Лекция 2

Понятие об имитационном моделировании

Примеры имитации:

- ***тестирование автомобилей*** на испытательных стендах (имитируется дорожная среда),
- ***испытание моделей самолетов*** в аэродинамических трубах (имитируются условия полета),
- ***тренинг пилотов на тренажерах*** (имитация на мониторе возможных полетных ситуаций),
- ***имитация работы сложных производственных систем*** (предприятие, организация, отрасль промышленности),
- ***имитация систем массового обслуживания*** (оптимизация работы СМО)

Примеры задач, решаемых с помощью ИМ:

- ***Производственно-технические задачи*** (системы массового обслуживания, системы связи, управление запасами);
- ***Экономические и коммерческие задачи*** (оценки поведения потребителя, определение цен, экономическое прогнозирование деятельности фирм);
- ***Задачи социальной сферы*** (проблемы динамики народонаселения, влияние экологической обстановки на здоровье, прогнозирование группового поведения и др.);
- ***Задачи анализа военной стратегии и тактики***.

Преимущества ИМ над аналитическими моделями:

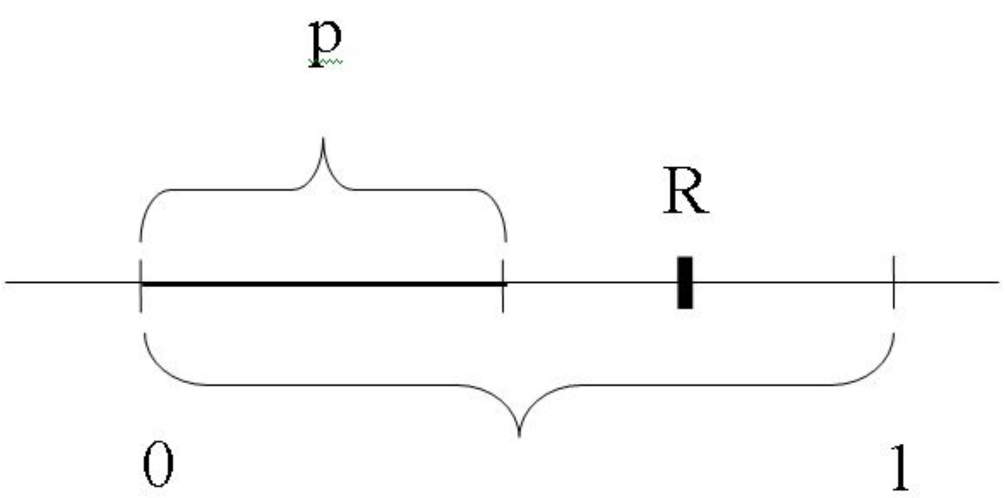
1. Аналитические модели сложных систем часто нельзя построить из-за плохо учитываемых факторов (в ***финансовых моделях*** - случайный непрогнозируемый спрос, в ***производственных моделях*** – большое число поставщиков материалов и комплектующих и т.п.)

2. Аналитические модели обычно описывают ***стационарное*** решение, однако часто представляет интерес ***нестационарное*** поведение системы;

3. Для ИМ можно использовать широкий круг программного обеспечения – от электронных таблиц типа Excel до программ на специально разработанных языках создания имитационных моделей (GPSS, SIMAN).

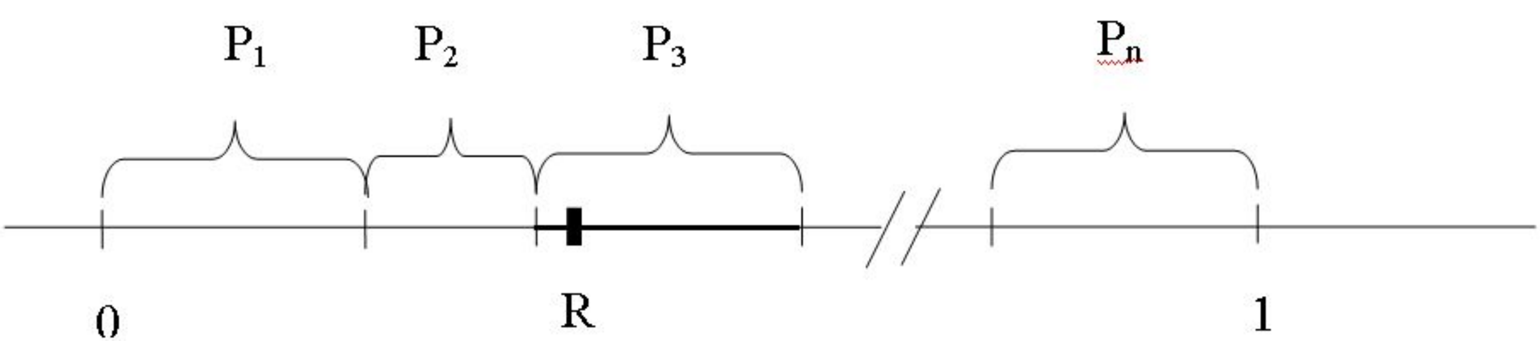
1. Произошло ли событие А?

Пусть событие А имеет вероятность р. Изобразим отрезок [0,1] и соответствующую событию вероятность на графике. Сгенерируем случайное число R, и если оно окажется ***меньше*** р, будем считать, что событие произошло, в ***противном случае*** – нет (на рисунке изображен как раз такой случай, т.к. $R > p$).



2.Какое из нескольких событий произошло?

Пусть события $A_1, A_2, ..., A_n$ несовместны и образуют полную группу, тогда сумма их вероятностей равна единице. Разделим отрезок [0,1] на n участков длины $p_1, p_2, ..., p_n$ и будем считать, что произошло то из событий, на чей участок попало число ***R*** (на рисунке произошло A_3)



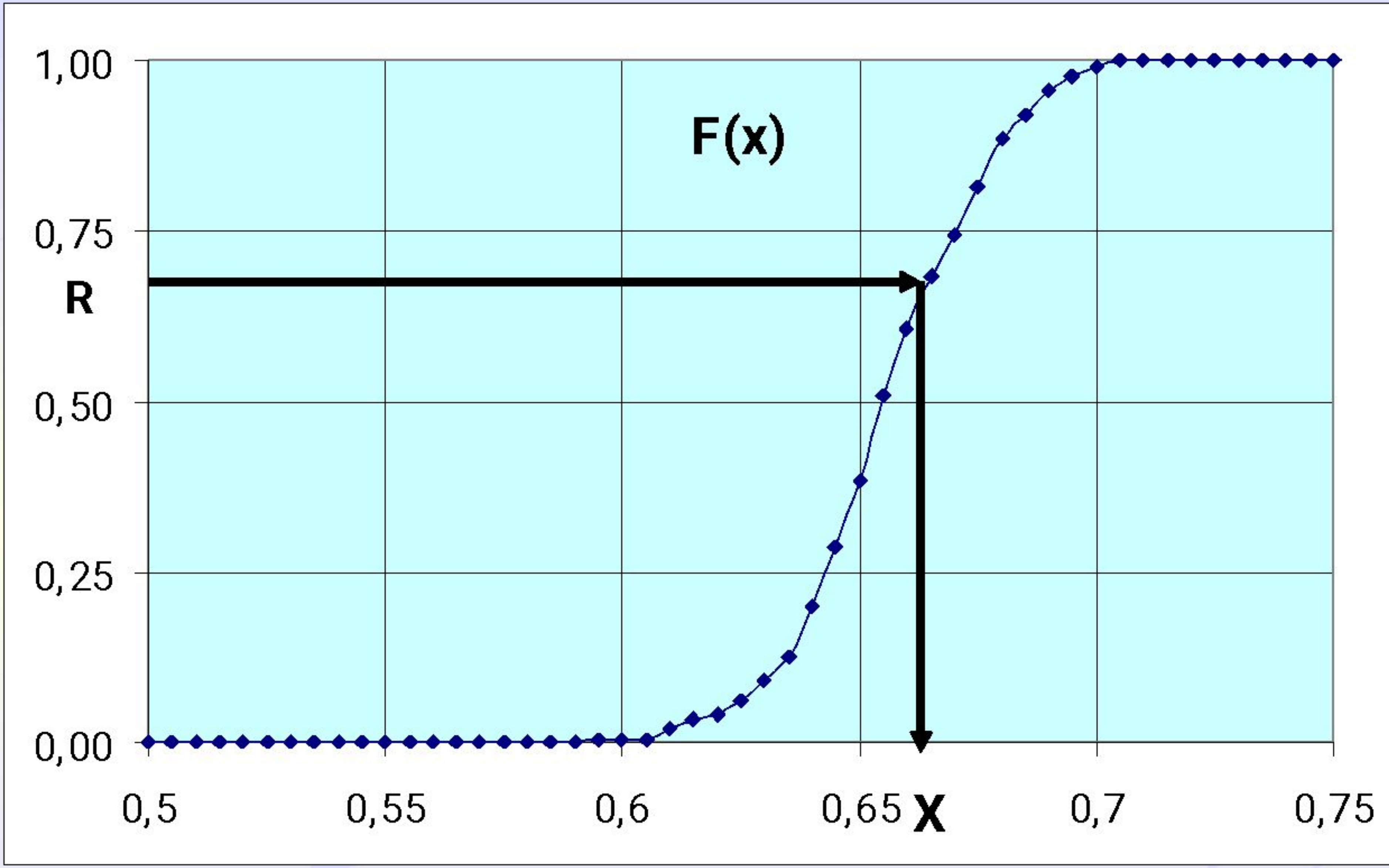
3. Какое значение приняла случайная величина X?

Если случайная величина X дискретна, т.е. принимает значения $x_1, x_2, ..., x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, ..., p_n$, то этот случай сводится к предыдущему.

Если же случайная величина непрерывна и имеет плотность вероятности $f(x)$, то, чтобы разыграть ее значение, достаточно перейти от плотности вероятности к функции распределения $F(x)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \,,$$

и найти для функции $\boldsymbol{F}$ обратную к ней функцию. Затем разыгрывается случайное число $\boldsymbol{R}$ от 0 до 1 и ищется значение x, которому соответствует значение функции распределения $F(x) = R$.



Процедура генерации непрерывных случайных величин

Число продаж	Частота реализа-ции	Вероятность реализации	Значение функции распреде-ления	Интервал случайных чисел
0	10	10/200 = 0,05	0,05	От 1 до 5
1	20	20/200 = 0,1	0,15	От 6 до 15
2	40	40/200 = 0,2	0,35	От 16 до 35
3	60	60/200 = 0,3	0,65	От 36 до 65
4	40	40/200 = 0,2	0,85	От 66 до 85
5	30	30/200 = 0,15	1,00	От 86 до 100
ИТОГО	***200***	***1,00***		

Табл. 2.

Номер дня	Случайное число	Имитируемый дневной спрос
1	52	3
2	37	3
3	82	4
4	69	4
5	98	5
6	96	5
7	33	2
8	50	3
9	88	5
10	90	5

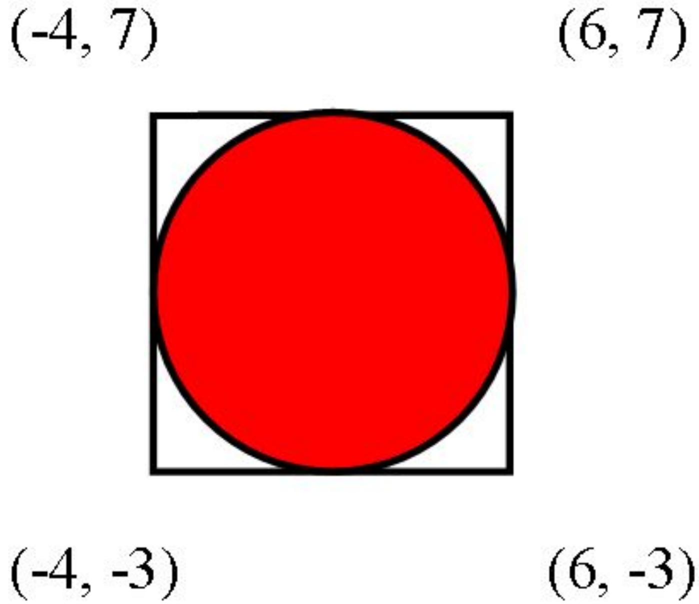
Результаты имитационных расчетов

Суммарный спрос за 10 дней составляет 39 автомобилей, средний ежедневный спрос – 39/10 = 3,9.

ИМ позволяет оценивать ***площади сложных фигур*** и – что еще более важно для практических приложений – ***многомерные интегралы***. Точность соответствующих расчетов ***возрастает*** при ***увеличении числа генерируемых случайных точек***.

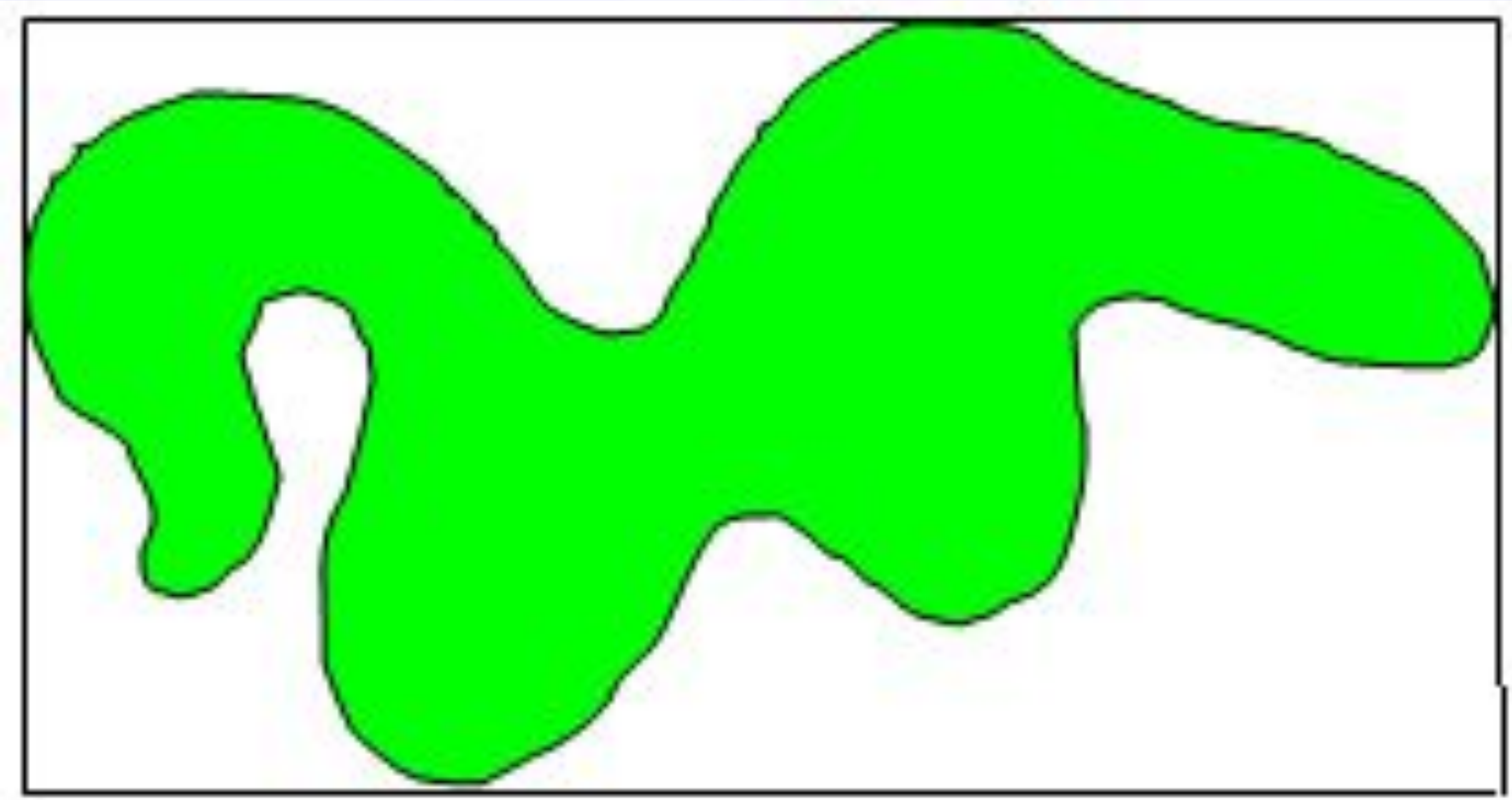
Путем генерации равномерно распределенных случайных чисел можно моделировать поведение систем, параметры которых описываются ***другими законами распределения*** (например, ***нормальным***, ***показательным*** и т.д.).

Оценивается площадь круга радиуса 5 см, с центром в точке $(x_0,y_0) = (1,2)$. Заключим круг в квадрат со стороной, равной диаметру.



Если в результате ИМ m из n точек попали внутрь круга (или на окружность), то

$$S_{круга} \approx \frac{m}{n} \cdot S_{квадрата} = \frac{m}{n} \cdot (10 \times 10) \; .$$



Общий алгоритм ИМ

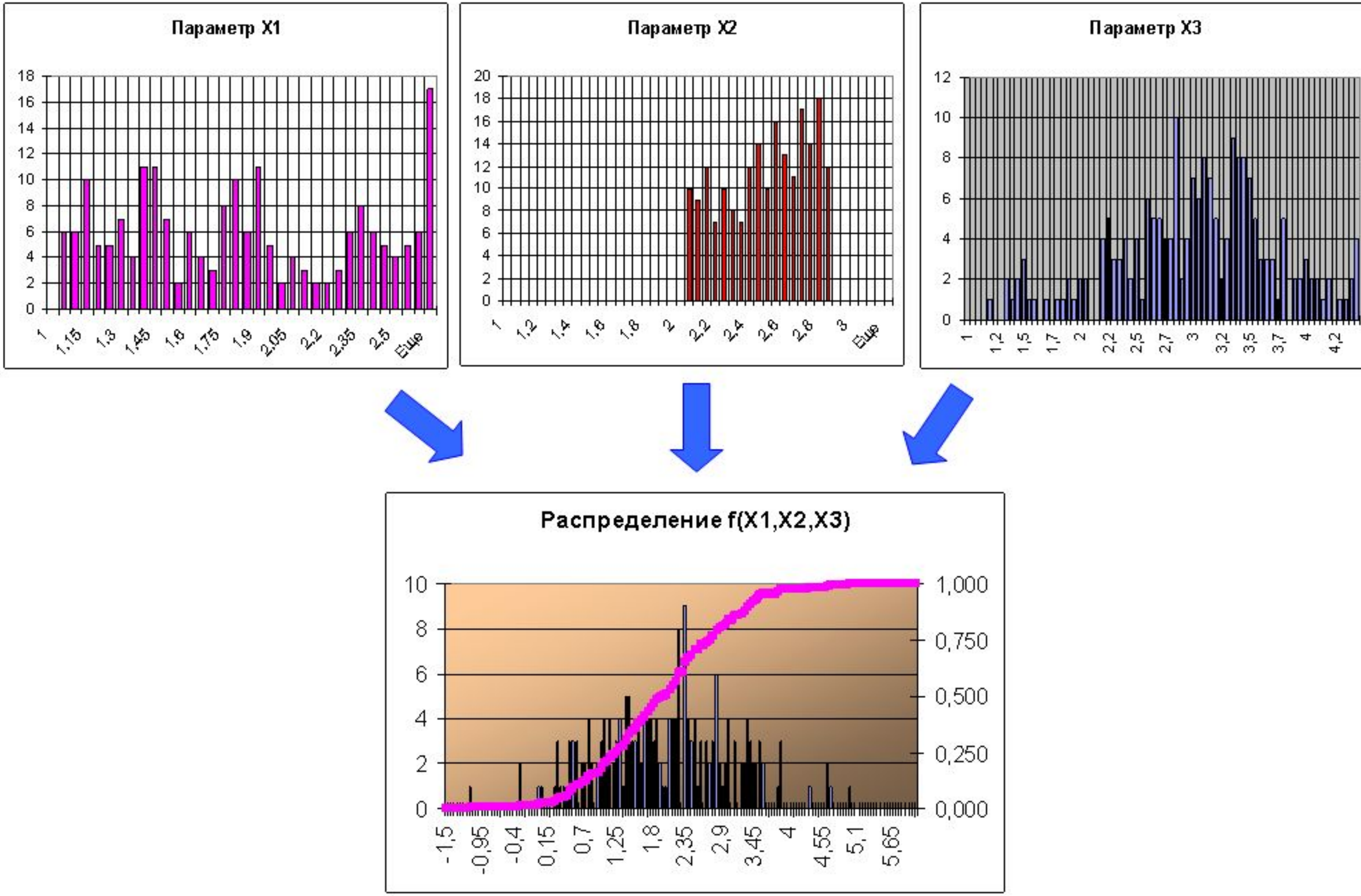
Модель описывается функциональным соотношением

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_m) \ .$$

Для каждого из входных параметров $X_1, X_2, \ldots, X_m$ генерируется последовательность случайных значений ***выходного параметра*** Y

$$Y_j = f(X_{1,j}, X_{2,j}, \ldots, X_{m,j}) \ , \ j = 1, \ldots, N \ ,$$

которая подвергается в дальнейшем статистическому анализу.



Параметр X1
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18
1 1,15 1,3 1,45 1,6 1,75 1,9 2,05 2,2 2,35 2,5 Еще
Параметр X2
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20
1 1,2 1,4 1,6 1,8 2 2,2 2,4 2,6 2,8 3 Еще
Параметр X3
0 2 4 6 8 10 12
1 1,2 1,5 1,7 2 2,2 2,5 2,7 3 3,2 3,5 3,7 4 4,2
Распределение f(X1,X2,X3)
0 2 4 6 8 10
0,000 0,250 0,500 0,750 1,000
-1,5 -0,95 -0,4 0,15 0,7 1,25 1,8 2,35 2,9 3,45 4 4,55 5,1 5,65