

Организация и проведение итогового повторения темы « Система нелинейных уравнений »

Быкова Зоя Андреевна
ГУО «Средняя школа №10 имени В. М. Азина г.
Полоцка»

В ходе повторения темы «Решения систем уравнения нелинейных уравнений» необходимо повторить

понятия:

- а) что значит решить систему уравнений;
- б) что является решением системы уравнений;
- в) какие системы равносильные;
- г) методы решения систем уравнения;
- д) графики известных функций.

Введение новых переменных

Сложение

Способы решения систем уравнений
с двумя переменными

Подстановка

Графический

Решение задач по теме: « Система нелинейных уравнений »

№1

Из пар чисел $(1; -3)$; $(0; 4)$; $(\frac{1}{7}; 7)$ выберите те, которые являются решением системы уравнений $\begin{cases} 5x + y = 2, \\ xy = -3; \end{cases}$; $\begin{cases} xy = 1, \\ 7x + y = 8. \end{cases}$

№2

Выразите x через y :

а) $x+5y = -1$; б) $-2x+7y=10$; в) $xy=1$

№3

Укажите центр окружности и радиус окружности:

а) $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 49$;

б) $x^2 + (y-9)^2 = 21$;

в) $x^2 + y^2 = 25$

В чем заключается метод подстановки?

Решите систему методом подстановки
$$\begin{cases} x^2 - y = 4, \\ y - x = 2; \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ x^2 - (x + 2) = 4; \end{cases}$$
$$x^2 - x - 2 - 4 = 0$$
$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$D = 1 + 24 = 25 > 0$$

По т. Виета:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, & x_1 = 3 \\ x_1 + x_2 = 6; & x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 3 + 2 = 5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = -2 + 2 = 0; \end{cases}$$

Ответ: (3;5); (-2;0)

№5

Решите систему способом сложения
$$\begin{cases} x^2 - y = 4, \\ 2x + y = 15; \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} x^2 + 2x = 15, \\ 2x + y = 15; \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$D > 0$$

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1, x_2 = -15, \\ x_1 + x_2 = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = -5, \\ -10 + y = 15; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x_1 = -5, \\ x_2 = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_7 = 3, \\ 6 + y = 15; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -5, \\ y = 25; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 9; \end{cases}$$

Ответ: $(-5; 25); (3; 9)$.

№6

Решить графически систему уравнений $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ 2x - y + 3 = 0; \end{cases}$

Решение:

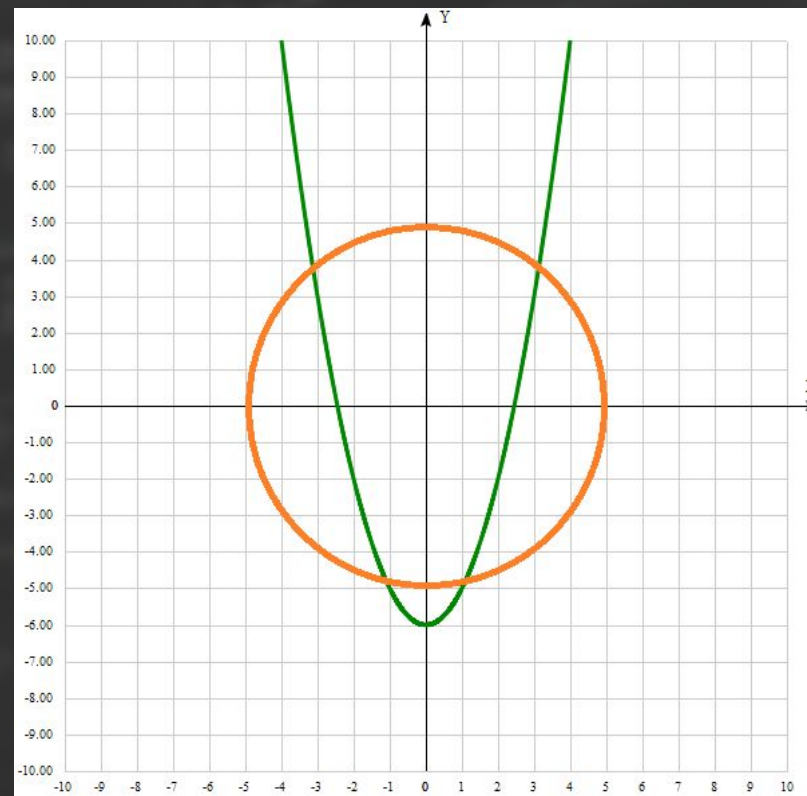
$$\begin{cases} y = x^2, \\ 2x - y = -3; \end{cases}$$



№7

Сколько решений имеет система уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = x^2 - 6; \end{cases}$$

Ответ : Система имеет 4 решения.



Задания из экзаменационного сборника по математике (9кл.) и материалов ЦТ

№7 (вар. 25)

Решите систему $\begin{cases} x - 4y = 2, \\ xy + 2y = 8; \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} x - 4y = 2, \\ xy + 2y = 8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 + 4y, \\ y(2 + 4y) + 2y = 8; \end{cases}$$

$$y_1 = -2$$

$$y_2 = 1$$

$$\begin{cases} y = -2, \\ x = 2 - 8 = -6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = 2 + 4 = 6; \end{cases}$$

$$4y^2 + 2y + 2y = 8$$

$$4y^2 + 4y - 8 = 0$$

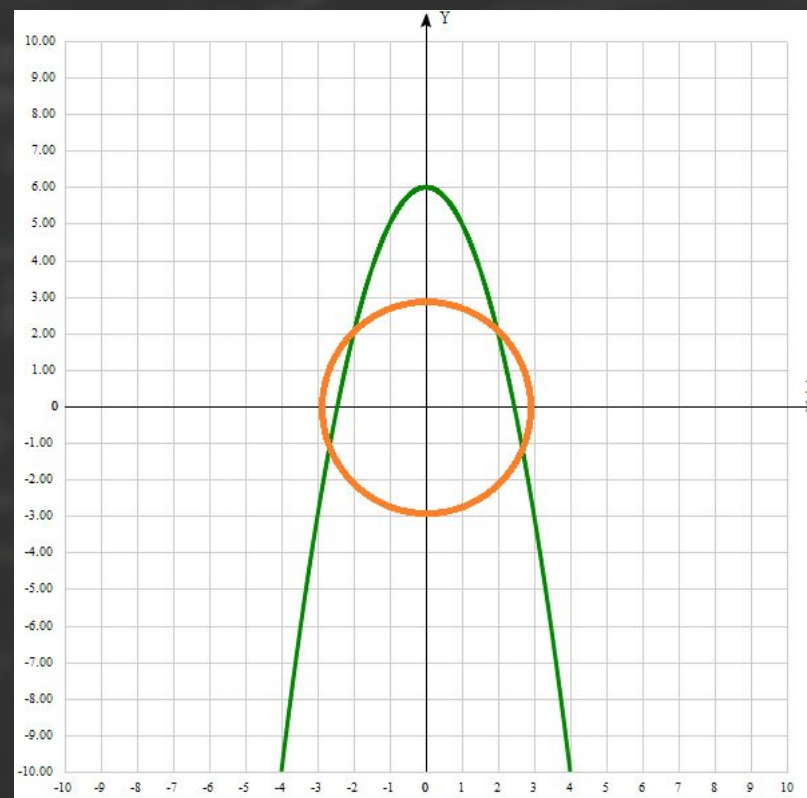
$$y^2 + y - 2 = 0$$

Ответ: (-6; -2) (6; 1).

№8 (вар. 18)

Определите число решений уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = -x^2 + 6; \end{cases}$

Ответ : Система имеет 4 решения.



Решение:

$$\begin{cases} (x - 6y)^2 = 64, \\ x + 6y = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6y = 8, \\ x + 6y = 6; \end{cases}$$

Решите систему

$$\begin{cases} x - 6y = 8, \\ 2x = 14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7, \\ 7 - 6y = 8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7, \\ 6y = -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7, \\ y = -\frac{1}{6}; \end{cases}$$

$$(7; -\frac{1}{6})$$

$$\begin{cases} x - 6y = 8, \\ x - 6y = -8, \\ x + 6y = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6y = -8, \\ x^2 - 12xy + 36y^2 = 64, \\ x + 6y = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = -2; \\ x = -1, \\ -1 + 6y = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \\ 6y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{5}, \\ y = \frac{5}{6}; \end{cases}$$

$$(-1; \frac{5}{6})$$

$$\begin{cases} 3y - 2xy = 2, \\ x + 2xy = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + x = 7, \\ x + 2xy = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 - 3y, \\ -6y^2 + 11y + 2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 - 3y, \\ 6y^2 - 11y - 2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 - 3y, \\ 7 - 3y + 2(7 - 3y)y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 - 3y, \\ 7 - 3y + 14y - 6y^2 - 5 = 0; \end{cases}$$

$$6y^2 - 11y - 2 = 0 \\ D = 121 + 48 = 169$$

$$y_1 = \frac{11 - 13}{12} = -\frac{1}{6}$$

$$y_2 = 2$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{6}, \\ x = 7 + \frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2, \\ x = 7 - 6 = 1; \end{cases}$$

(1; 2)

Ответ: $(7\frac{1}{2}; -\frac{1}{6})$

Решение:
ЦТ (Вар. 1 2009г.) В6

$$\frac{5x^2 - 11xy + 2y^2}{5x^2 + 4xy - y^2} = \frac{7}{10}, \text{ разделим}$$

Пусть (x, y) - решение системы. Пусть числитель и знаменатель, на y^2 ($y \neq 0$).

$$\frac{5\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 11\left(\frac{x}{y}\right) + 2}{5\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{y}\right) - 1} = \frac{7}{10} \text{ и введём замену } \frac{x}{y} = t$$

Найти: произведение x^*y

$$\frac{5t^2 - 11t + 2}{5t^2 + 4t - 1} = \frac{7}{10}$$

$$50t^2 - 110t + 20 = 35t^2 + 28t - 7$$

$$15t^2 - 138t + 27 = 0$$

$$D = 2116 - 118 = 1936$$

$$t_1 = \frac{1}{5} \text{ (не удовлетворяет условию)}$$

$$t_2 = 9$$

$$x = 9y$$

$$\begin{cases} x = 9y, \\ 5x - 13y = 32; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9y, \\ y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9, \\ y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9y, \\ 45y - 13y = 32; \end{cases}$$

$$5t^2 + 4t - 1 = 0$$

$$D = 16 + 20 = 36$$

$$t_1 = \frac{-4 - 6}{10} = -1$$

$$t_2 = \frac{1}{5}$$

ЦТ (Вар. 6 2013 г.) В4

Пусть $(x; y)$ – целочисленное решение системы уравнений $\begin{cases} 3y + x = 7, \\ 4y^2 - 4xy + x^2 = 4; \end{cases}$

Найти: сумму $x+y$

Решение:

$$\begin{cases} 3y + x = 7, \\ (2x - x)^2 = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + x = 7, \\ 2y - x = 2; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 3y + x = 7, \\ 2x - x = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + x = 7, \\ 5y = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 5y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{9}{5} \text{ (Не целочисленное)}, \\ 3y + x = 7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1, \\ x = 4; \end{cases} \longrightarrow x + y = 1 + 4 = 5$$

Ответ: $x + y = 5$.

ДРТ (декабрь 2019г.) В2

Дана система уравнений $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - y^2 = 12; \end{cases}$

Выберите для данной системы три верных утверждения :

| | |
|---|--|
| 1 | Система имеет два решения |
| 2 | Система имеет единственное решение |
| 3 | |
| 4 | Решением системы является пара чисел $x=-3,5$ и $y=-0,5$ |
| 5 | Система имеет бесконечно много решений |
| 6 | Решением системы является пара чисел $x=3,5$ и $y=0,5$ |
| 7 | |
| 8 | Система не имеет решений |

Спасибо за урок!

