

«Математика – это язык,
На котором написана книга
природы»

Построение и исследование математических моделей – один из основных инструментов познания человеком явлений окружающего мира.

Г. Галилей

«Уравнения и неравенства с двумя переменными»

– заключительная тема курса алгебры и начал математического анализа;

– начало системного итогового повторения курса математики.



Актуализация знаний

- Распределить выражения в две группы, обосновать свой выбор:

1) $y + 2x - 2 = 0$;

2) $x^2 - 5x + 4 \leq 0$;

3) $(x - 4)(y + 3) \geq -6$;

4) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 11$;

5) $y^2 + 2y - 15 = 0$;

6) $(x + 8)(2y - 9) = 0$;

7) $15x + 9 < 0$;

8) $2y - 3x - 6 < 0$.

- Назовите хотя бы одно решение уравнения $y + 2x - 2 = 0$.

- Сколько точек необходимо для построения прямой $y = kx + l$?

- Как называют число k ?

• Рассмотрим уравнение

$$Ax + By + C = 0,$$

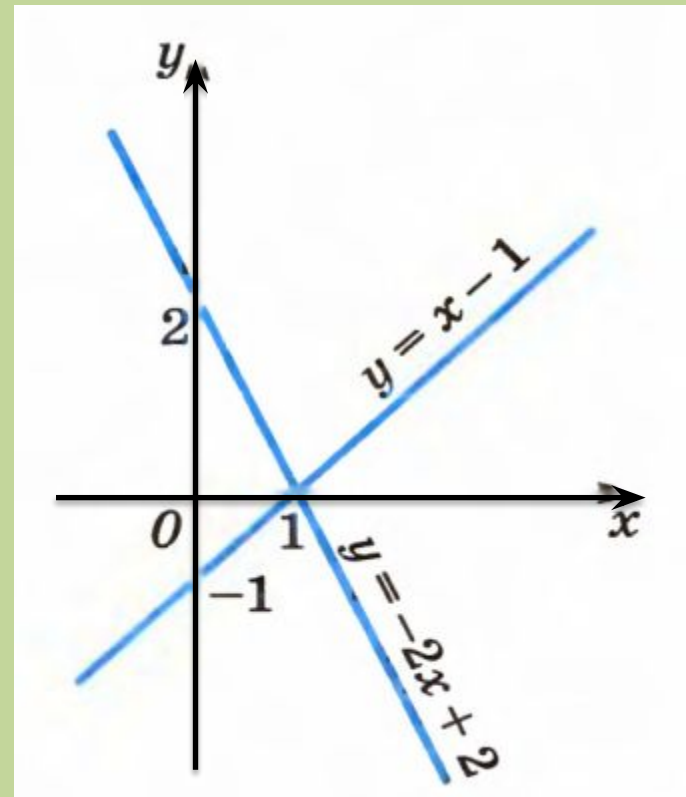
где хотя бы одно из чисел A и B не равно нулю. Если

$$B \neq 0, \text{ то } y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \text{ т. е.}$$

$$y = kx + l.$$

Выразите y из уравнения

$$y + 2x - 2 = 0.$$



Линейные неравенства с двумя переменными.

- Неравенства вида

$$Ax + By + C > 0 \text{ и}$$

$$Ax + By + C < 0$$

называются

строгими.
Неравенство с двумя неизвестными $F(x,y) > 0$ имеет своими **решениями** пары чисел (x, y) , которые изображаются точками плоскости. **Найти множество всех решений** данного неравенства – это значит указать на плоскости множество точек, в которых это неравенство удовлетворяется.

- Неравенства вида

$$Ax + By + C \geq 0 \text{ и}$$

$$Ax + By + C \leq 0$$

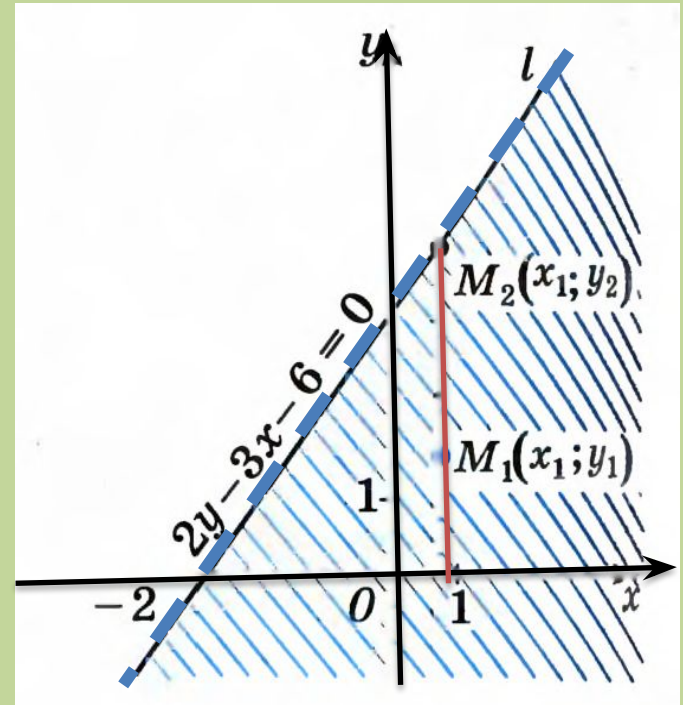
называются нестрогими.

Линейные неравенства с двумя переменными.

-Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству $2y - 3x - 6 < 0$.

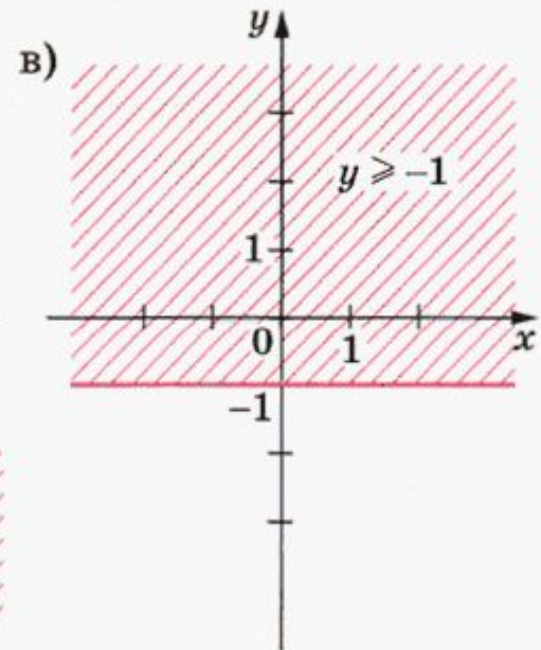
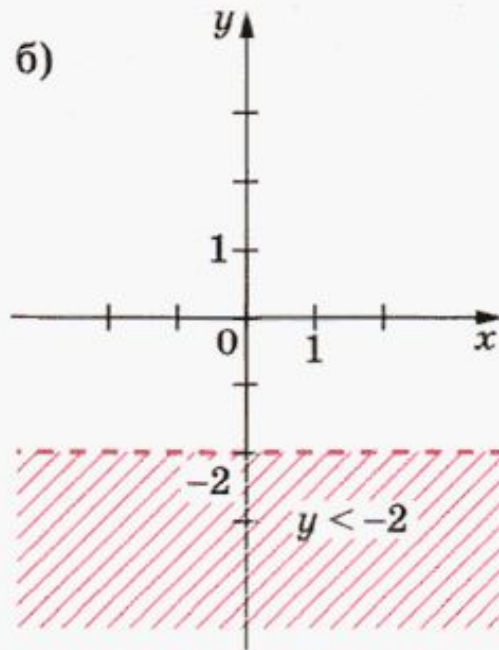
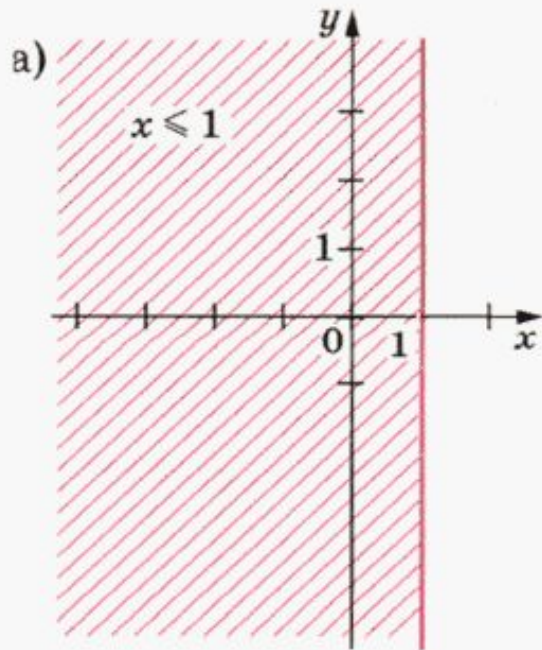
1) Уравнение $2y - 3x - 6 = 0$ является уравнением прямой, проходящей через точки $(-2; 0)$ и $(0; 3)$.

2) $M_1(x_1, y_1), M_2(x_1, y_2)$. Тогда $2y_2 - 3x_1 - 6 = 0$, а $2y_1 - 3x_1 - 6 < 0$, т.к. $y_1 < y_2$.



Линейные неравенства с двумя переменными.

- $Ax + By + C < 0$.
- Если $A = 0$, то $By + C < 0$. $By < -C$, $y < -\frac{C}{B}$
- Если $B = 0$, то $Ax + C < 0$. $Ax < -C$, $x < -\frac{C}{A}$



Линейные неравенства с двумя переменными.

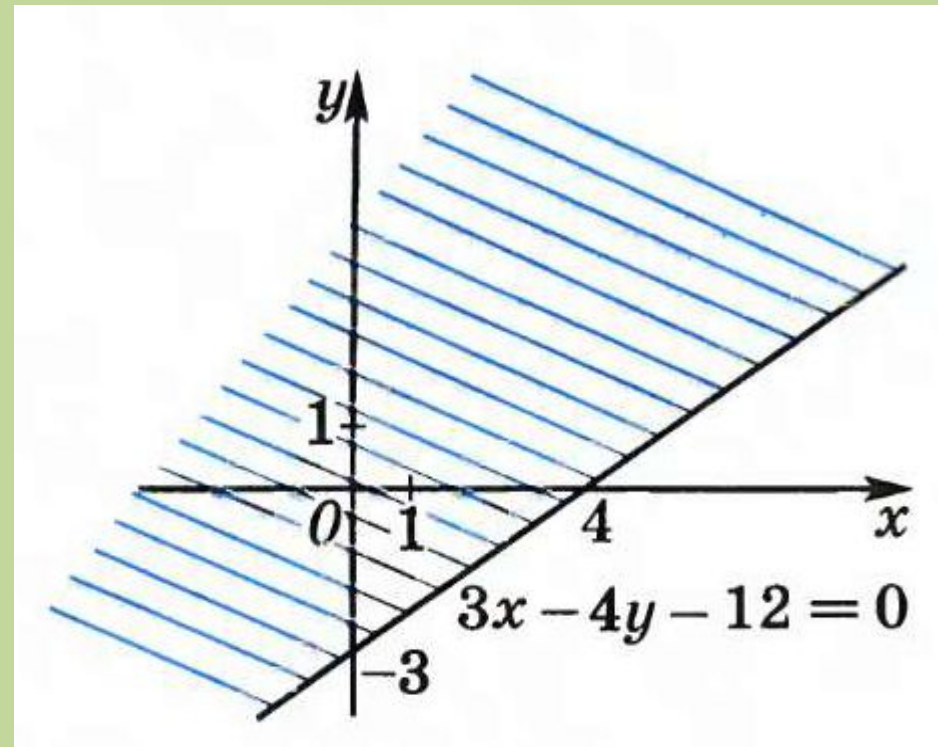
- Чтобы решить неравенство

$$Ax + By + C < 0 \text{ или}$$

$$Ax + By + C > 0,$$

достаточно взять какую-нибудь точку $M_1(x_1; y_1)$, не лежащую на прямой $Ax + By + C = 0$, и определить знак числа $Ax_1 + By_1 + C$.

- Например:



$$3x - 4y - 12 \leq 0.$$

$(0;0),$

Система линейных неравенств с двумя переменными.

• Решить систему

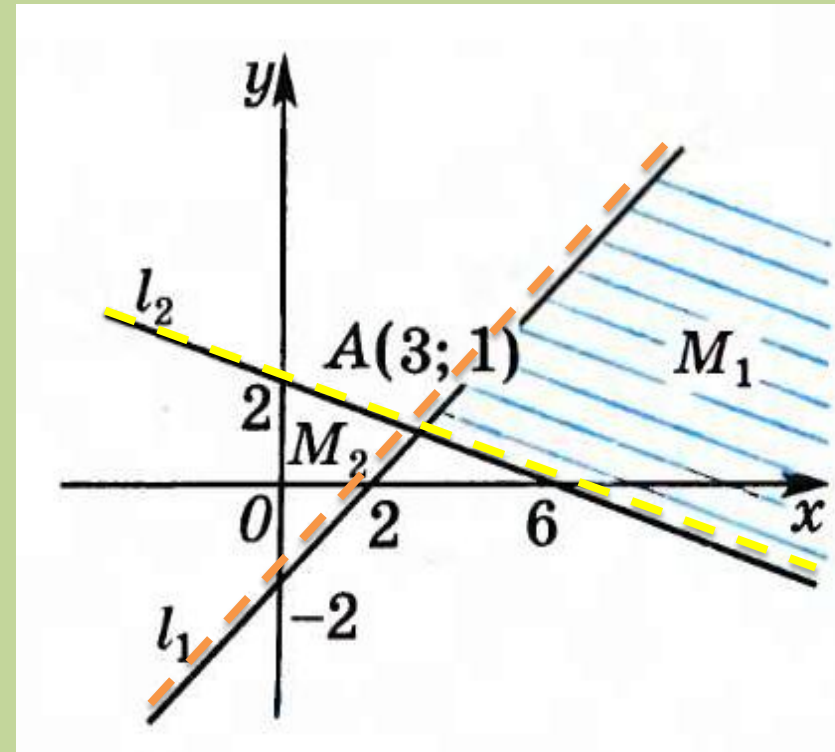
$$\text{неравенств } \begin{cases} x - y > 2, \\ x + 3y > 6. \end{cases}$$

Построим прямые:

$$L_1: x - y = 2 \text{ и } L_2: x + 3y = 6$$

x	0	2	x	0	3
y	-2	0	y	2	1

Системе удовлетворяют координаты тех точек, которые лежат внутри угла M_1 с вершиной А.



Система линейных неравенств с двумя переменными.

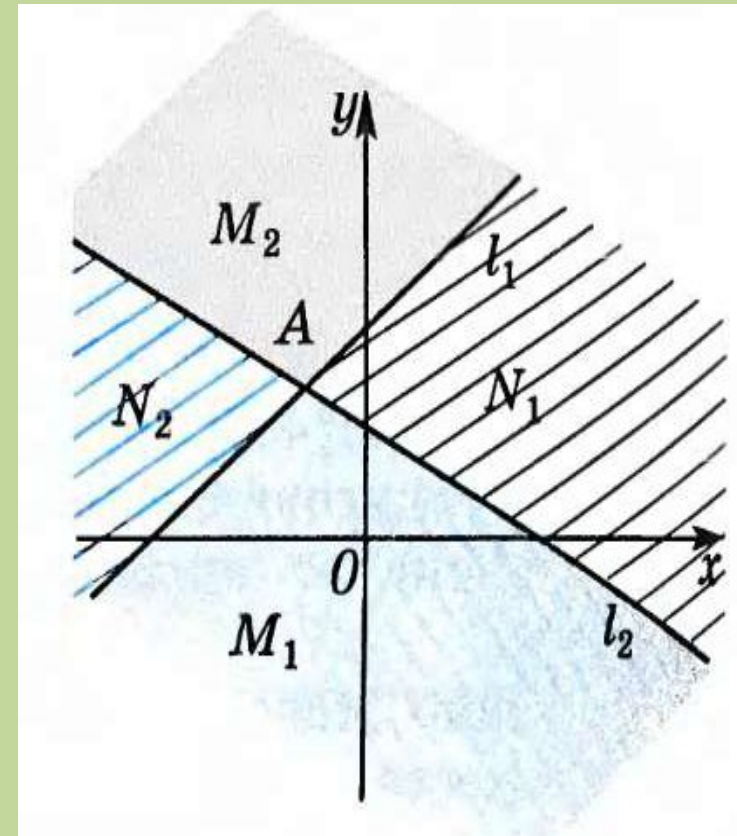
Если пересекающиеся в
точке A прямые L_1 и L_2
задаются соответственно
уравнениями

$A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$, то множество решений
неравенства

$(A_1x + B_1y + C_1)(A_2x + B_2y + C_2) > 0$ является либо

объединение пары M_1 и M_2
вертикальных углов с
вершиной A , либо

объединение другой пары N_1
и N_2 вертикальных углов с



Система линейных неравенств с двумя переменными.

• №1.

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству
 $3y - 2x + 4 < 0$.

• №2.

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x + y > 2, \\ x - y < 2, \\ x - 3y > -2. \end{cases}$$

Практическое применение

- В двух ящиках находится более 29 одинаковых деталей. Число деталей в первом ящике, уменьшенное на 2, более чем в три раза превышает число деталей во втором ящике. Утроенное число деталей в первом ящике превышает удвоенное число деталей во втором ящике менее чем на 60. Сколько деталей в каждом ящике?

- Решение.
Обозначим через x число деталей в первом ящике, а через y число деталей во втором ящике. Тогда согласно условию имеет место система неравенств:

$$\begin{cases} x + y > 29 \\ x - 2 > 3y \\ 3x < 2y + 60 \end{cases}$$