

# План

1. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле
2. Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции
3. Потенциал
4. Связь между напряженностью и потенциалом
5. Электрический диполь. Энергия диполя

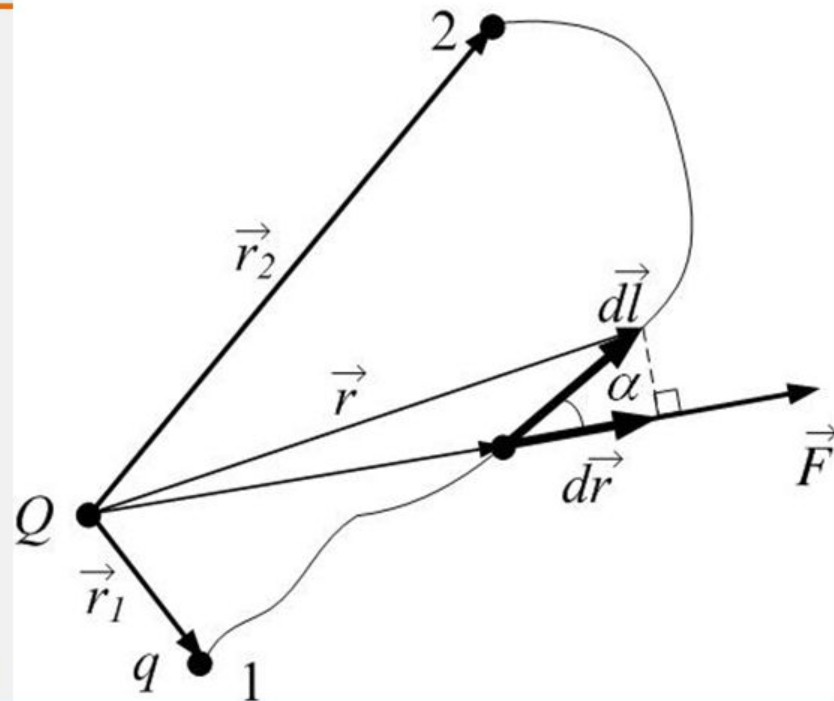
## Работа по перемещению заряда в электростатическом поле

Найдём работу электростатических сил по перемещению точечного заряда  $q$  в электростатическом поле точечного заряда  $Q$ :

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot \cos \alpha \cdot dl = F \cdot dr$$

$$F = qE$$

$$dA = qE \cdot dr$$



$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{r_1}^{r_2} qE \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} \cdot dr = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \left( \frac{1}{r^2} \right) \cdot dr = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2}$$

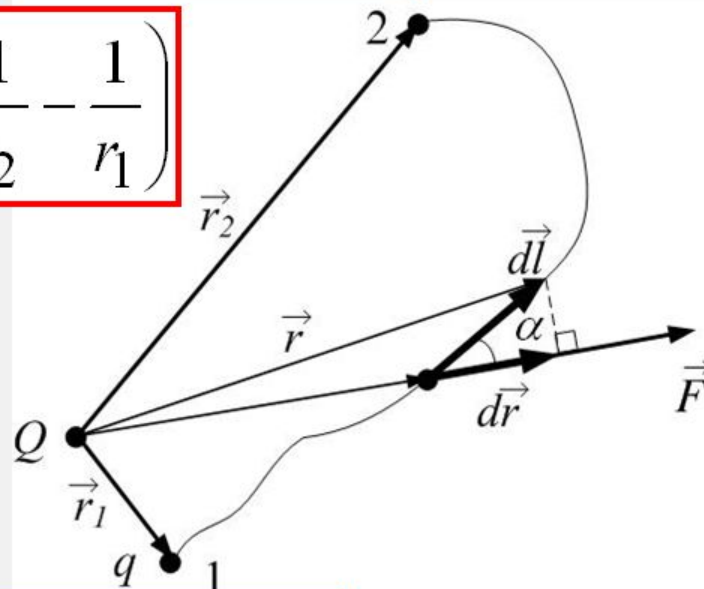
$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2}$$

## Работа по перемещению заряда в электростатическом поле

$$A_{12} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2}$$

$$A_{12} = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

По закону сохранения энергии работа совершается за счёт уменьшения потенциальной энергии взаимодействия зарядов:  $A_{12} = -\Delta W = -(W_2 - W_1)$



$$\left. \begin{aligned} A_{12} &= -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \\ A_{12} &= -(W_2 - W_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} + const$$

$$W = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$$

$$W_\infty = 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty$$

## Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции

$$A_{12} = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

**Работа  $A_{12}$  не зависит от траектории**, а только от начального и конечного положения заряда  $q$ . Такие поля называются **потенциальными**

**Электростатическое поле потенциально**

Потенциальны поля только неподвижных зарядов

Для замкнутой траектории:  $r_1 = r_2$

$$A = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = 0$$

$$A = \oint_L dA = 0$$



## Потенциальный характер электростатического поля

Теорема о циркуляции

$$A = \oint_L dA = 0$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$A = \oint_L dA = \oint_L q\vec{E}d\vec{l} = q \oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$$

Это – циркуляция вектора напряжённости

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$$

Теорема о циркуляции:

*циркуляция вектора напряжённости электростатического поля по произвольному замкнутому контуру равна нулю*

## Потенциальный характер электростатического поля Теорема о циркуляции

Для того, чтобы векторное поле было потенциально, необходимо и достаточно, чтобы циркуляция вектора напряжённости поля по произвольному замкнутому контуру была равна нулю, то есть:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{поле потенциально}$$

Потенциальны только поля **НЕПОДВИЖНЫХ** зарядов

## Потенциал

По определению:

**Потенциал данной точки поля – это энергия единичного положительного точечного пробного заряда, помещённого в данную точку:**

$$\varphi = \frac{W}{q}$$

Потенциал – скалярная энергетическая характеристика поля

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В} \quad (\text{Вольт})$$

Энергия заряда  $q$  в точке поля с потенциалом  $\varphi$ :  $W = q \cdot \varphi$

Ещё определение:

**Потенциал данной точки поля численно равен работе по перемещению единичного точечного пробного положительного заряда из данной точки поля на бесконечность**

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q}$$

Определения эквивалентны:  $A_{\infty} = -\Delta W = -(W_{\infty} - W) = W$

## Потенциал

Потенциал поля, созданного точечным зарядом  $Q$  на расстоянии  $r$ :

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{W}{q} \\ W &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varphi_{\text{точечн.зар.}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$$

Принцип суперпозиции:

Потенциал, созданный в данной точке системой зарядов  $q_i$ , равен алгебраической сумме потенциалов, созданных в данной точке каждым зарядом системы в отдельности

$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$

В случае непрерывно распределённых зарядов:  $\varphi = \int_V d\varphi$  где  $d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$

Энергия системы точечных зарядов  $W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \cdot \varphi_i$



## Связь между напряженностью и потенциалом

$$\left. \begin{array}{l} dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ \vec{F} = q\vec{E} \end{array} \right\} \Rightarrow dA = q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\left. \begin{array}{l} dA = -dW \\ W = q\varphi \end{array} \right\} \Rightarrow dA = -qd\varphi$$

$$q\vec{E} \cdot d\vec{r} = -qd\varphi$$



$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\varphi$$

## Связь между напряженностью и потенциалом

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\varphi$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$$

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

Напоминалка: **градиент** (grad) скалярной величины – вектор, направленный в сторону наибольшего возрастания этой величины, показывает быстроту изменения этой величины в пространстве

Вектор напряжённости направлен в сторону наибольшего **УБЫВАНИЯ** потенциала

Для однородного поля:  $E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$

## Связь между напряженностью и потенциалом

$$A_{12} = -\Delta W = -(W_2 - W_1) = -(q \cdot \varphi_2 - q \cdot \varphi_1) = -q \cdot \Delta \varphi$$

$$A_{12} = -q \cdot \Delta \varphi$$

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Можно доказать иначе:

$$d\varphi = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad \Delta \varphi = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

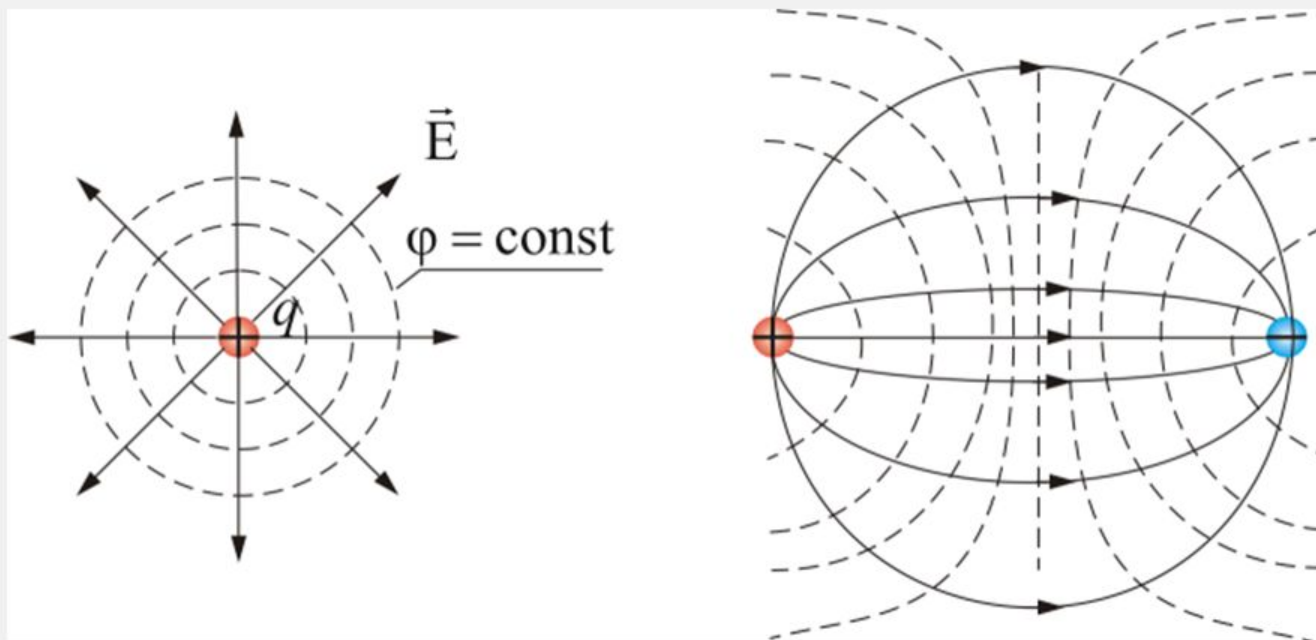
Для однородного поля:

$$E = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x}$$

## Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

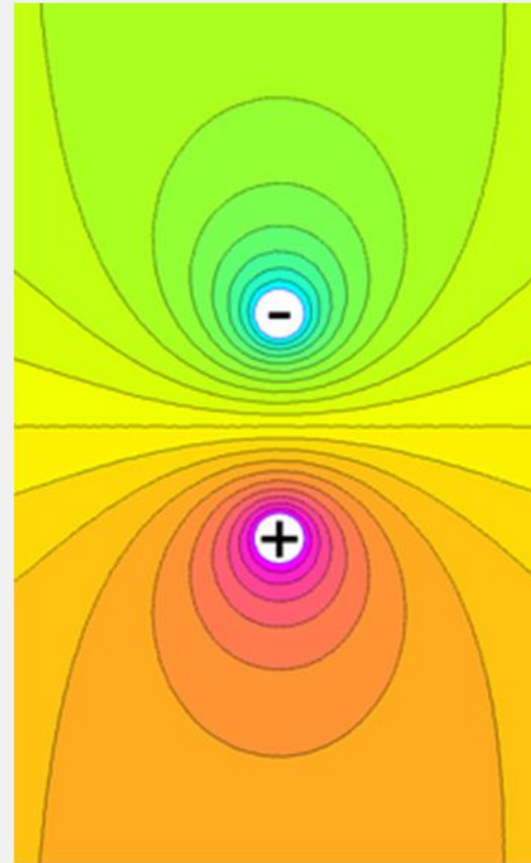
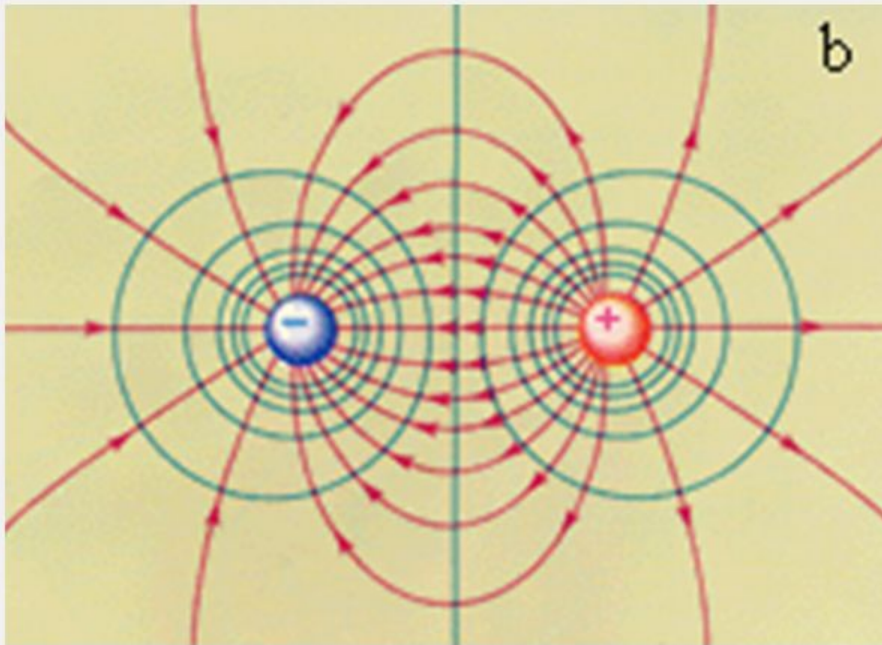
Эквипотенциальная поверхность – совокупность точек пространства, где  $\varphi = \text{const}$

Линии напряжённости всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям

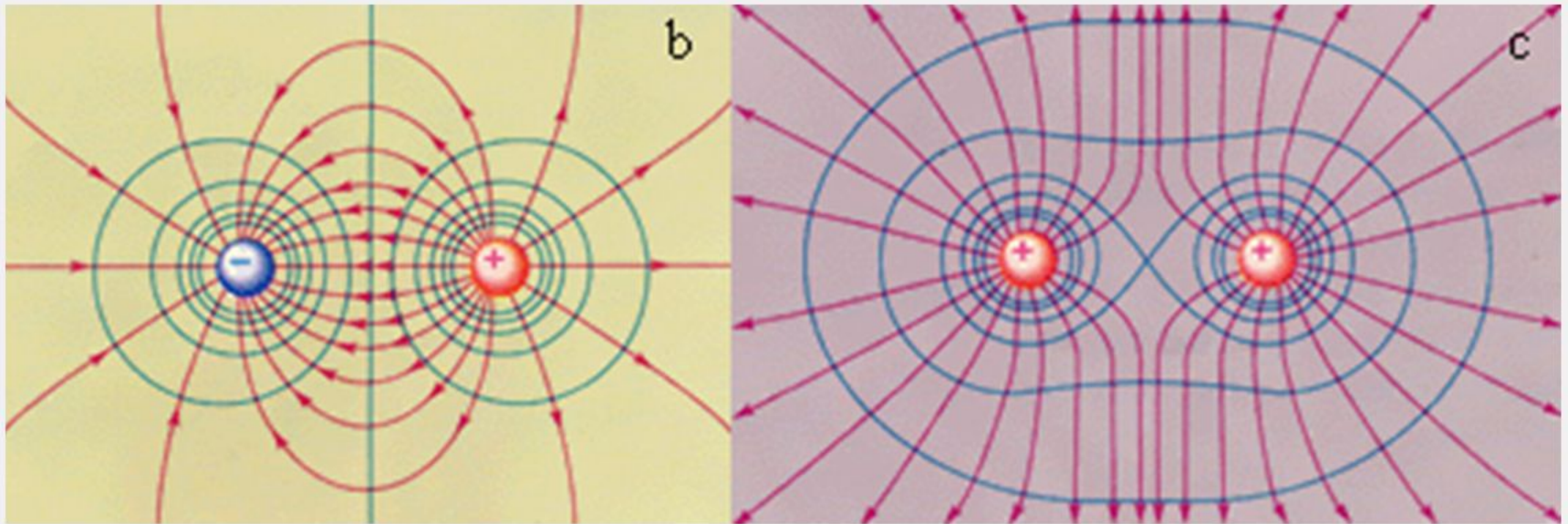




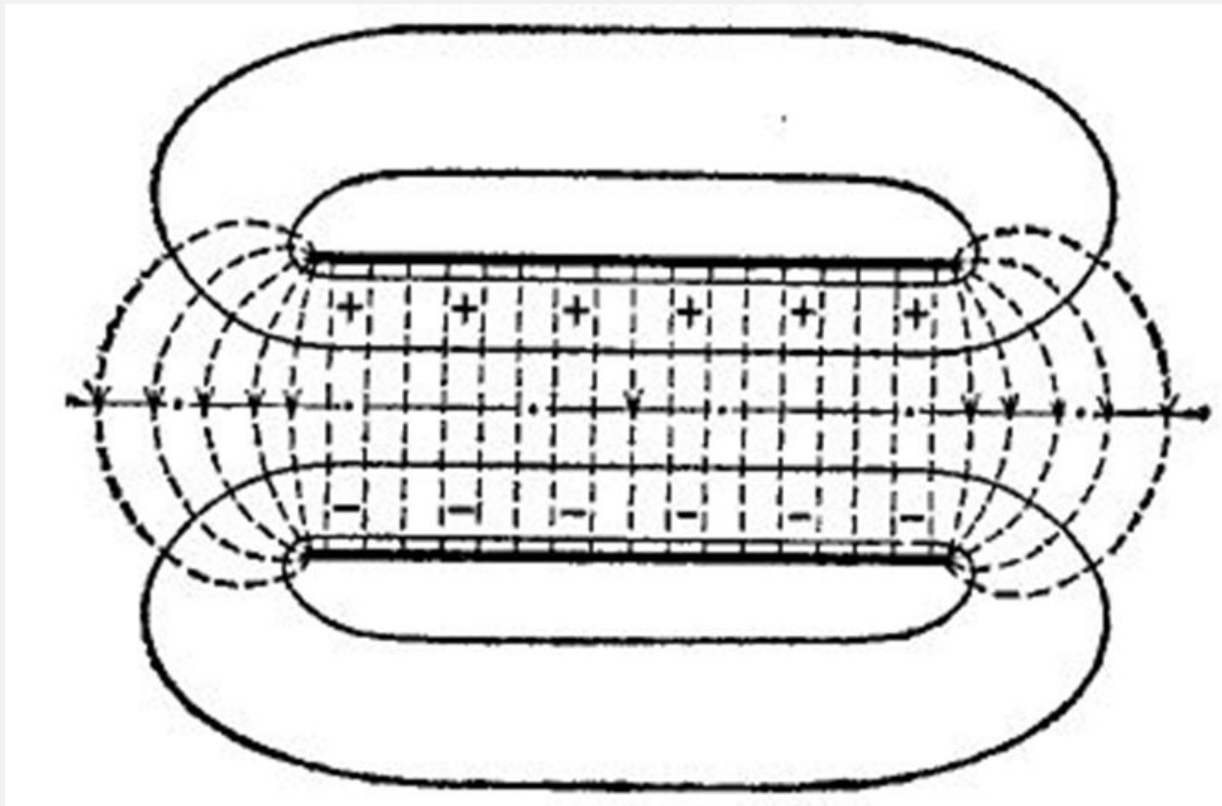
# Потенциал. Эквипотенциальные поверхности



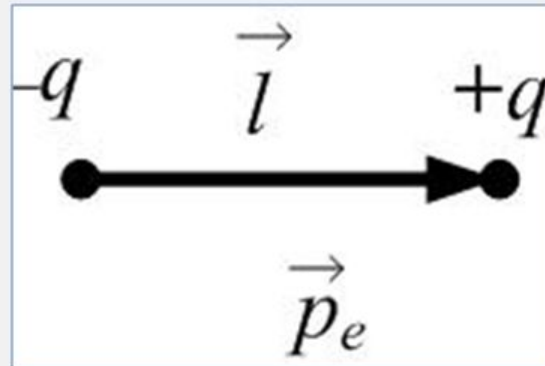
# Потенциал. Эквипотенциальные поверхности



# Потенциал. Эквипотенциальные поверхности



## Электрический диполь



Определение:

Электрический диполь - система двух одинаковых по величине противоположных по знаку точечных зарядов

$\vec{p}_e = q \cdot \vec{l}$  - электрический дипольный момент

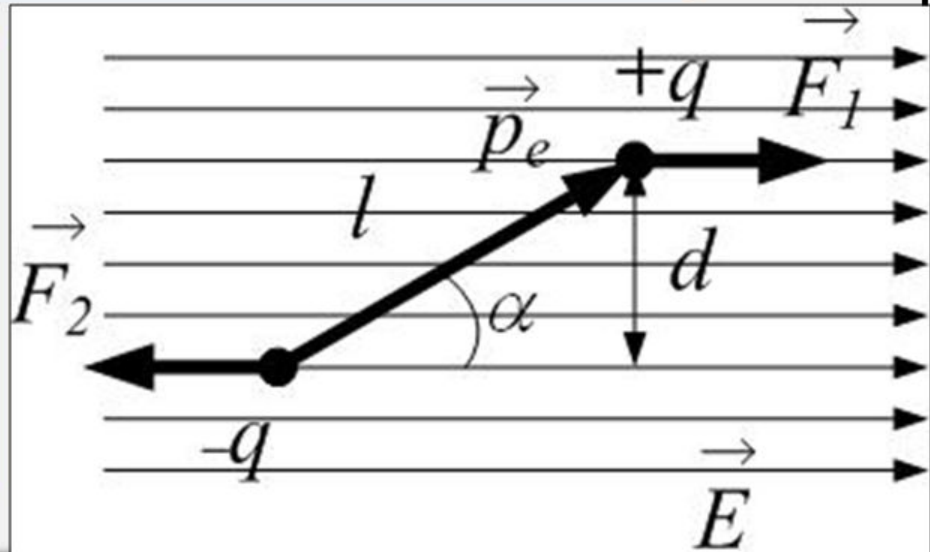
$\vec{l}$  - плечо диполя



## Электрический диполь в однородном поле

На заряды  $q$  и  $-q$  действуют силы, одинаковые по величине и противоположные по направлению – это пара сил

$$F_1 = F_2 \equiv F = qE$$



Момент пары:

$$M = F \cdot d = F \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$M = qE \cdot l \cdot \sin \alpha = (ql)E \cdot \sin \alpha = p_e E \sin \alpha$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$$

Диполь в электрическом поле ориентируется по полю

## Энергия диполя в электростатическом поле

Работа внешних сил по повороту диполя на угол  $d\alpha > 0$  идёт на увеличение энергии диполя в электрическом поле

$$dA = M \cdot d\alpha$$

$$dA = dW$$



$$dW = M \cdot d\alpha$$

$$M = p_e E \sin \alpha$$

$$\frac{dW}{d\alpha} = M = p_e E \sin \alpha$$



$$W = -p_e E \cos \alpha$$

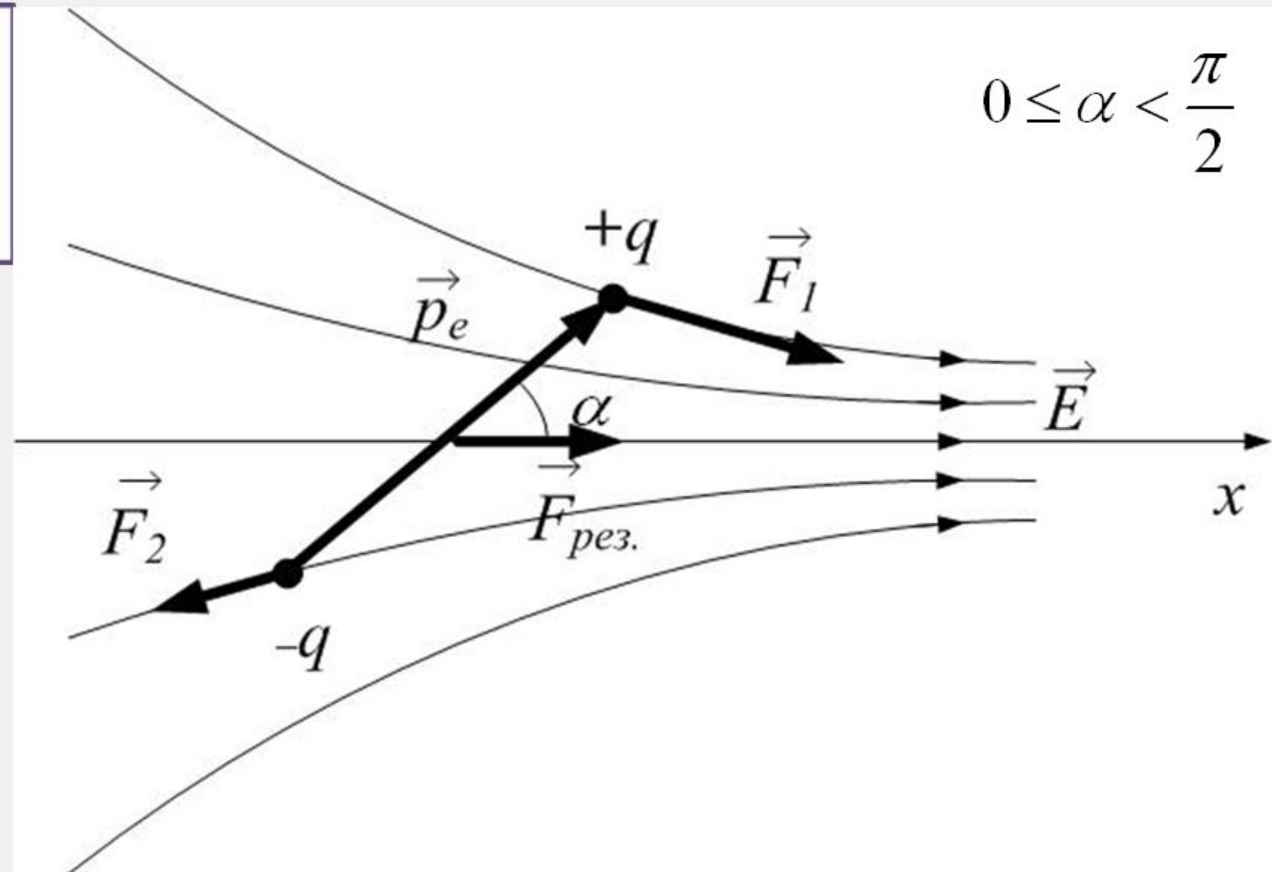
$$W = -\vec{p}_e \vec{E}$$

## Электрический диполь в Неоднородном поле

Силы не равны

$$F_1 > F_2$$

$$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$$

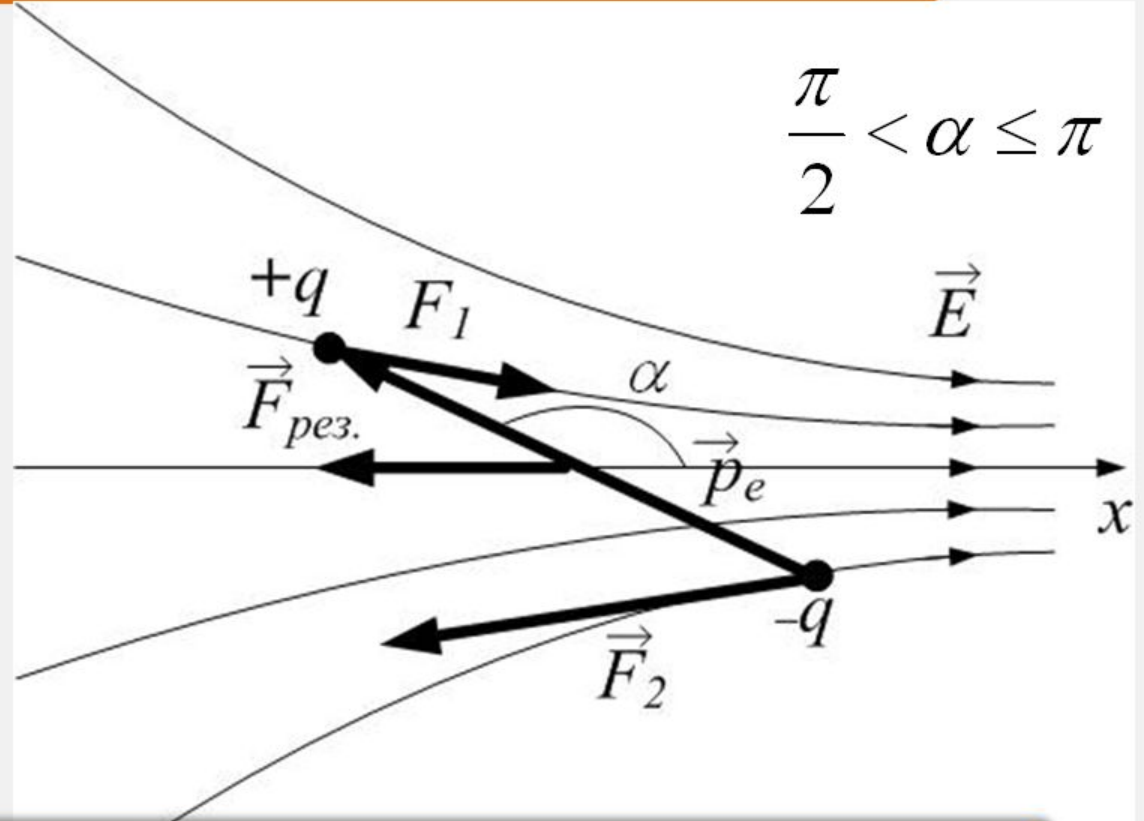


Если угол  $\alpha$  – острый, диполь втягивается в поле

## Электрический диполь в неоднородном поле

Силы не равны

$$F_1 < F_2$$



Если угол  $\alpha$  – тупой, диполь выталкивается из поля

Свободный диполь сначала ориентируется по полю, а затем втягивается в область сильного поля