План

1. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле
2. Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции
3. Потенциал
4. Связь между напряженностью и потенциалом
5. Электрический диполь. Энергия диполя

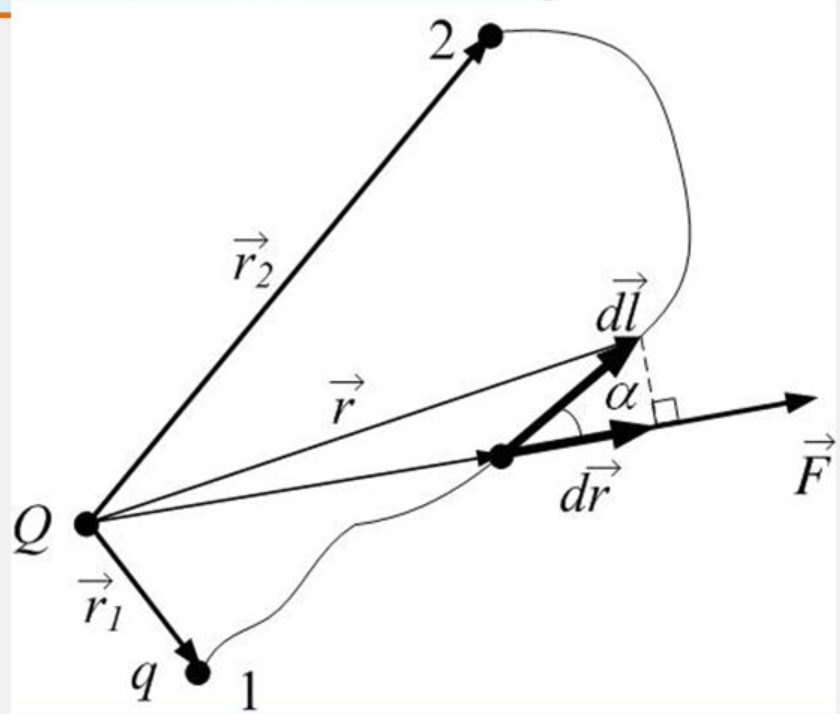
Работа по перемещению заряда в электростатическом поле

Найдём работу электростатических сил по перемещению точечного заряда *q* в электростатическом поле точечного заряда *Q:*

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot \cos\alpha \cdot dl = F \cdot dr$$

$$F = qE$$

$$dA = qE \cdot dr$$

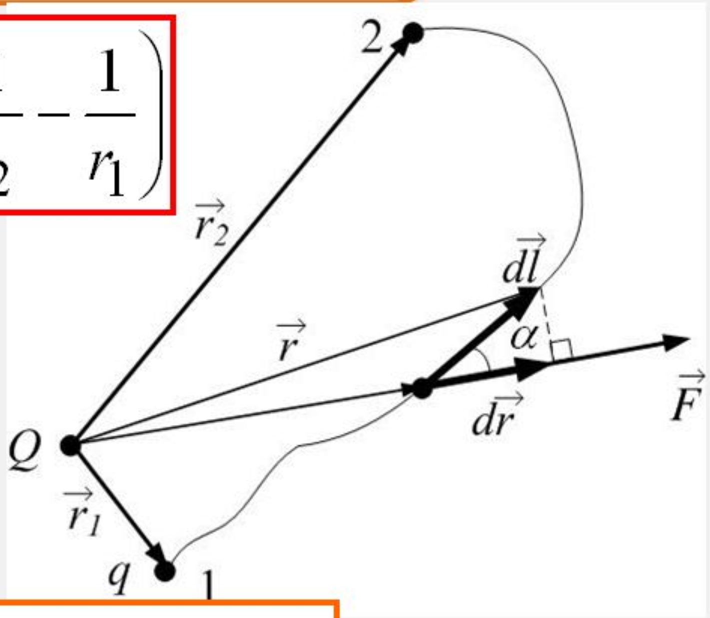


$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{r_1}^{r_2} qE \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} q \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot dr = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{1}{r^2}\right) \cdot dr = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_1}^{r_2}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$$

Работа по перемещению заряда в электростатическом поле

$$A_{12} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_1}^{r_2} \rightarrow A_{12} = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$



По закону сохранения энергии работа совершается за счёт уменьшения потенциальной энергии взаимодействия зарядов: $A_{12} = -\Delta W = -(W_2 - W_1)$

$$\left.\begin{aligned} A_{12} &= -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \\ A_{12} &= -(W_2 - W_1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r} + const$$

$$\boxed{W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}}$$

$W_\infty = 0$ при $r \rightarrow \infty$

Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции

$$A_{12} = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Работа ***A_{12}*** ***не зависит от траектории***, а только от начального и конечного положения заряда q. Такие поля называются **потенциальными**

Электростатическое поле потенциально

Потенциальны поля только неподвижных зарядов

Для замкнутой траектории: $r_1 = r_2$

$$A = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = 0$$

$$A = \oint_L dA = 0$$

Потенциальный характер электростатического поля
Теорема о циркуляции

$$A = \oint\limits_L dA = 0$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$A = \oint\limits_L dA = \oint\limits_L q\vec{E}d\vec{l} = \underbrace{q\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l}}\, = 0$$

Это – циркуляция вектора напряжённости

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = 0}$$

<u>**Теорема о циркуляции**</u>:

циркуляция вектора напряжённости электростатического поля по произвольному замкнутому контуру равна нулю

Потенциальный характер электростатического поля
Теорема о циркуляции

Для того, чтобы векторное поле было потенциально, необходимо и достаточно, чтобы циркуляция вектора напряжённости поля по произвольному замкнутому контуру была равна нулю, то есть:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{поле потенциально}$$

Потенциальны только поля НЕПОДВИЖНЫХ зарядов

Потенциал

По определению:

Потенциал данной точки поля – это энергия единичного положительного точечного пробного заряда, помещённого в данную точку:

$$\varphi = \frac{W}{q}$$

Потенциал – скалярная энергетическая характеристика поля

$$[\varphi] = \frac{Дж}{Кл} = В \quad \text{(Вольт)}$$

Энергия заряда *q* в точке поля с потенциалом φ: $W = q \cdot \varphi$

Ещё определение:

Потенциал данной точки поля численно равен работе по перемещению единичного точечного пробного положительного заряда из данной точки поля на бесконечность

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q}$$

Определения эквивалентны: $A_\infty = -\Delta W = -(W_\infty - W) = W$

Потенциал

Потенциал поля, созданного точечным зарядом *Q* на расстоянии *r*:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{W}{q} \\ W &= \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \varphi_{\text{точечн.зар.}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}$$

Принцип суперпозиции:

Потенциал, созданный в данной точке системой зарядов q_i, равен алгебраической сумме потенциалов, созданных в данной точке каждым зарядом системы в отдельности

$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$

В случае непрерывно распределённых зарядов: $\varphi = \int\limits_V d\varphi$ где $d\varphi = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}$

Энергия системы точечных зарядов $W = \dfrac{1}{2}\sum\limits_i q_i \cdot \varphi_i$

Связь между напряженностью и потенциалом

$$\left.\begin{aligned} &dA = \vec{F}\cdot d\vec{l} = \vec{F}\cdot d\vec{r} \\ &\vec{F} = q\vec{E} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad dA = q\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$\left.\begin{aligned} &dA = -dW \\ &W = q\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad dA = -qd\varphi$$

$$\boxed{q\vec{E}\cdot d\vec{r} = -qd\varphi}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{E}\cdot d\vec{r} = -d\varphi}$$

Связь между напряженностью и потенциалом

$$\boxed{\vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\varphi}$$

$$\boxed{\vec{E} = -grad\varphi}$$

$$\boxed{E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}}$$

Напоминалка: **градиент** (grad) скалярной величины – вектор, направленный в сторону наибольшего возрастания этой величины, показывает быстроту изменения этой величины в пространстве

Вектор напряжённости направлен в сторону наибольшего УБЫВАНИЯ потенциала

Для однородного поля: $$\boxed{E = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x}}$$

Связь между напряженностью и потенциалом

$$A_{12} = -\Delta W = -(W_2 - W_1) = -(q \cdot \varphi_2 - q \cdot \varphi_1) = -q \cdot \Delta\varphi$$

$$A_{12} = -q \cdot \Delta\varphi$$

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Можно доказать иначе:

$$d\varphi = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

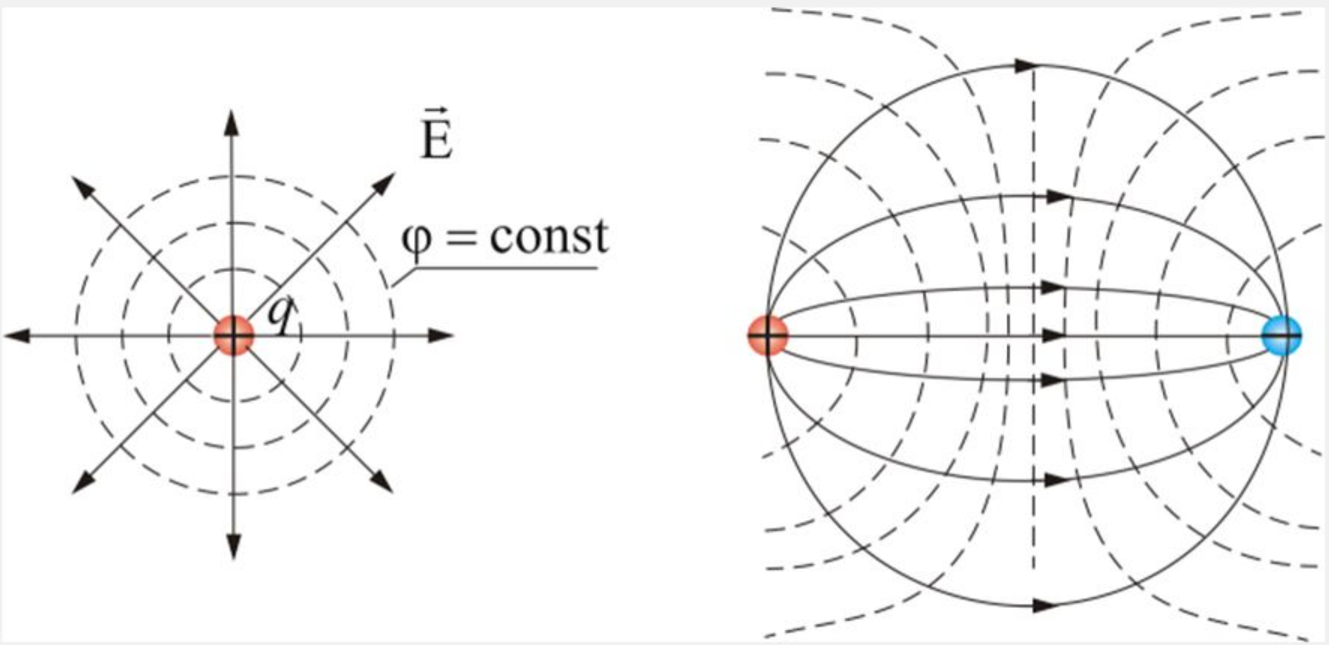
Для однородного поля:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$$

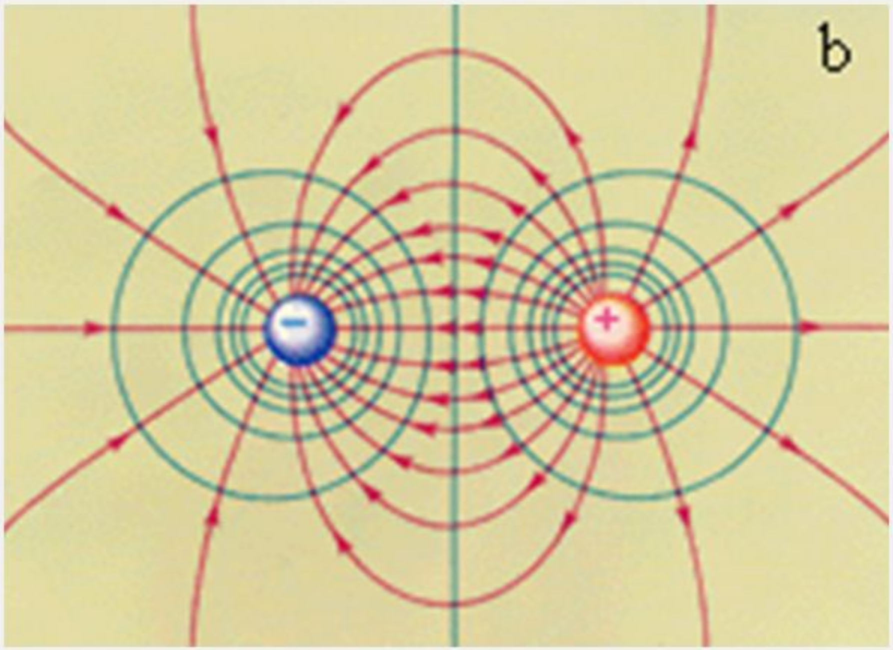
Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

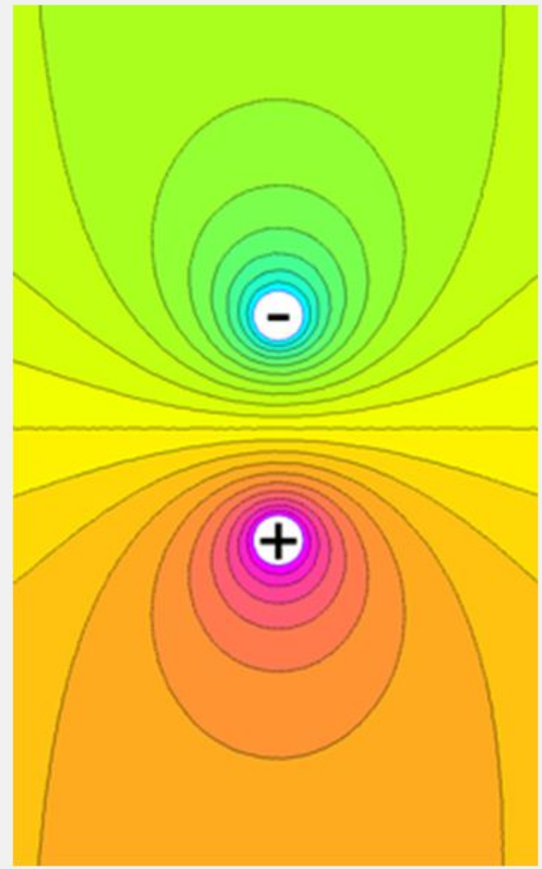
<u>Эквипотенциальная поверхность</u> – совокупность точек пространства, где φ=const

Линии напряжённости всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям

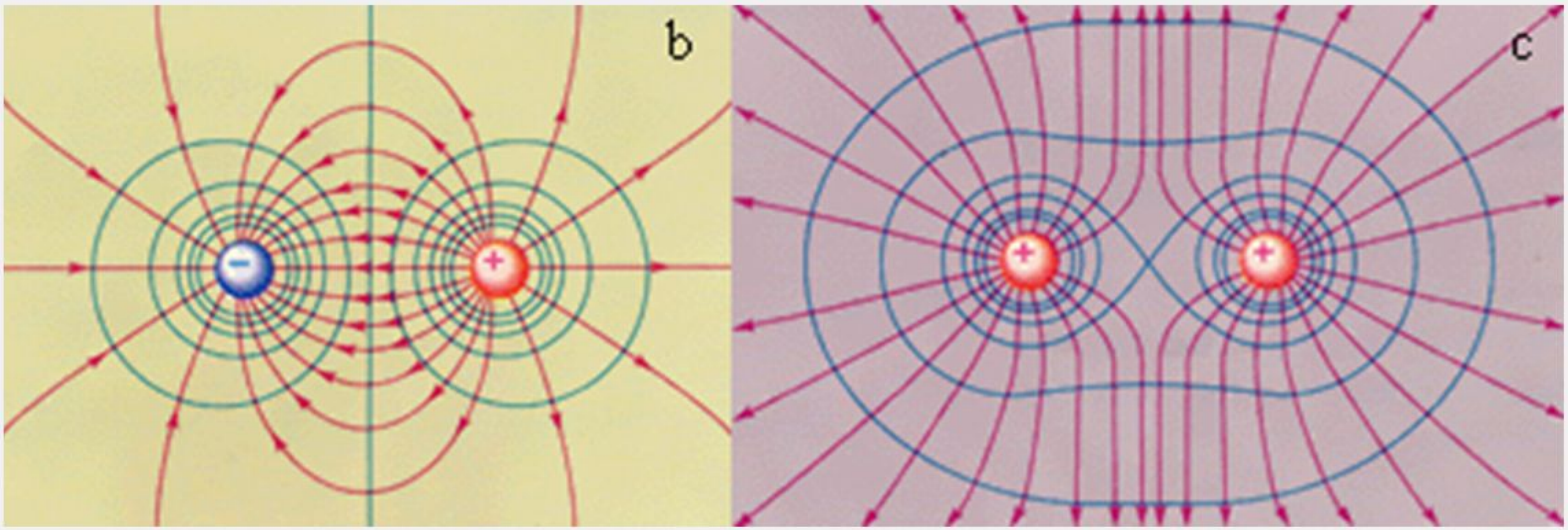


Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

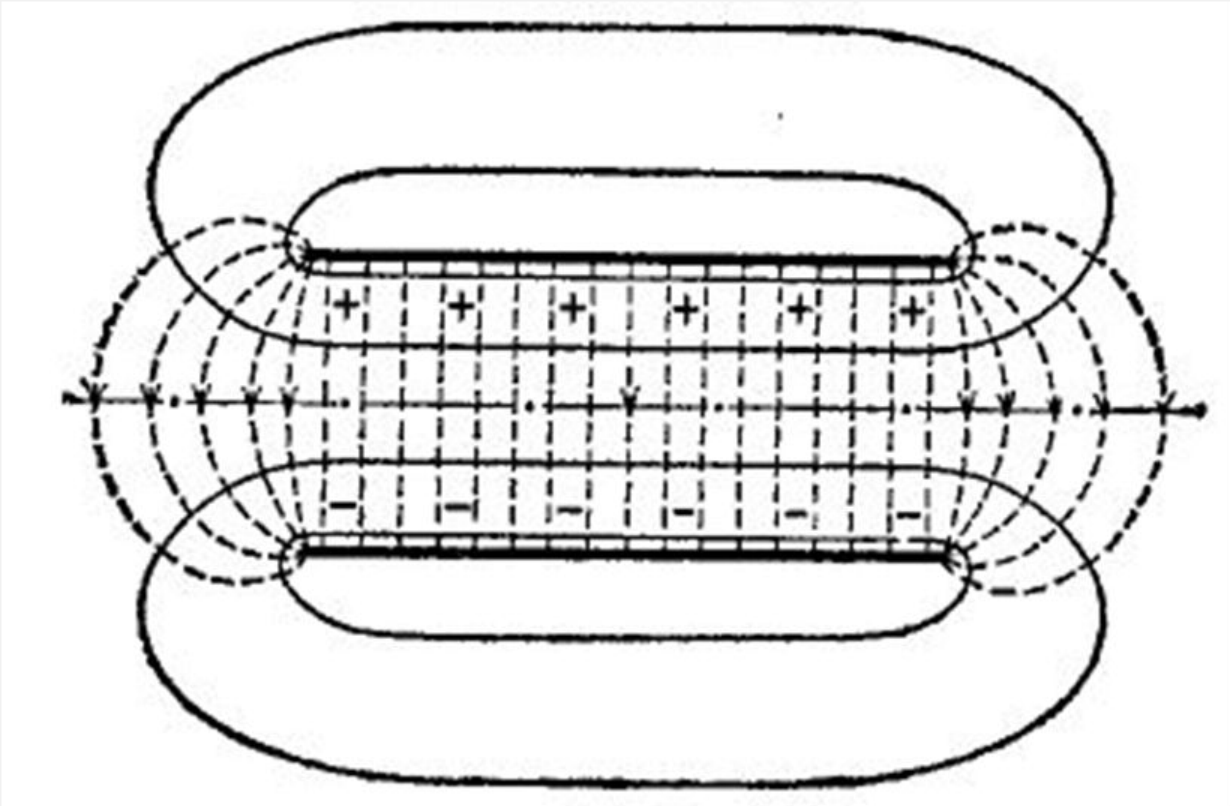




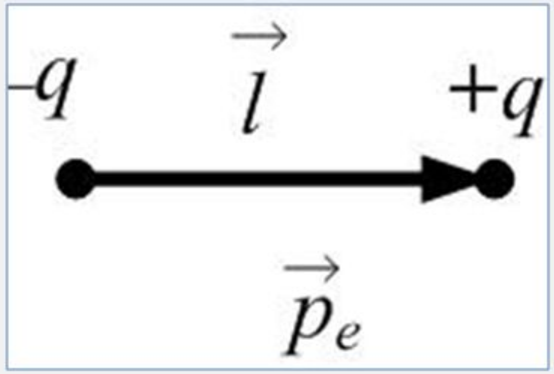
Потенциал. Эквипотенциальные поверхности



Потенциал. Эквипотенциальные поверхности



Электрический диполь



Определение:

Электрический диполь - система двух одинаковых по величине противоположных по знаку точечных зарядов

$$\boxed{\vec{p}_e = q \cdot \vec{l}}$$

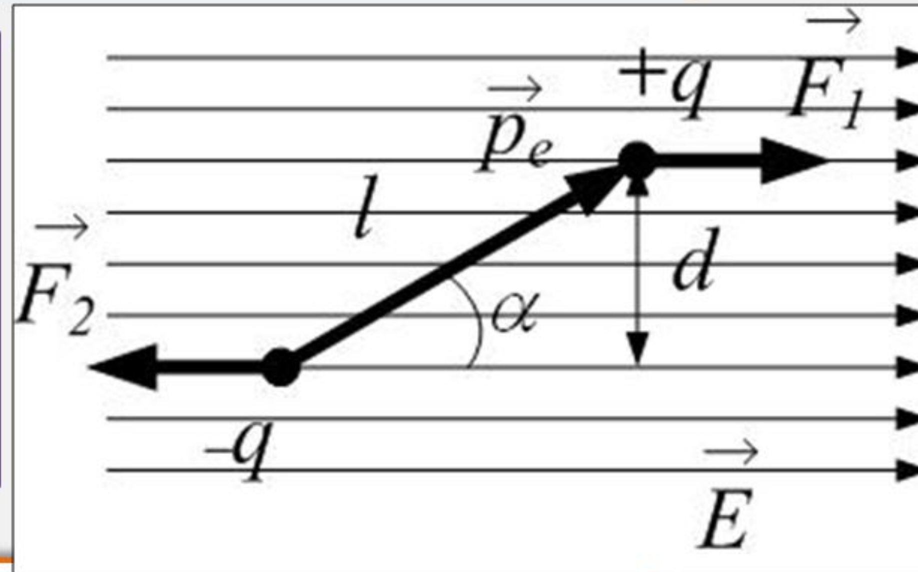
- электрический дипольный момент

$\vec{l}$ – плечо диполя

Электрический диполь в однородном поле

На заряды q и $-q$ действуют силы, одинаковые по величине и противоположные по направлению – это пара сил

$$F_1 = F_2 \equiv F = qE$$



Момент пары:

$$M = F \cdot d = F \cdot l \cdot \sin\alpha$$

$$M = qE \cdot l \cdot \sin\alpha = (ql)E \cdot \sin\alpha = p_e E \sin\alpha$$

$$\boxed{\vec{M} = \left[\vec{p}_e \times \vec{E}\right]}$$

Диполь в электрическом поле ориентируется по полю

Энергия диполя в электростатическом поле

Работа внешних сил по повороту диполя на угол $d\alpha>0$ идёт на увеличение энергии диполя в электрическом поле

$$dA = M \cdot d\alpha$$

$$dA = dW$$

$$\Downarrow$$

$$dW = M \cdot d\alpha$$

$$\boxed{M = p_e E \sin\alpha}$$

$$\boxed{\frac{dW}{d\alpha} = M = p_e E \sin\alpha}$$

$$\Downarrow$$

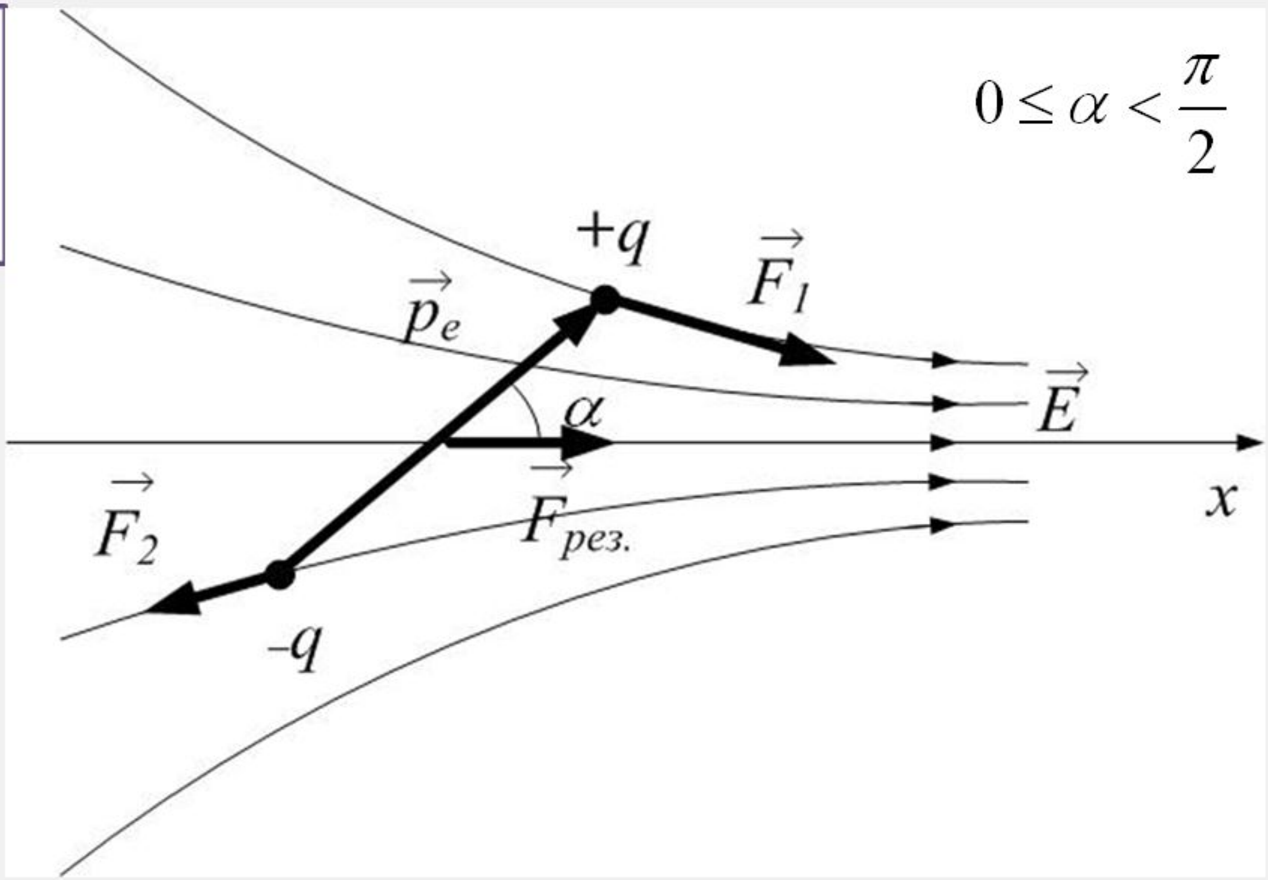
$$\boxed{W = -p_e E \cos\alpha}$$

$$\boxed{W = -\vec{p}_e \vec{E}}$$

Электрический диполь в неоднородном поле

Силы не равны

$$F_1 > F_2$$

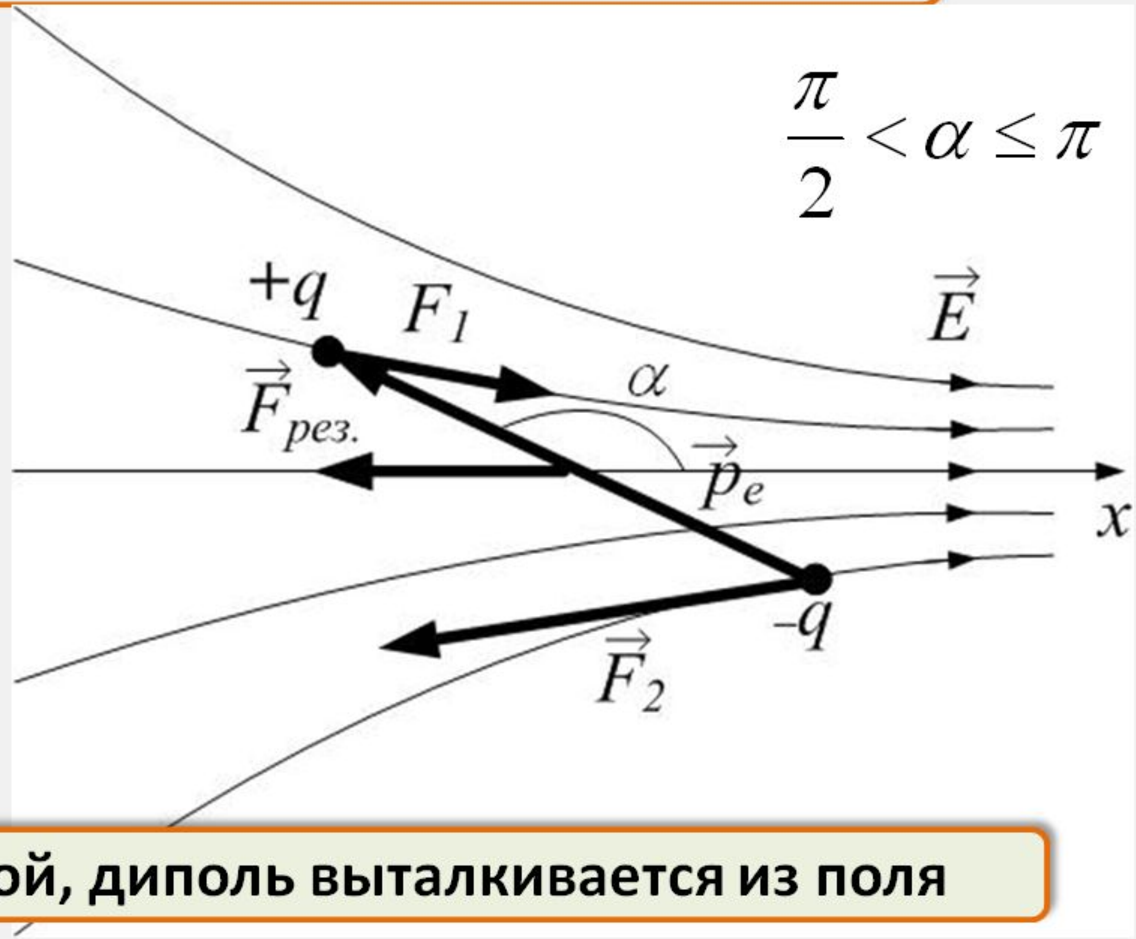


Если угол α – острый, диполь втягивается в поле

Электрический диполь в неоднородном поле

Силы не равны

$$F_1 < F_2$$



Если угол α – тупой, диполь выталкивается из поля

Свободный диполь сначала ориентируется по полю, а затем втягивается в область сильного поля