

«Математика – это язык,  
На котором написана книга  
природы»

Построение и исследование математических моделей – один из основных инструментов познания человеком явлений окружающего мира.

Г. Галилей

## «Уравнения и неравенства с двумя переменными»

– заключительная тема курса алгебры и начал математического анализа;

– начало системного итогового повторения курса математики.



# Актуализация знаний

- Распределить выражения в две группы, обосновать свой выбор:

1)  $y + 2x - 2 = 0$ ;

2)  $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ ;

3)  $(x - 4)(y + 3) \geq -6$ ;

4)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 11$ ;

5)  $y^2 + 2y - 15 = 0$ ;

6)  $(x + 8)(2y - 9) = 0$ ;

7)  $15x + 9 < 0$ ;

8)  $2y - 3x - 6 < 0$ .

- Назовите хотя бы одно решение уравнения  $y + 2x - 2 = 0$ .

- Сколько точек необходимо для построения прямой  $y = kx + l$ ?

- Как называют число  $k$ ?

• Рассмотрим уравнение

$$Ax + By + C = 0,$$

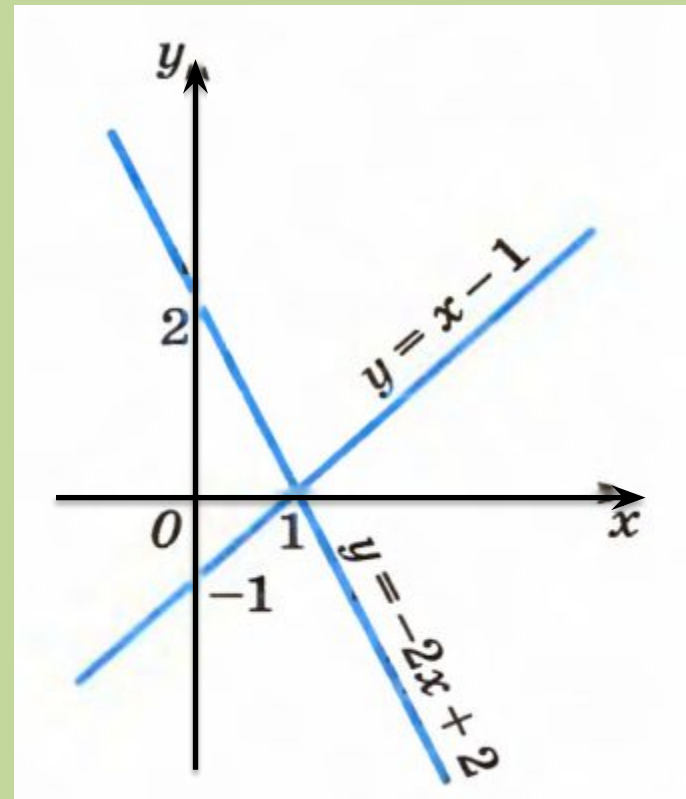
где хотя бы одно из чисел  $A$  и  $B$  не равно нулю. Если

$$B \neq 0, \text{ то } y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \text{ т. е.}$$

$$y = kx + l.$$

Выразите  $y$  из уравнения

$$y + 2x - 2 = 0.$$



# Линейные неравенства с двумя переменными.

- Неравенства вида

$$Ax + By + C > 0 \text{ и}$$

$$Ax + By + C < 0$$

называются

**строгими**.  
Неравенство с двумя неизвестными  $F(x,y) > 0$  имеет своими **решениями** пары чисел  $(x, y)$ , которые изображаются точками плоскости. **Найти множество всех решений** данного неравенства – это значит указать на плоскости множество точек, в которых это неравенство удовлетворяется.

- Неравенства вида

$$Ax + By + C \geq 0 \text{ и}$$

$$Ax + By + C \leq 0$$

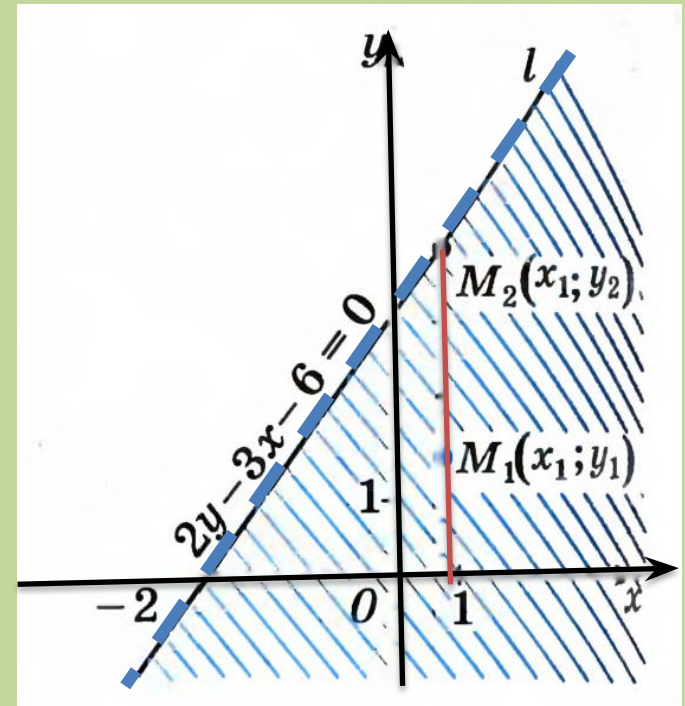
называются **нестрогими**.

# Линейные неравенства с двумя переменными.

-Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству  $2y - 3x - 6 < 0$ .

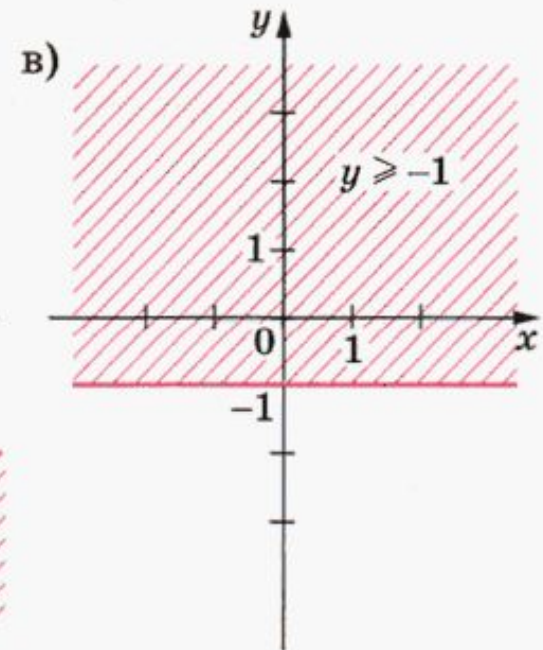
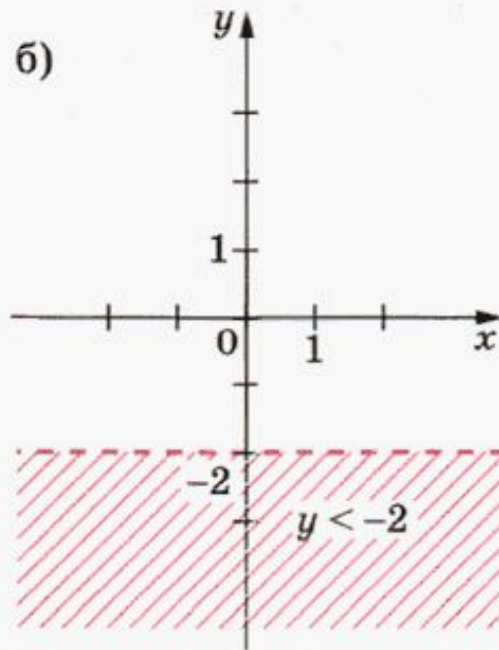
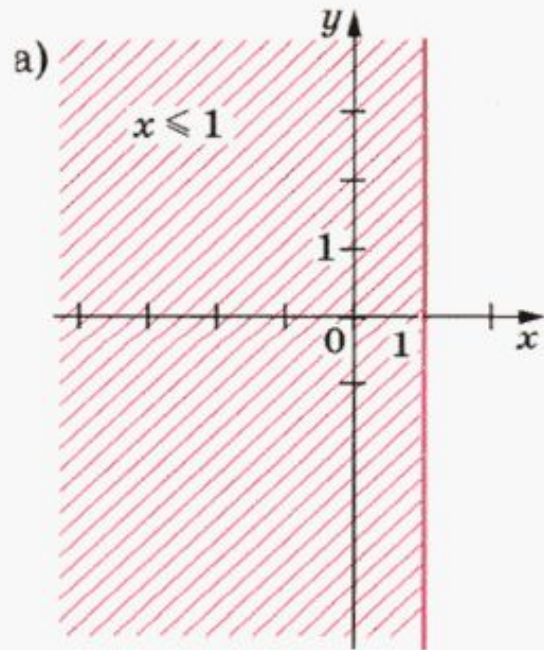
1) Уравнение  $2y - 3x - 6 = 0$  является уравнением прямой, проходящей через точки  $(-2; 0)$  и  $(0; 3)$ .

2)  $M_1(x_1, y_1), M_2(x_1, y_2)$ . Тогда  $2y_2 - 3x_1 - 6 = 0$ , а  $2y_1 - 3x_1 - 6 < 0$ , т.к.  $y_1 < y_2$ .



# Линейные неравенства с двумя переменными.

- $Ax + By + C < 0$ .
- Если  $A = 0$ , то  $By + C < 0$ .  $By < -C$ ,  $y < -\frac{C}{B}$
- Если  $B = 0$ , то  $Ax + C < 0$ .  $Ax < -C$ ,  $x < -\frac{C}{A}$



# Линейные неравенства с двумя переменными.

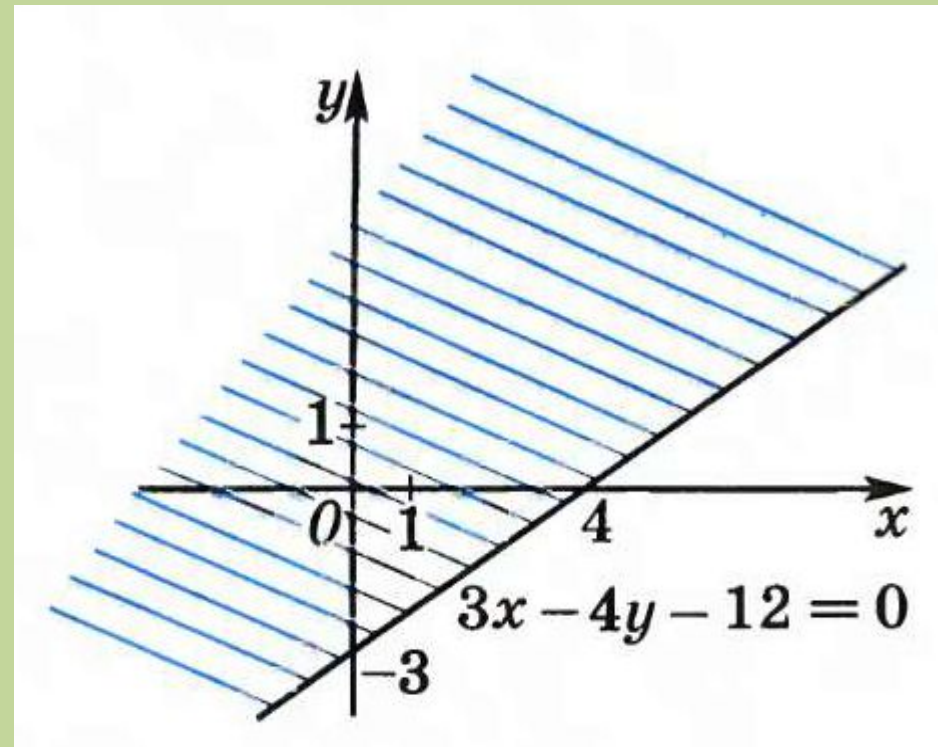
- Чтобы решить неравенство

$$Ax + By + C < 0 \text{ или}$$

$$Ax + By + C > 0,$$

достаточно взять какую-нибудь точку  $M_1(x_1; y_1)$ , не лежащую на прямой  $Ax + By + C = 0$ , и определить знак числа  $Ax_1 + By_1 + C$ .

- Например:



$$3x - 4y - 12 \leq 0.$$

$(0;0),$

# Система линейных неравенств с двумя переменными.

• Решить систему

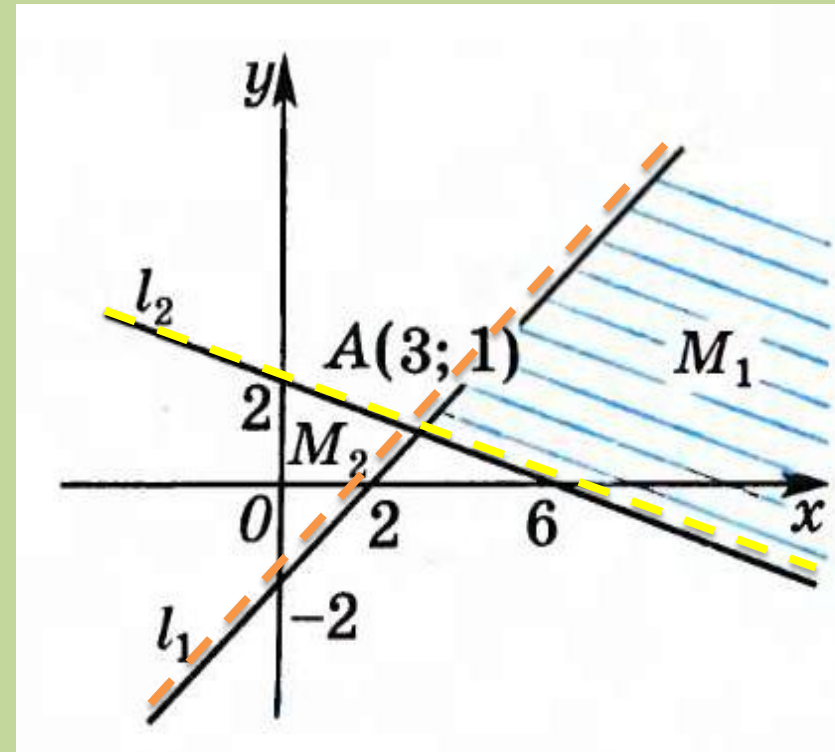
$$\text{неравенств } \begin{cases} x - y > 2, \\ x + 3y > 6. \end{cases}$$

Построим прямые:

$$L_1: x - y = 2 \text{ и } L_2: x + 3y = 6$$

x	0	2	x	0	3
y	-2	0	y	2	1

Системе удовлетворяют координаты тех точек, которые лежат внутри угла  $M_1$  с вершиной А.





# Система линейных неравенств с двумя переменными.

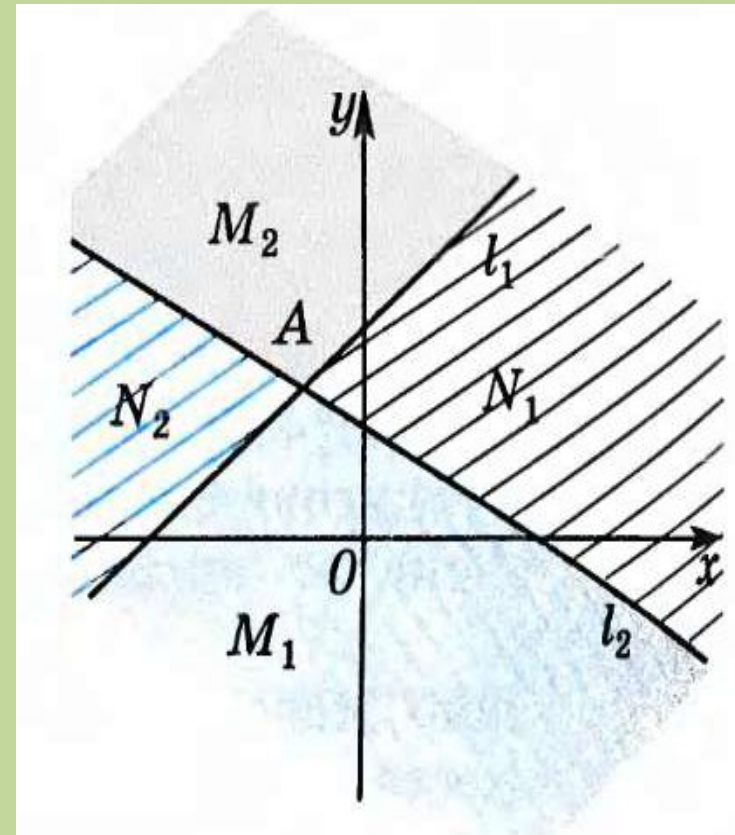
Если пересекающиеся в  
точке  $A$  прямые  $L_1$  и  $L_2$   
задаются соответственно  
уравнениями

$A_1x + B_1y + C_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ , то множество решений  
неравенства

$(A_1x + B_1y + C_1)(A_2x + B_2y + C_2) > 0$  является либо

объединение пары  $M_1$  и  $M_2$   
вертикальных углов с  
вершиной  $A$ , либо

объединение другой пары  $N_1$   
и  $N_2$  вертикальных углов с



# Система линейных неравенств с двумя переменными.

• №1.

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству  
 $3y - 2x + 4 < 0$ .

• №2.

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x + y > 2, \\ x - y < 2, \\ x - 3y > -2. \end{cases}$$

# Практическое применение

- В двух ящиках находится более 29 одинаковых деталей. Число деталей в первом ящике, уменьшенное на 2, более чем в три раза превышает число деталей во втором ящике. Утроенное число деталей в первом ящике превышает удвоенное число деталей во втором ящике менее чем на 60. Сколько деталей в каждом ящике?

- Решение.  
Обозначим через  $x$  число деталей в первом ящике, а через  $y$  число деталей во втором ящике. Тогда согласно условию имеет место система неравенств:

$$\begin{cases} x + y > 29 \\ x - 2 > 3y \\ 3x < 2y + 60 \end{cases}$$