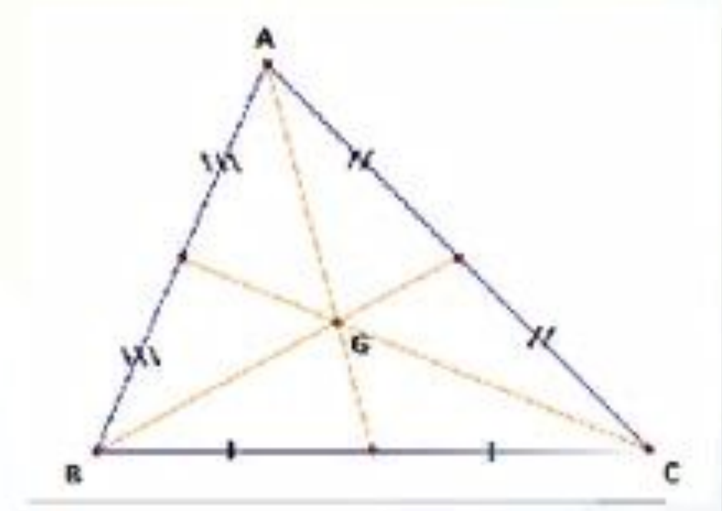
ПРЯМАЯ ЭЙЛЕРА

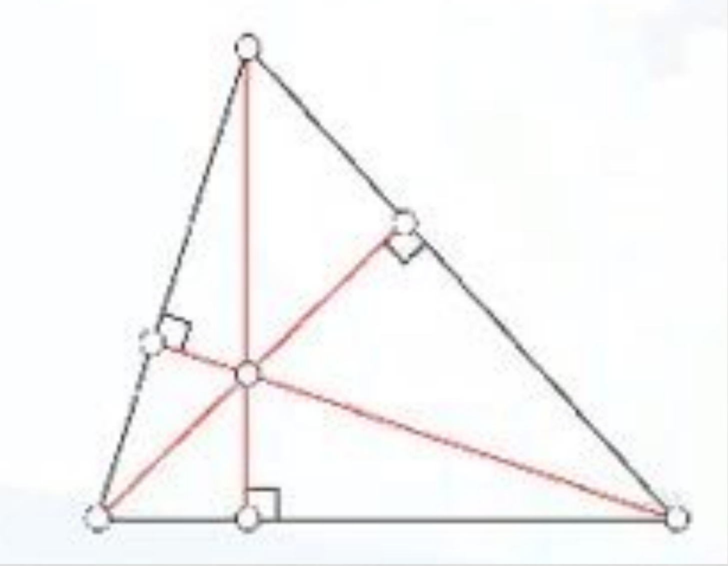
ПОДГОТОВИЛА:ПАНЬКИНА СВЕТЛАНА АЛЕКСЕЕВНА МФ-211

ПРЯМАЯ ЭЙЛЕРА

- Центроид треугольника (центр тяжести треугольника) — точка пересечения медиан в треугольнике

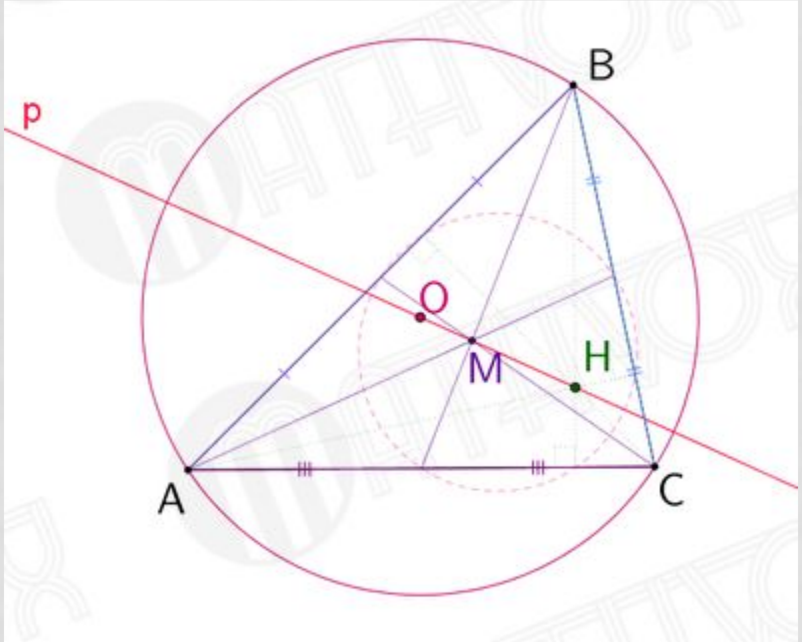


- Ортоцентр треугольника — точка пересечения высот или их продолжений



ПРЯМАЯ ЭЙЛЕРА(ТЕОРЕМА)

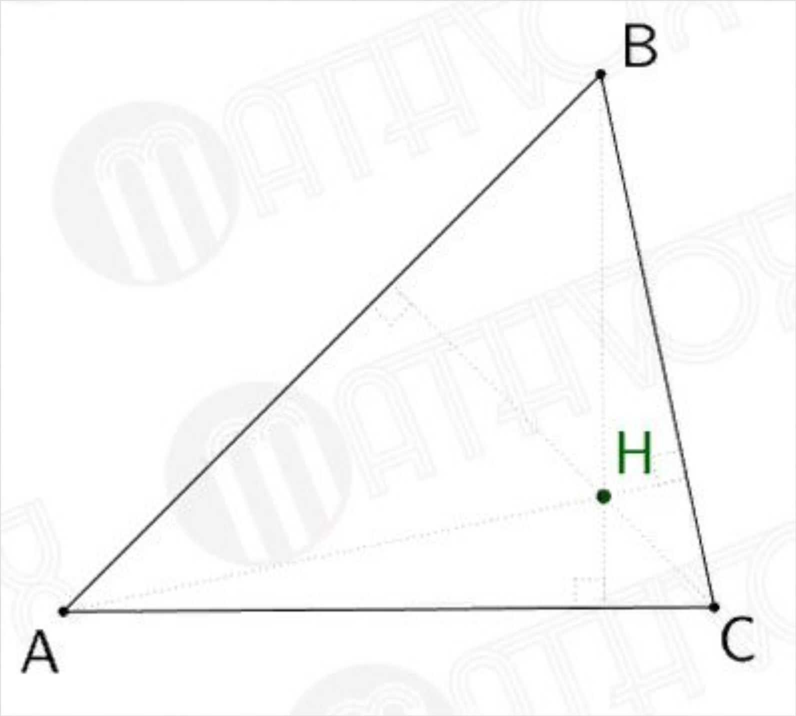
- В любом треугольнике центр описанной окружности, центроид и ортоцентр лежат на одной прямой, эту прямую называют прямая Эйлера.
- р – прямая Эйлера



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ О ПРЯМОЙ ЭЙЛЕРА. ШАГ 1

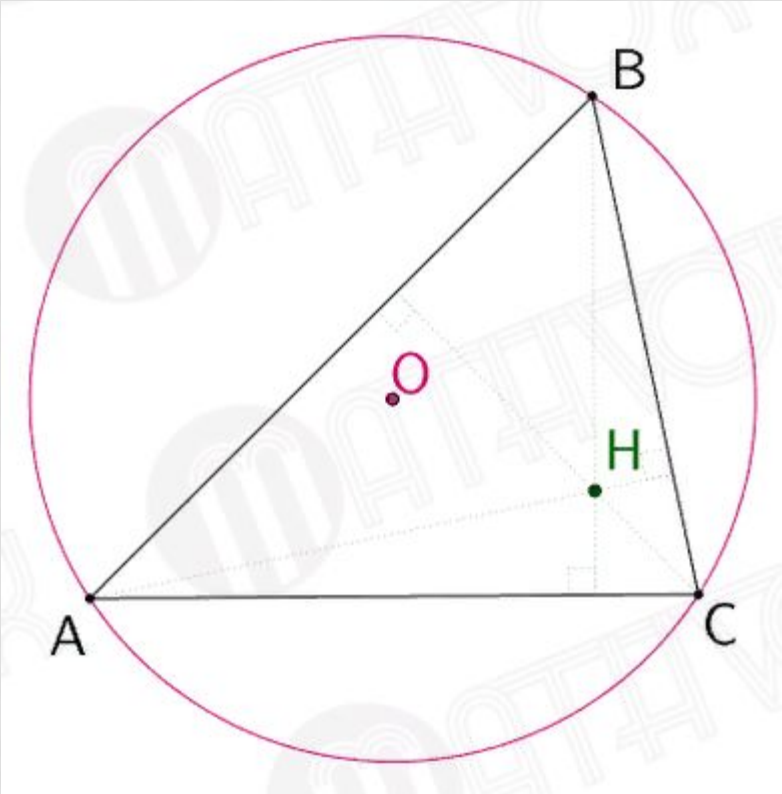
- Рассмотрим треугольник ABC.

- Проведем в нем высоты. Точку пересечения высот обозначим буквой H.



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ О ПРЯМОЙ ЭЙЛЕРА. ШАГ 2

- Опишем вокруг треугольника окружность с центром в точке О.

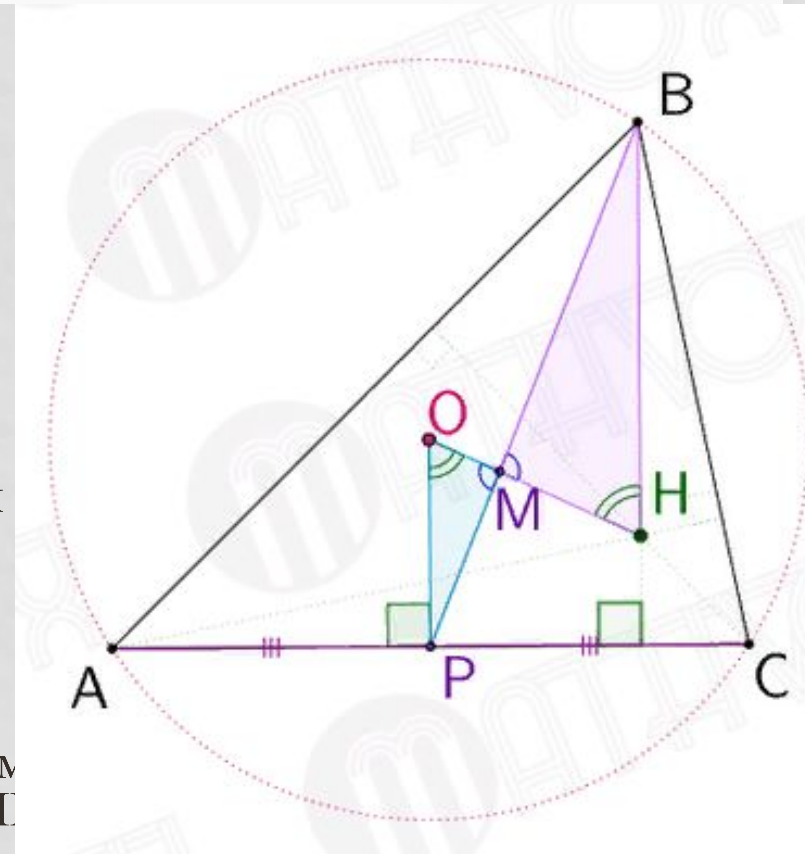


ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ О ПРЯМОЙ ЭЙЛЕРА. ШАГ 3

- Проведем медиану BP.
- Пусть отрезок OH пересекает медиану BP в точке M.
- Рассмотрим треугольники POM и BHM.
- OP ⊥ AC так как O— центр описанной окружности, который лежит на пересечении серединных перпендикуляров;
- AP=PC по условию: значит OP – серединный перпендикуляр;
- BH ⊥ AC -по условию. Из перпендикулярности двух прямых к одной прямой, следует: OP||BH
- Из параллельных прямых, следует, что их накрест лежащие углы равны: ∠O= ∠H

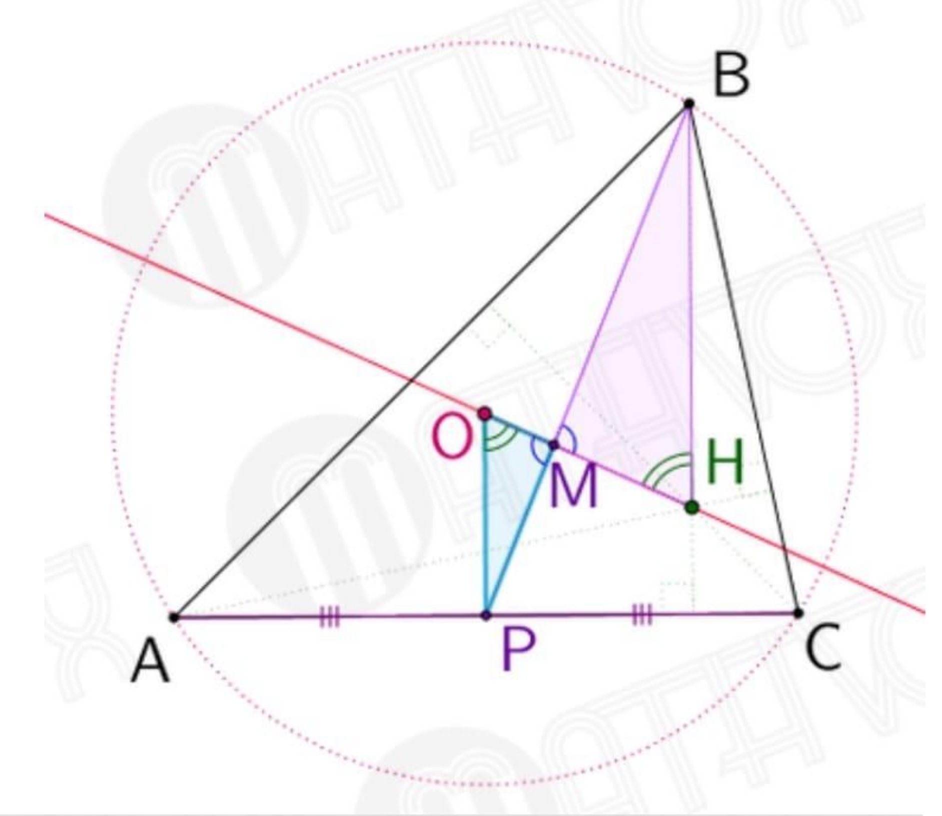
∠OMP= ∠BMH - как вертикальные

- треугольник POM ~ треугольнику BHM по двум углам. Из подобия треугольника следует BM/M =BH/OP
- По лемме о центре описанной окружности, ортоцентре и середине стороны треугольника:
- BH=2*OP или BH/OP=2 отсюда BM/MP=2/1



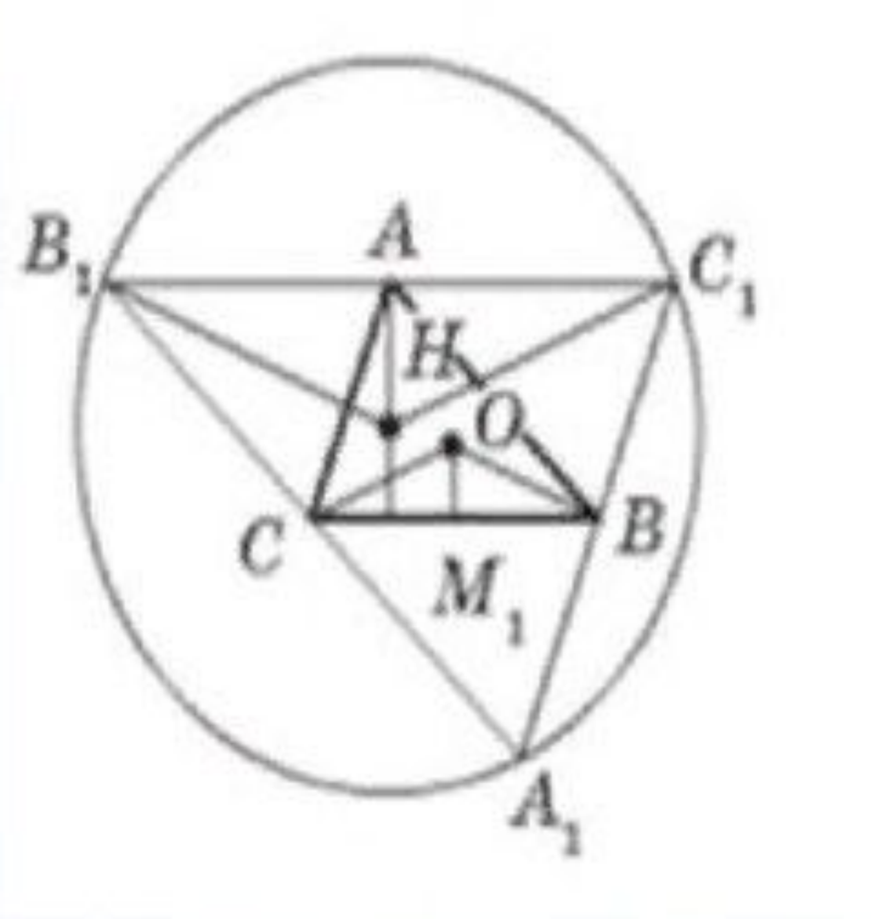
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ О ПРЯМОЙ ЭЙЛЕРА. ШАГ 4

- Таким образом получаем, что точка М, лежащая на медиане, делит ее в отношении 2:1, считая от вершины. Отсюда следует, что М – точка пересечения медиан.
- Значит три точки О, М и Н лежат на одной прямой.
- Теорема о прямой Эйлера доказана.



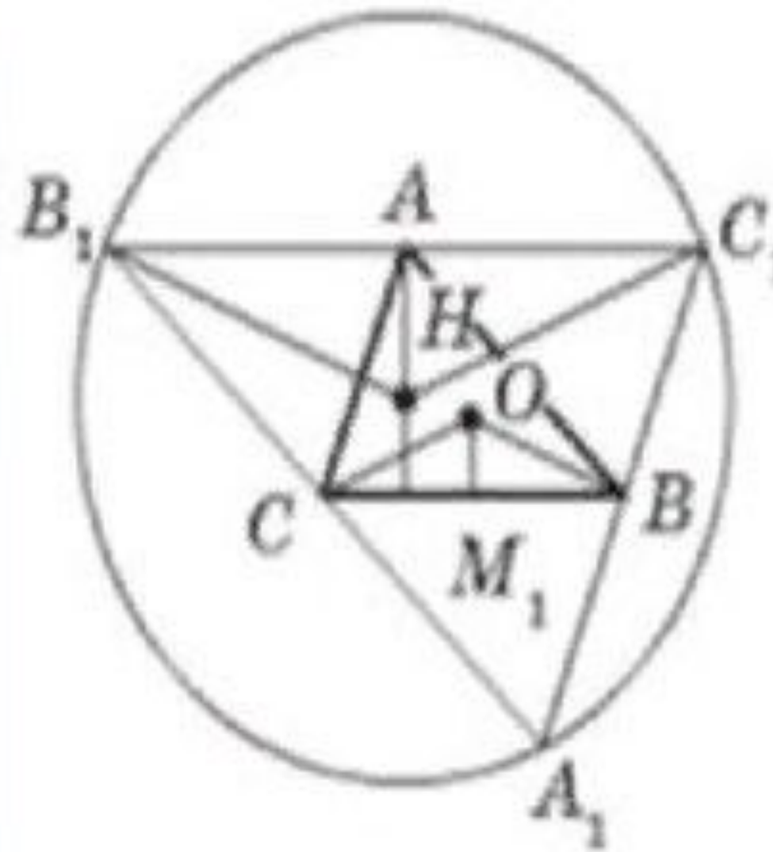
ЛЕММА ИЗ ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА

- Если H-ортоцентр треугольника ABC, OM1 - перпендикуляр, опущенный из центра O описанной окружности на сторону BC, то AH = 2OM1



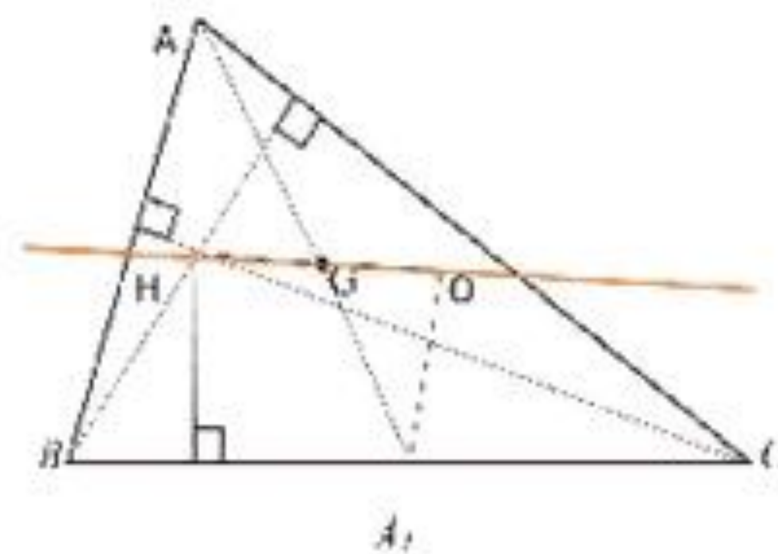
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЛЕММЫ ИЗ ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА

- 1) Через каждую высоту треугольника ABC проведем прямую, параллельную противолежащей стороне. Получим треугольник A 1B1C1
- 2) Так как два угла опираются на одну и ту же дугу, то ∠ B1HC1 = 2∠B1A1C1 . Углы BAC и B1A1C1 равны как противолежащие углы параллелограмма ABA1C, поэтому ∠ BOC = 2∠BAC=2∠B1A1C1 = ∠B1HC 1.
- 3) Так как B1C1 =2BC, то равнобедренные треугольники COB и B1HC1 подобны с коэффициентом подобия 2
- 4) Так как отрезок AH и OM1 - соответственны высотам подобных треугольников, то AH = 2OM 1 . Что и требовалось доказать: AH = 2OM 1
- Доказательство леммы из теоремы Эйлера



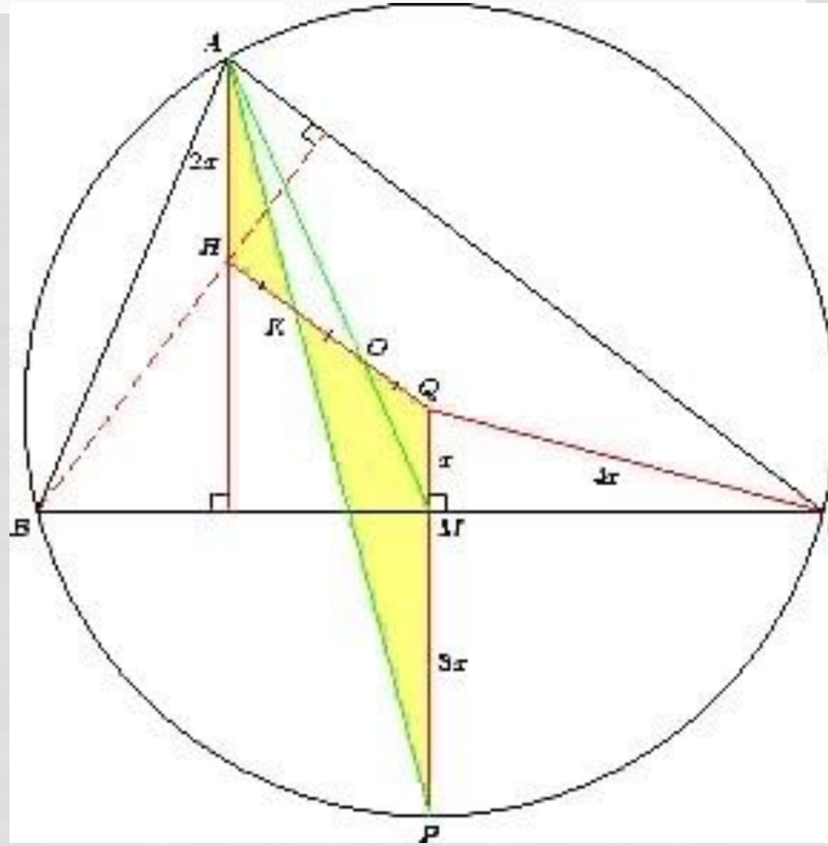
ЗАДАЧА №1

- Дано :треугольник ABC, точка M – центроид, O – центр вписанной окружности, H – ортоцентр
- Доказать: в любом треугольнике точка H пересечения высот (ортоцентр), центр O описанной окружности и точка M пересечения медиан (центр тяжести) лежат на одной прямой, причём точка M расположена между точками O и H, и MH = 2MO.



ЗАДАЧА №2

- остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H, а медианы — в точке O. Биссектриса угла A проходит через середину отрезка OH. Найдите площадь треугольника ABC, если BC = 2, а разность углов B и C равна 30о.



ЛИТЕРАТУРА

- 2. Задачи по планиметрии: В.В Просолов. – М.: МЦНМО , 2001.– Режим доступа : https :// math . ru / lib / book / pdf / planim 4. pdf1.
- Геометрия для общеобразовательных учреждений с углубленны: учеб. для 8 кл. / А.Г. Мерзляк, В.Б Полонский, М.С Якир. – М. : «Вентана – Граф», 2016.