- Для преобразования двоичного числа в восьмеричное достаточно разбить его на тройки и заменить их соответствующими им цифрами из восьмеричной системы счисления. Разбивать на тройки нужно начинать с конца, а недостающие цифры в начале заменить нулями. Например:

  1011101 = 1 011 101 = 001 011 101 = 1 3 5 = 135

- Число 1011101 в двоичной системе счисления равно числу 135 в восьмеричной системе счисления. Или $1011101_2 = 135_8$.
- Обратный перевод. Допустим, требуется перевести число $100_8$ (не заблуждайтесь! 100 в восьмеричной системе – это не 100 в десятичной) в двоичную систему счисления.
- $100_8 = 1\ 0\ 0 = 001\ 000\ 000 = 001000000 = 1000000_2$

- Перевод восьмеричного числа в десятичное можно осуществить по уже знакомой схеме:
- $672_8 = 6 * 8^2 + 7 * 8^1 + 2 * 8^0 = 6 * 64 + 56 + 2 = 384 + 56 + 2 = 442_{10}$
  $100_8 = 1 * 8^2 + 0 * 8^1 + 0 * 8^0 = 64_{10}$

# Шестнадцатеричная система счисления

- Шестнадцатеричная система счисления, так же как и восьмеричная, широко используется в компьютерной науке из-за легкости перевода в нее двоичных чисел. При шестнадцатеричной записи числа получаются более компактными.

- В шестнадцатеричной системе счисления используются цифры от 0 до 9 и шесть первых латинских букв – A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15).
- При переводе двоичного числа в шестнадцатеричное, первое разбивается на группы по четыре разряда, начиная с конца. В случае, если количество разрядов не делится нацело, то первая четверка дописывается нулями впереди.

- Каждой четверке соответствует цифра шестнадцатеричной системе счисления:
- Например:
  10011000101 = 0100 1100 0101 = 4 C 5 = 4C5
- Если потребуется, то число 4C5 можно перевести в десятичную систему счисления следующим образом (C следует заменить на соответствующее данному символу число в десятичной системе счисления – это 12):
- 4C5 = 4 * 16^2 + 12 * 16^1 + 5 * 16^0 = 4 * 256 + 192 + 5 = 1221

- Максимальное двухразрядное число, которое можно получить с помощью шестнадцатеричной записи - это FF.
- FF = 15 * 161 + 15 * 160 = 240 + 15 = 255
- 255 – это максимальное значение одного байта, равного 8 битам: 1111 1111 = FF. Поэтому с помощью шестнадцатеричной системы счисления очень удобно кратко (с помощью двух цифр-знаков) записывать значения байтов. Внимание! Состояний у 8-ми битного байта может быть 256, однако максимальное значение – 255.

# Таблица основных систем счисления

| 10cc | 2cc | 8cc | 16cc |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 2 |
| 3 | 11 | 3 | 3 |
| 4 | 100 | 4 | 4 |
| 5 | 101 | 5 | 5 |
| 6 | 110 | 6 | 6 |
| 7 | 111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |