

Лекция № 5

Законы сохранения в механике

Литература

А. А. Детлаф, Б.М. Яворский.
Курс физики, 4.2, 5.1 – 5.6.

Законы сохранения в механике



- фундаментальные законы
природы:

- 1) закон сохранения импульса (**ЗСИ**);
- 2) закон сохранения момента
импульса (**ЗСМИ**);
- 3) закон сохранения механической
энергии (**ЗСМЭ**).

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА **(ЗСИ)**

**Фундаментальный закон
природы - следствие
однородности пространства.**

Однородность пространства

проявляется в том, что законы движения и физические свойства замкнутой системы **не зависят от выбора начала координат ИСО** (не изменяются, если замкнутую систему перемещать в пространстве как целое путем параллельного переноса).

З С И:

Импульс замкнутой системы
взаимодействующих МТ с
течением времени не изменяется

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

или

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

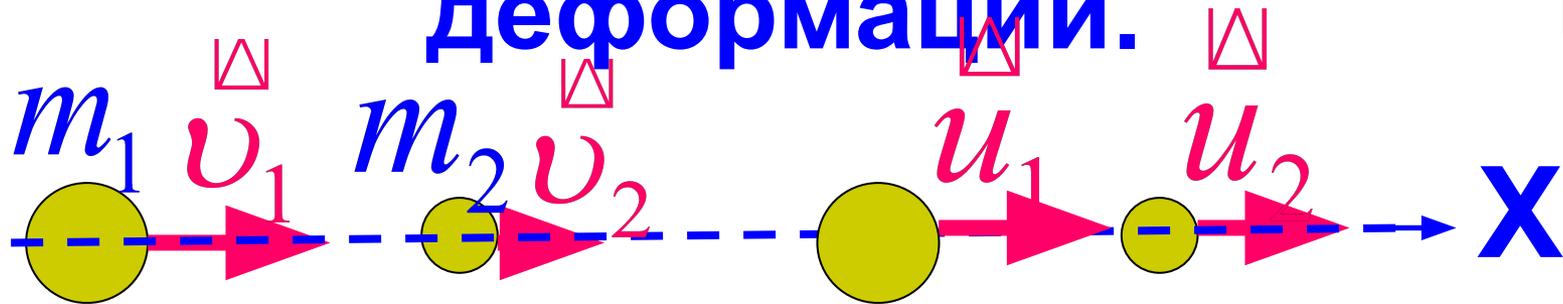
где m_i, \vec{v}_i - масса и скорость i -той МТ.

ЗС и применим и для незамкнутых систем :

- главный вектор внешних сил равен нулю $\checkmark F^{внеш} \equiv 0,$
- проекция главного вектора внешних сил на неподвижную ось равна нулю $\checkmark (F^{внеш})_{x,y,z} \equiv 0,$
- внутренние силы значительно превышают внешние силы

$$F^{внутр} \gg F^{внеш}.$$

Абсолютно упругий удар (идеализация) – нет остаточной деформации.



m_1, m_2 - массы шаров;

u_1, u_2 - скорости до удара;

u_1', u_2' - после удара;

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2';$$

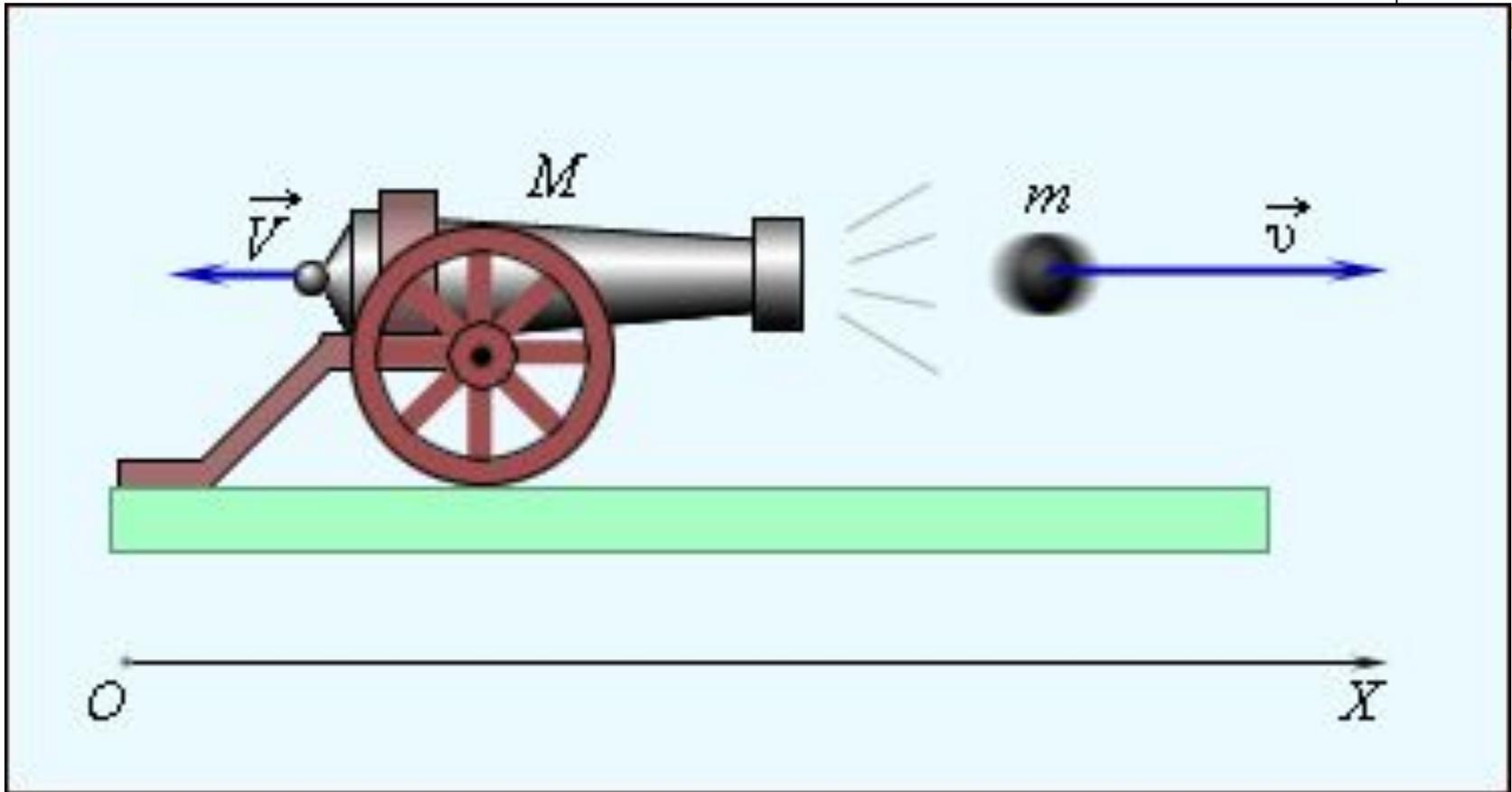


Абсолютно неупругий удар – тела после столкновения движутся вместе:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u},$$

\vec{u} - скорость тел после взаимодействия.

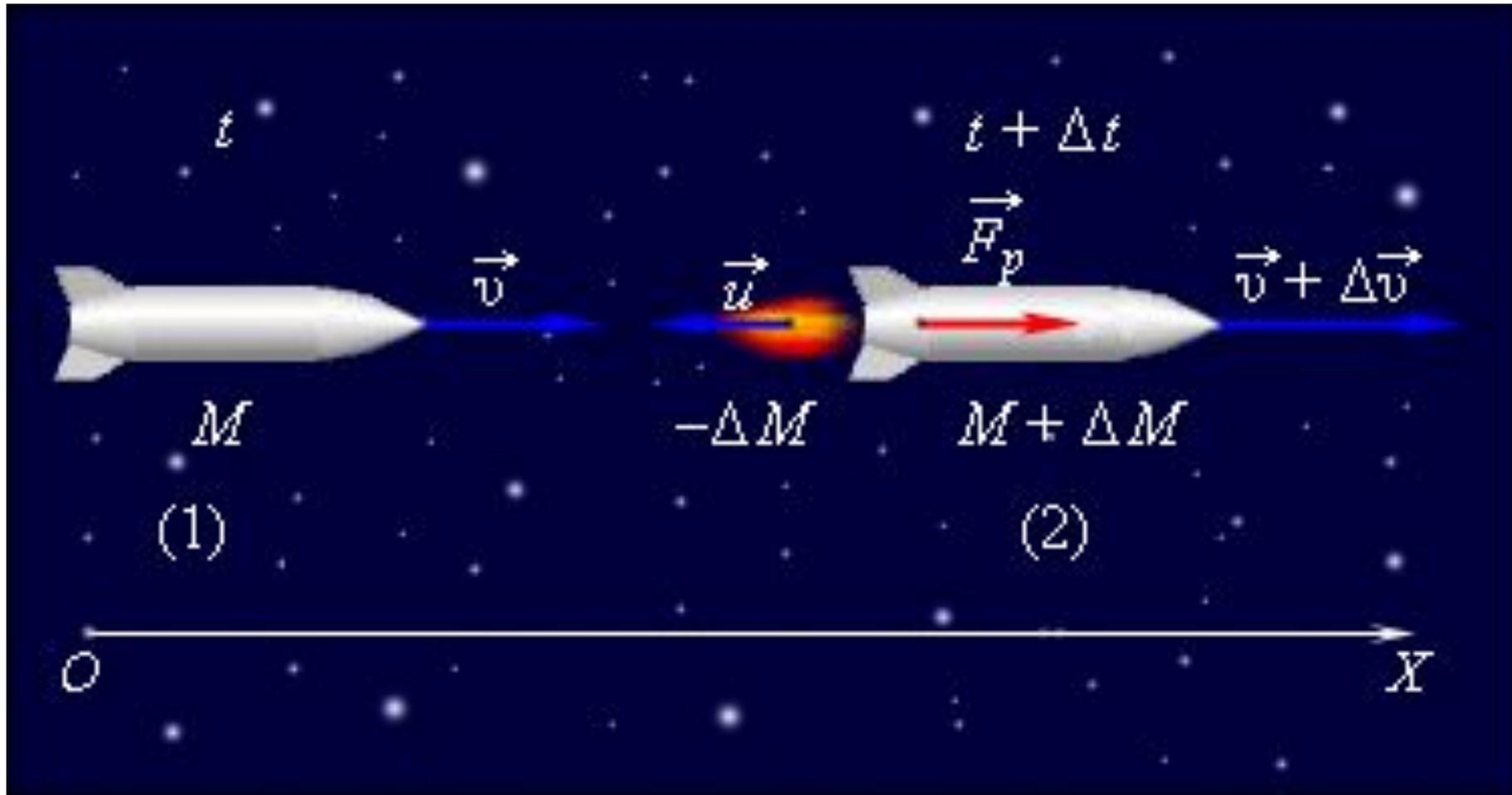
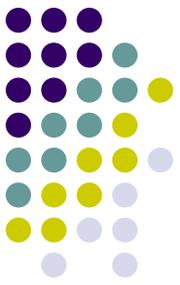
Отдача при выстреле



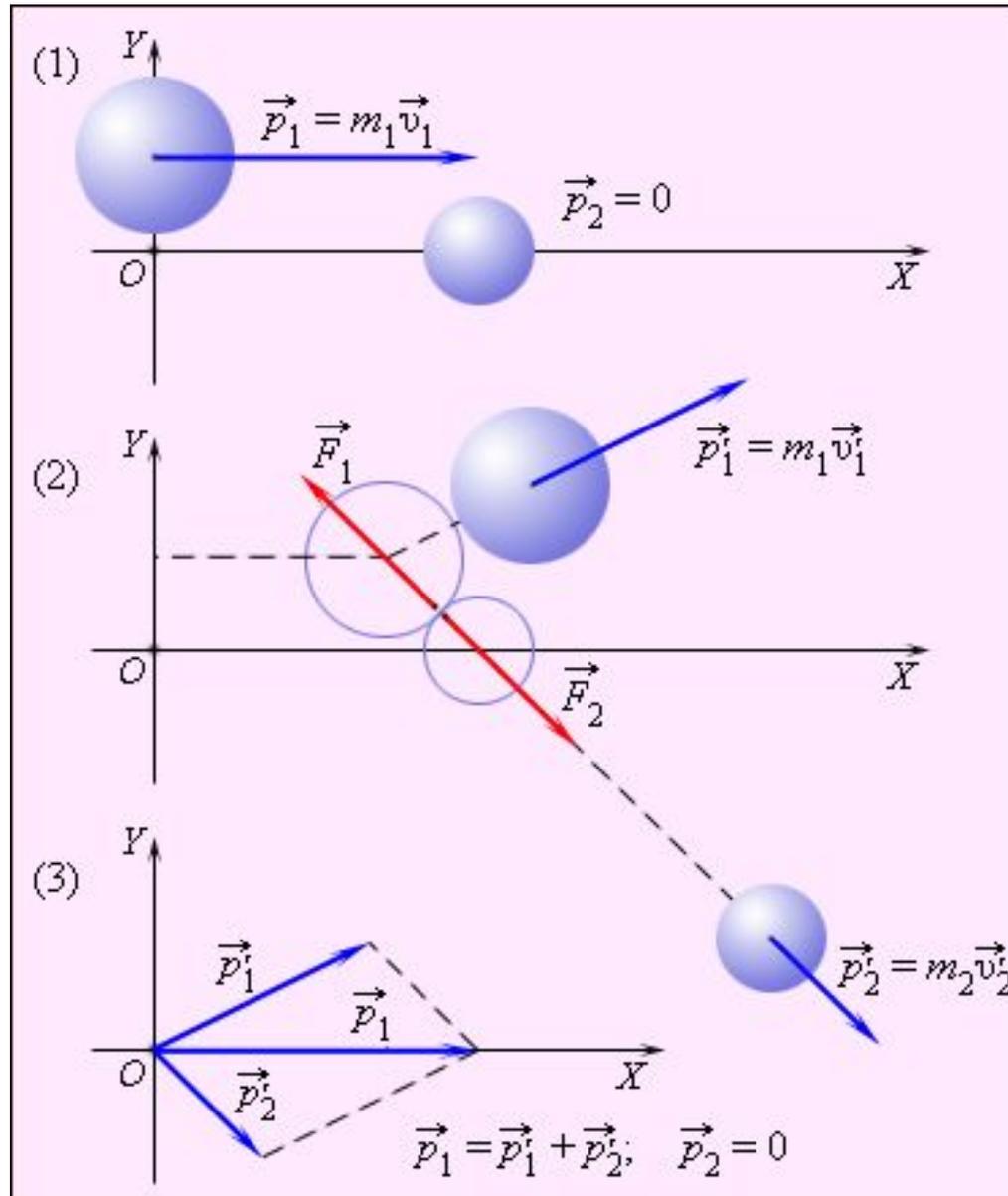
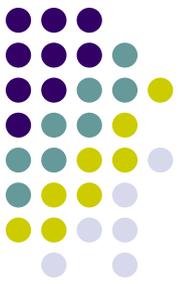
в проекции на ось X :

$$0 = mv - MV$$

Движение ракеты без гравитации



Нецентральный удар шаров

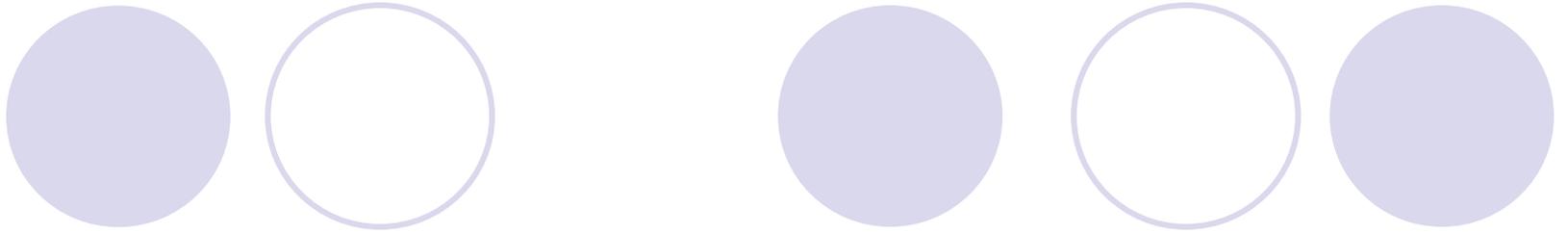


Закон сохранения момента импульса

ЗСМИ – фундаментальный закон природы – следствие **изотропности** пространства: физические законы инвариантны относительно поворота замкнутой системы в пространстве на любой угол.

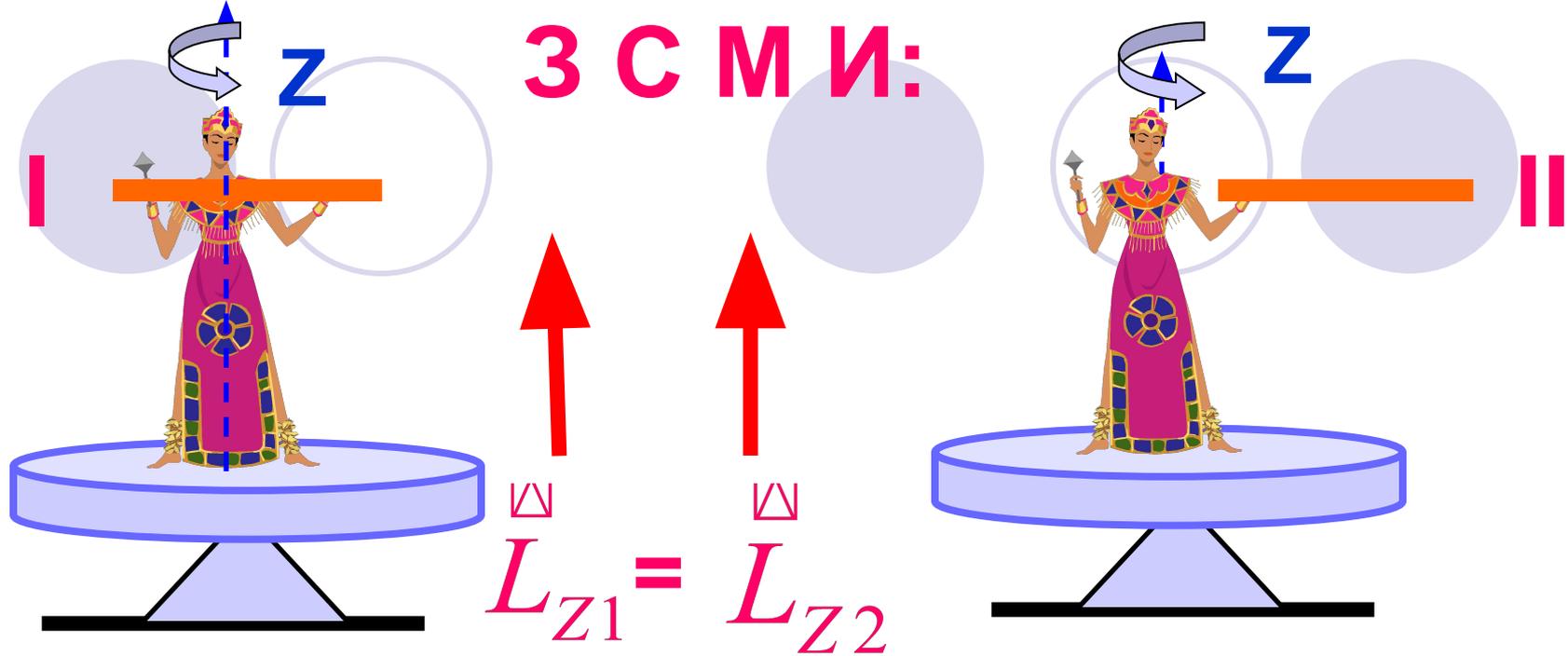
$$\frac{dL_z}{dt} \equiv 0, \quad L_z = \text{const}$$

- момент импульса замкнутой системы тел относительно неподвижной оси сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.



ЗСМИ выполняется и в незамкнутой системе, если относительно неподвижной оси суммарный момент внешних сил равен нулю

$$\boxed{M_z^{\text{внеш}} = 0.}$$



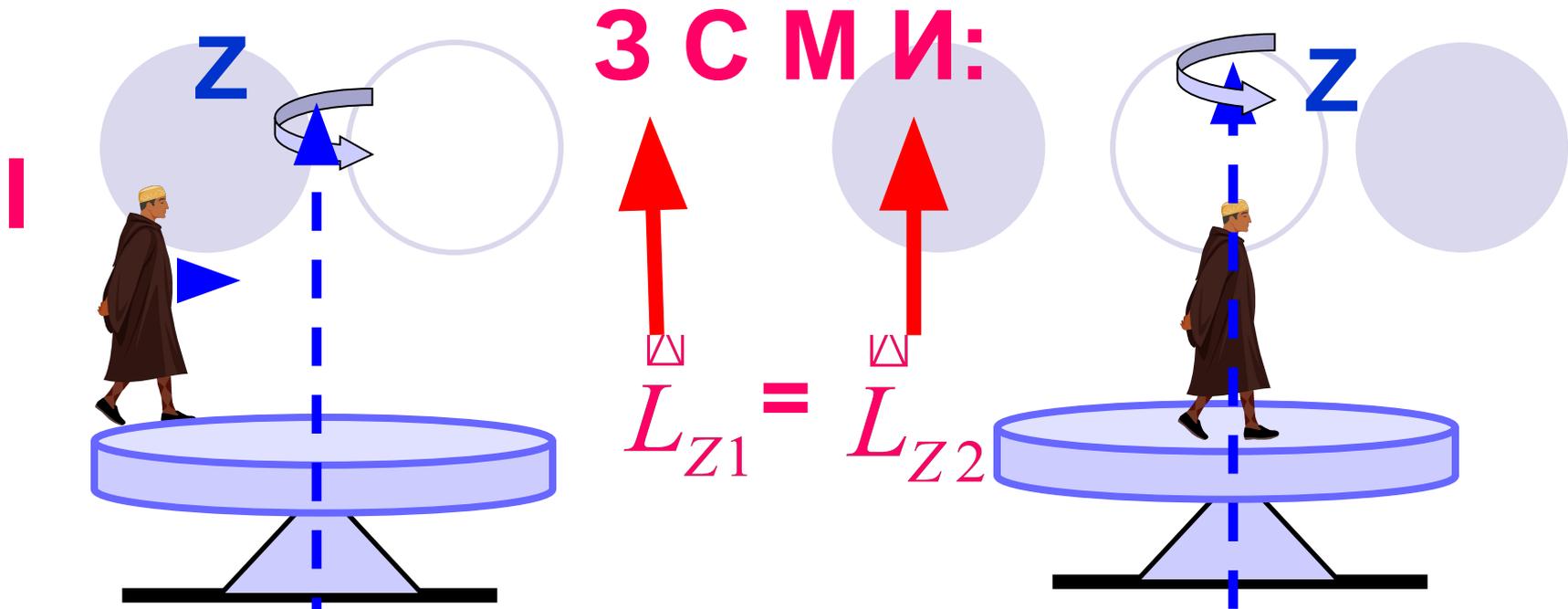
$Z: L_{Z1} = (J_{CK} + J_{\psi} + J_{CT1}) \omega_1$ - **МОМЕНТ ИМПУЛЬСА СИСТЕМЫ ДО...**

$Z: L_{Z2} = (J_{CK} + J_{\psi} + J_{CT2}) \omega_2$ - **МОМЕНТ ИМ-**

$J_{CT2} > J_{CT1};$

$\omega_2 < \omega_1$

пульса системы после...

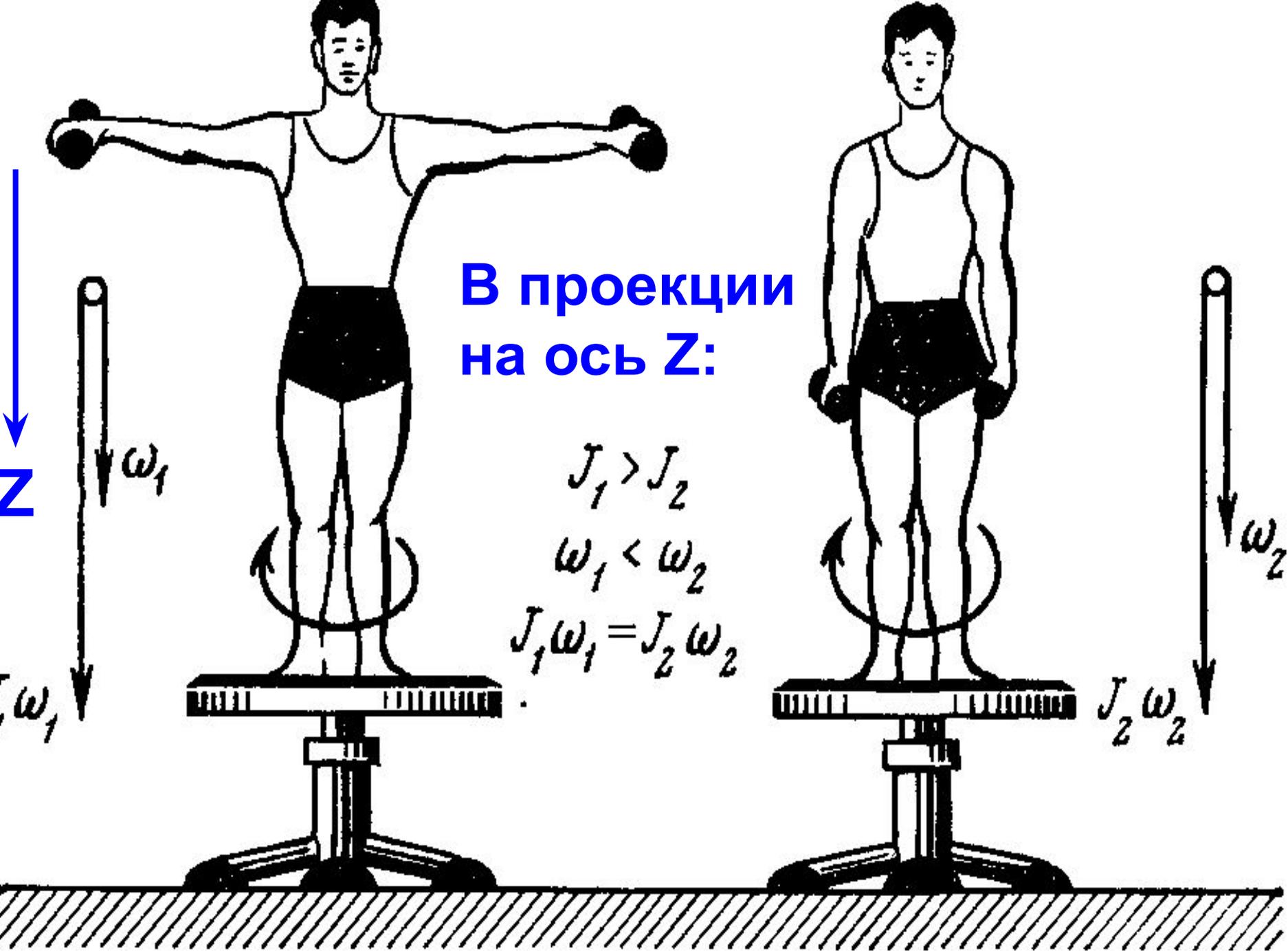


Человек идет к центру:

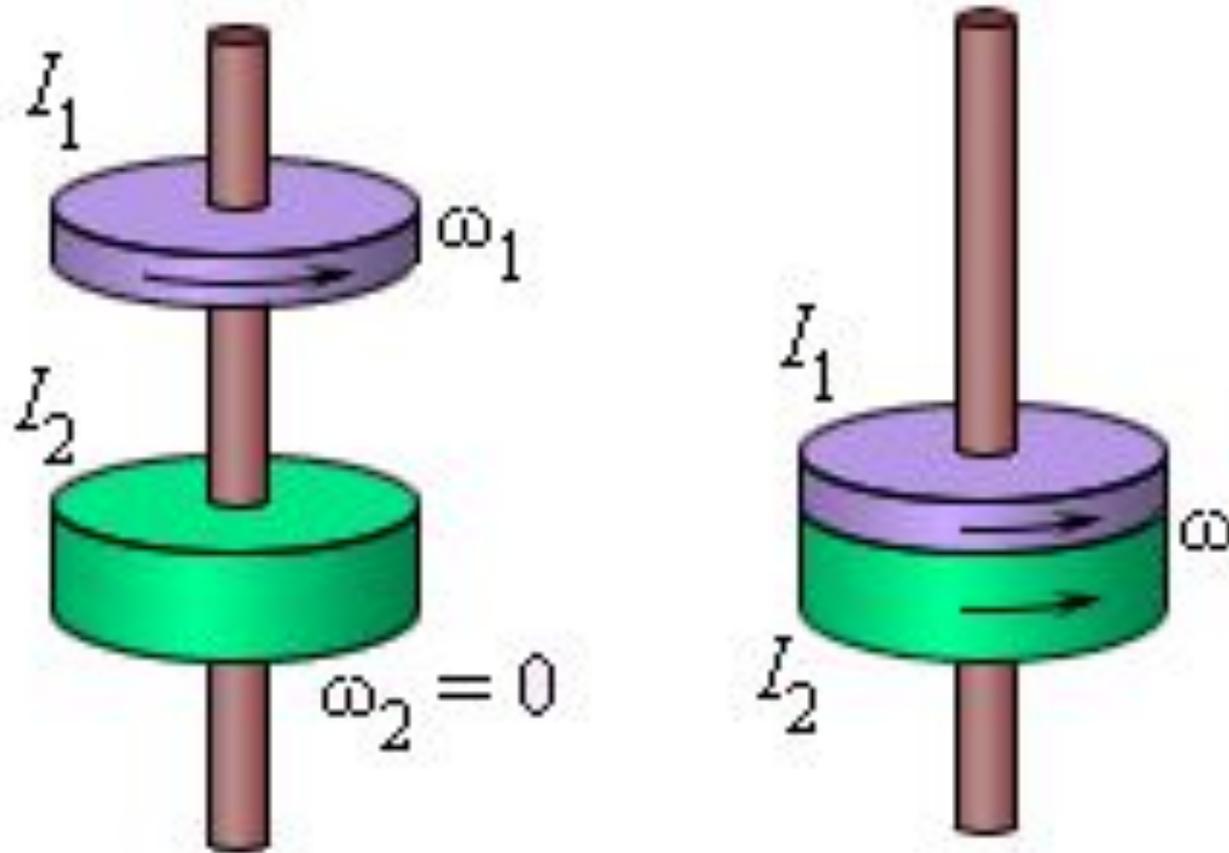
$$Z: L_{z1} = (J_{CK} + J_{ч}) \omega_1 \qquad Z: L_{z2} = J_{CK} \omega_2$$

$$J_1 > J_2; \quad \boxed{\omega_2 > \omega_1}$$

Человек идет по краю по часовой стрелке, скамья вращается против часовой стрелки.

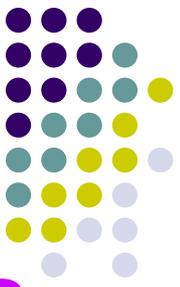


Неупругое взаимодействие



$$J_{z1}\overset{\vee}{\omega}_1 = (J_{z1} + J_{z2})\overset{\vee}{\omega}$$

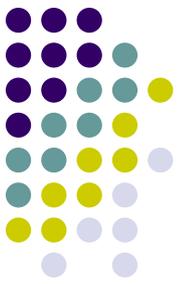
закон сохранения механической энергии



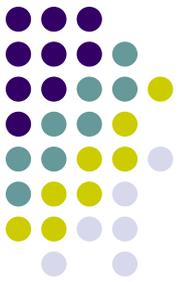
Механическая энергия консервативной системы с течением времени не изменяется:

$$W_k + W_p = const.$$

ЗСМЭ связан с однородностью времени, которая проявляется в том, что законы движения замкнутой системы не зависят от выбора начала отсчета времени.



ЗСМЭ связан с однородностью времени, которая проявляется в том, что законы движения замкнутой системы не зависят от выбора начала отсчета времени.



Аналогия соотношений динамики поступательного и вращательного движения

ДИНАМИКА

(основные понятия и законы)



С
Р
А
В
Н
И,
З
А
П
О
М
Н
И

масса

m

сила

\vec{F}

импульс

$$\vec{p}; \vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = ma, \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

момент инерции

J

момент силы

\vec{M}, M_z, M_z

момент импульса

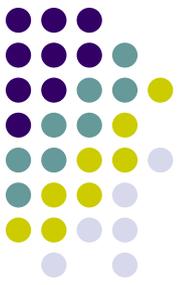
$$\vec{L}, L_z, L_z; \vec{L}_z = J_z \vec{\omega}$$

$$M_z = J_z \varepsilon, M_z = \frac{dL_z}{dt}$$

С
Р
А
В
Н
И,

З
А
П
О
М
Н
И

$$\sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{const} \quad \left| \quad \sum_{i=1}^n J_{zi} \omega_i = \text{const} \right.$$



- для замкнутой системы

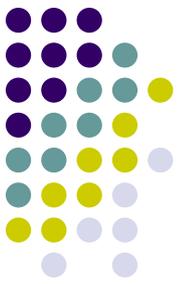
$$\delta A = F dr \quad \left| \quad \delta A = M_z d\varphi \right.$$

$$W_K = \frac{mv^2}{2} \quad \left| \quad W_K = \frac{J_z \omega^2}{2} \right.$$

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_z \omega^2}{2} \quad \text{- тело катится}$$

НЕТ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ

$$W_K + W_p = \text{const.}$$



Задача. Сравнить скорости движения куба и шара у основания наклонной плоскости (массы одинаковы, трением пренебречь).

ЗСМЭ:

$$mgh = \frac{mv_{\text{ш}}^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = 0,7mv_{\text{ш}}^2,$$

$$mgh = \frac{mv_{\text{к}}^2}{2} = 0,5mv_{\text{к}}^2,$$

так как

$$\frac{J\omega^2}{2} = \frac{2mR^2v_{\text{ш}}^2}{5 \cdot 2R^2} =$$

$$v_{\text{ш}} = \sqrt{1,43gh},$$

$$= 0,2mv_{\text{ш}}^2.$$

$$v_{\text{к}} = \sqrt{2gh},$$

$$v_{\text{к}} > v_{\text{ш}}!?$$

