



# *Лекция 2*

## *Понятие об имитационном моделировании*

## *Примеры имитации:*

- *тестирование автомобилей* на испытательных стендах (имитируется дорожная среда),
- *испытание моделей самолетов* в аэродинамических трубах (имитируются условия полета),
- *тренинг пилотов на тренажерах* (имитация на мониторе возможных полетных ситуаций),
- *имитация работы сложных производственных систем* (предприятие, организация, отрасль промышленности),
- *имитация систем массового обслуживания* (оптимизация работы СМО)

## *Примеры задач, решаемых с помощью ИМ:*

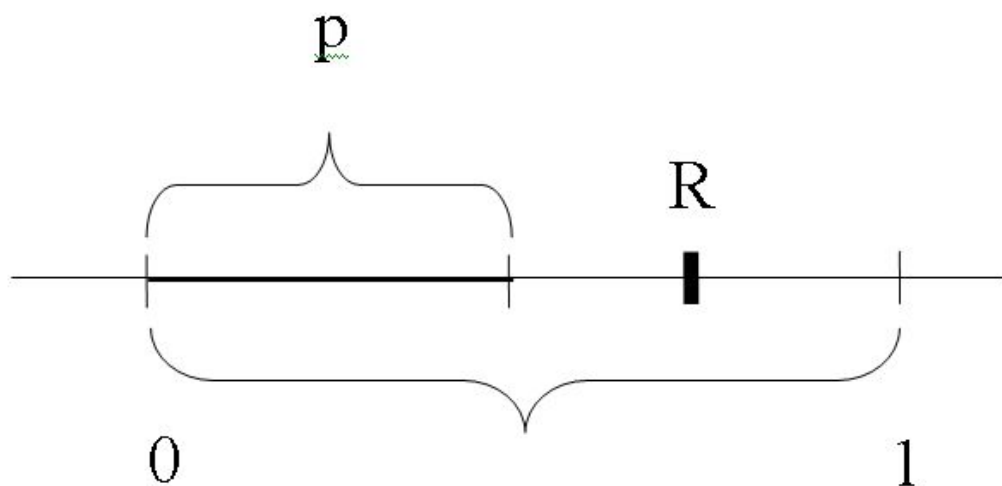
- *Производственно-технические задачи* (системы массового обслуживания, системы связи, управление запасами);
- *Экономические и коммерческие задачи* (оценки поведения потребителя, определение цен, экономическое прогнозирование деятельности фирм);
- *Задачи социальной сферы* (проблемы динамики народонаселения, влияние экологической обстановки на здоровье, прогнозирование группового поведения и др.);
- *Задачи анализа военной стратегии и тактики.*

## ***Преимущества ИМ над аналитическими моделями:***

1. Аналитические модели сложных систем часто нельзя построить из-за плохо учитываемых факторов (в ***финансовых моделях*** - случайный непрогнозируемый спрос, в ***производственных моделях*** – большое число поставщиков материалов и комплектующих и т.п.)
2. Аналитические модели обычно описывают ***стационарное*** решение, однако часто представляет интерес ***нестационарное*** поведение системы;
3. Для ИМ можно использовать широкий круг программного обеспечения – от электронных таблиц типа Excel до программ на специально разработанных языках создания имитационных моделей (GPSS, SIMAN).

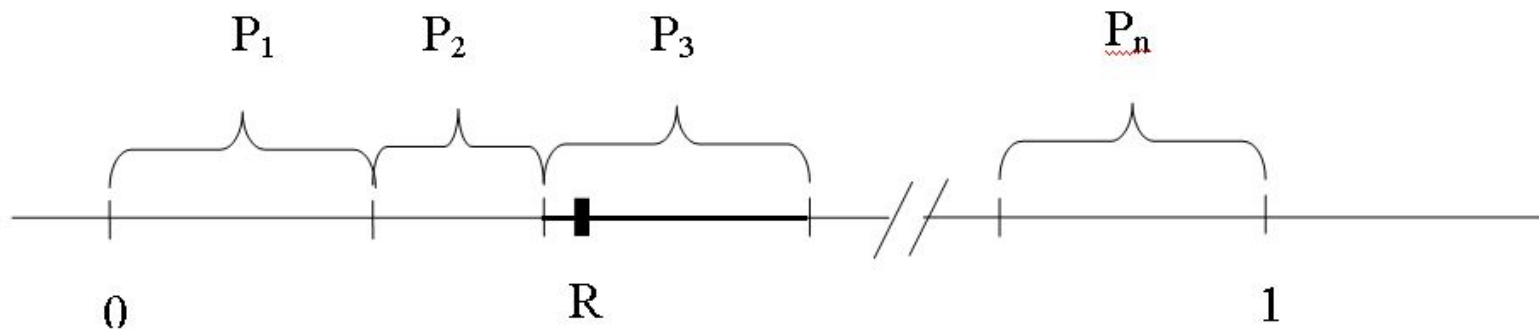
# 1. Произошло ли событие $A$ ?

Пусть событие  $A$  имеет вероятность  $p$ . Изобразим отрезок  $[0,1]$  и соответствующую событию вероятность на графике. Сгенерируем случайное число  $R$ , и если оно окажется *меньше*  $p$ , будем считать, что событие произошло, в *противном случае* – нет (на рисунке изображен как раз такой случай, т.к.  $R > p$ ).



## 2. Какое из нескольких событий произошло?

Пусть события  $A_1, A_2, \dots, A_n$  несовместны и образуют полную группу, тогда сумма их вероятностей равна единице. Разделим отрезок  $[0,1]$  на  $n$  участков длины  $p_1, p_2, \dots, p_n$  и будем считать, что произошло то из событий, на чей участок попало число  $R$  (на рисунке произошло  $A_3$ )



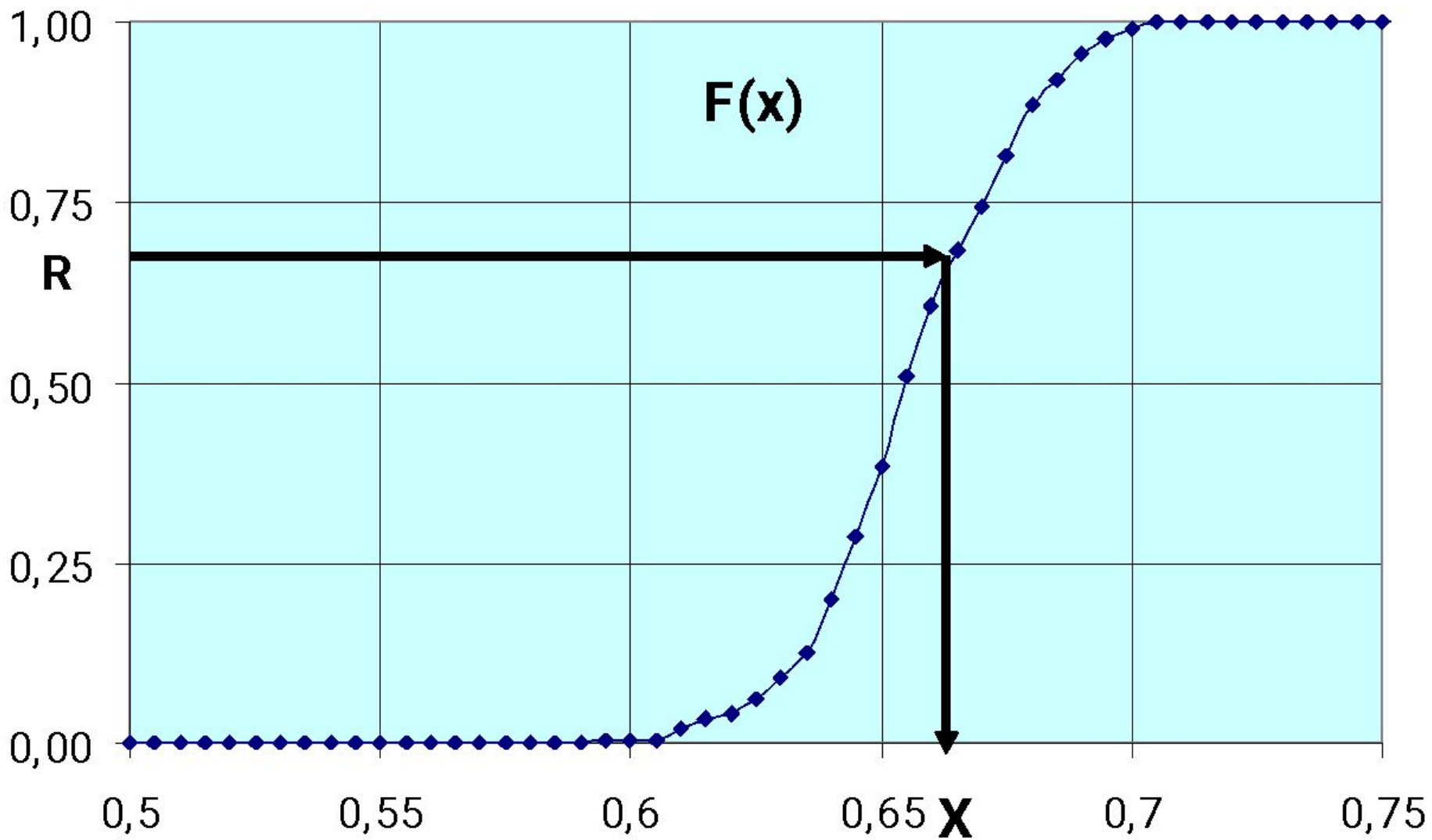
### *3. Какое значение приняла случайная величина $X$ ?*

Если случайная величина  $X$  дискретна, т.е. принимает значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  с вероятностями  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , то этот случай сводится к предыдущему.

Если же случайная величина непрерывна и имеет плотность вероятности  $f(x)$ , то, чтобы разыграть ее значение, достаточно перейти от плотности вероятности к функции распределения  $F(x)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx ,$$

и найти для функции  $F$  обратную к ней функцию. Затем разыгрывается случайное число  $R$  от 0 до 1 и ищется значение  $x$ , которому соответствует значение функции распределения  $F(x) = R$ .



Процедура генерации непрерывных случайных величин



<b>Число продаж</b>	<b>Частота реализации</b>	<b>Вероятность реализации</b>	<b>Значение функции распределения</b>	<b>Интервал случайных чисел</b>
0	10	$10/200 = 0,05$	0,05	От 1 до 5
1	20	$20/200 = 0,1$	0,15	От 6 до 15
2	40	$40/200 = 0,2$	0,35	От 16 до 35
3	60	$60/200 = 0,3$	0,65	От 36 до 65
4	40	$40/200 = 0,2$	0,85	От 66 до 85
5	30	$30/200 = 0,15$	1,00	От 86 до 100
<b><i>ИТОГО</i></b>	<b><i>200</i></b>	<b><i>1,00</i></b>		

Табл. 2.



Номер дня	Случайное число	Имитируемый дневной спрос
1	52	3
2	37	3
3	82	4
4	69	4
5	98	5
6	96	5
7	33	2
8	50	3
9	88	5
10	90	5

## *Результаты имитационных расчетов*

Суммарный спрос за 10 дней составляет 39 автомобилей, средний ежедневный спрос –  $39/10 = 3,9$ .

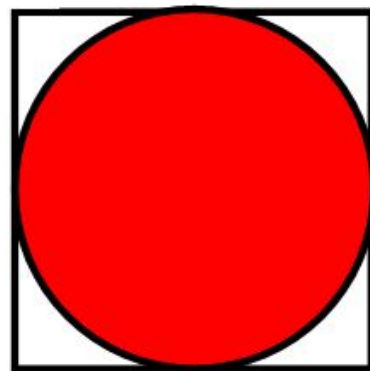
ИМ позволяет оценивать *площади сложных фигур* и – что еще более важно для практических приложений – *многомерные интегралы*. Точность соответствующих расчетов *возрастает* при *увеличении числа генерируемых случайных точек*.

Путем генерации равномерно распределенных случайных чисел можно моделировать поведение систем, параметры которых описываются *другими законами распределения* (например, *нормальным, показательным* и т.д.).

Оценивается площадь круга радиуса 5 см, с центром в точке  $(x_0, y_0) = (1, 2)$ . Заклучим круг в квадрат со стороной, равной диаметру.

$(-4, 7)$

$(6, 7)$

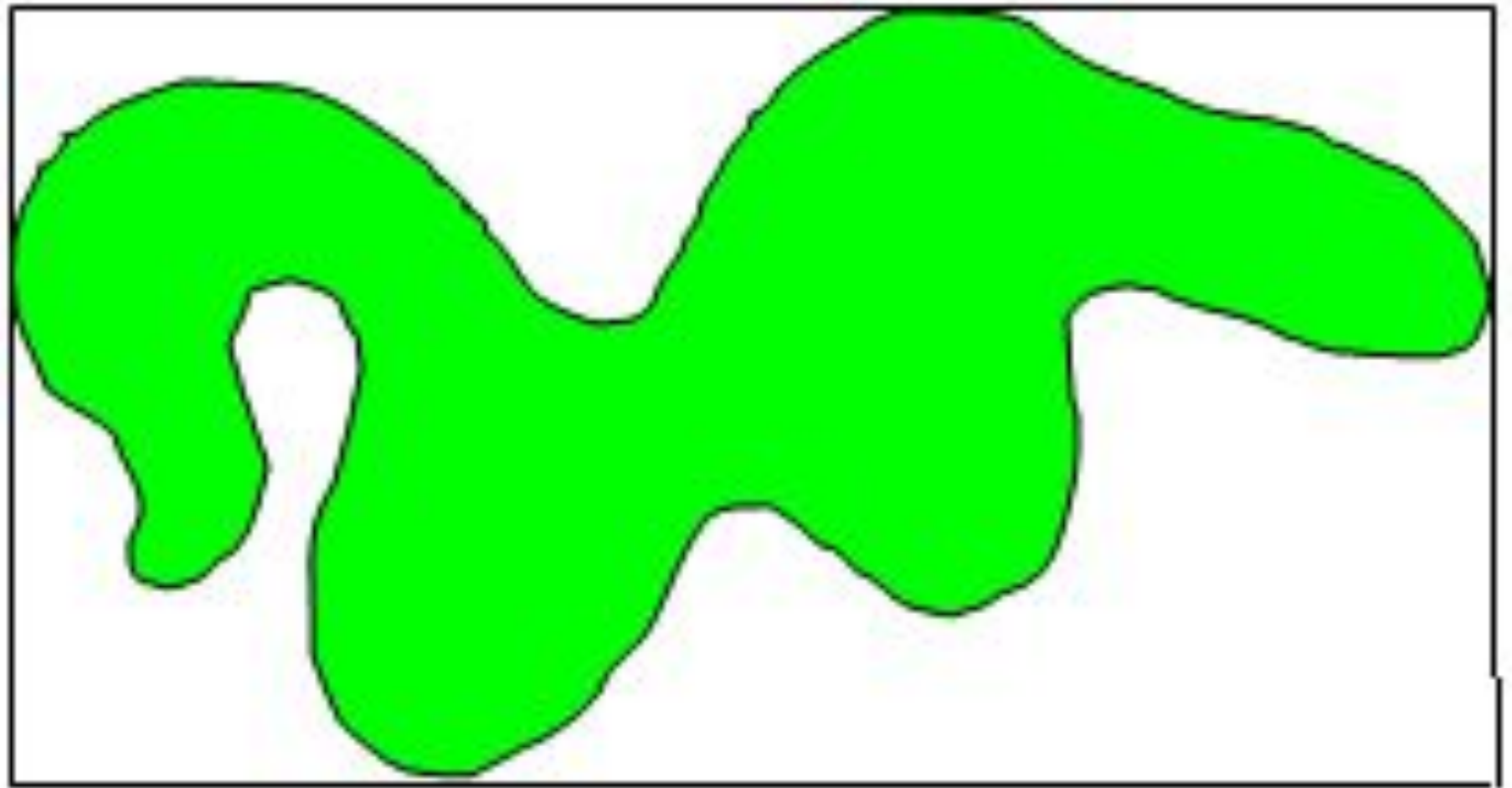


$(-4, -3)$

$(6, -3)$

Если в результате ИМ  $m$  из  $n$  точек попали внутрь круга (или на окружность), то

$$S_{\text{круга}} \approx \frac{m}{n} \cdot S_{\text{квадрата}} = \frac{m}{n} \cdot (10 \times 10) .$$



## *Общий алгоритм ИМ*

Модель описывается функциональным соотношением

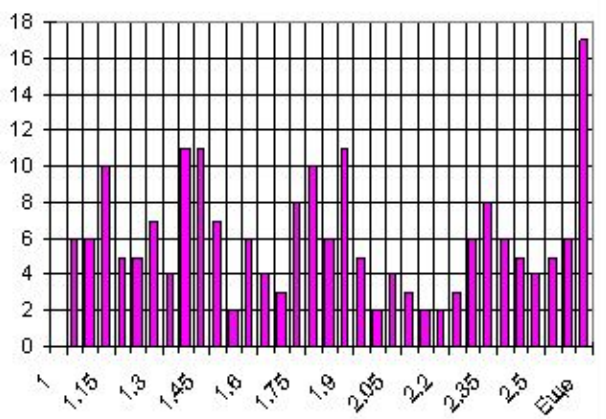
$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m) .$$

Для каждого из входных параметров  $X_1, X_2, \dots, X_m$  генерируется последовательность случайных значений *выходного параметра*  $Y$

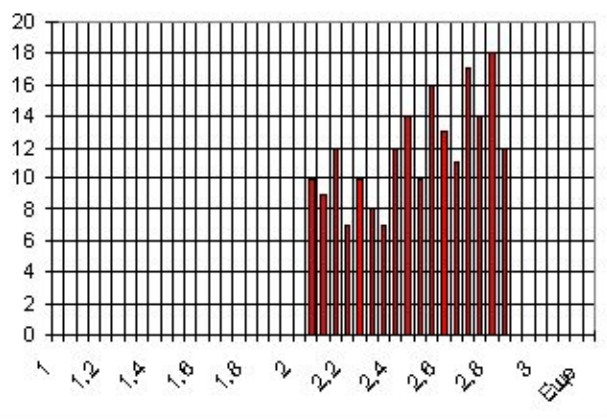
$$Y_j = f(X_{1,j}, X_{2,j}, \dots, X_{m,j}) , \quad j = 1, \dots, N ,$$

которая подвергается в дальнейшем статистическому анализу.

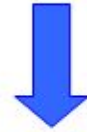
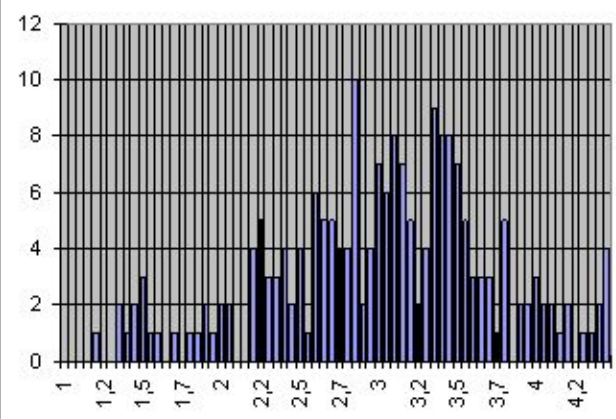
Параметр X1



Параметр X2



Параметр X3



Распределение  $f(X1,X2,X3)$

