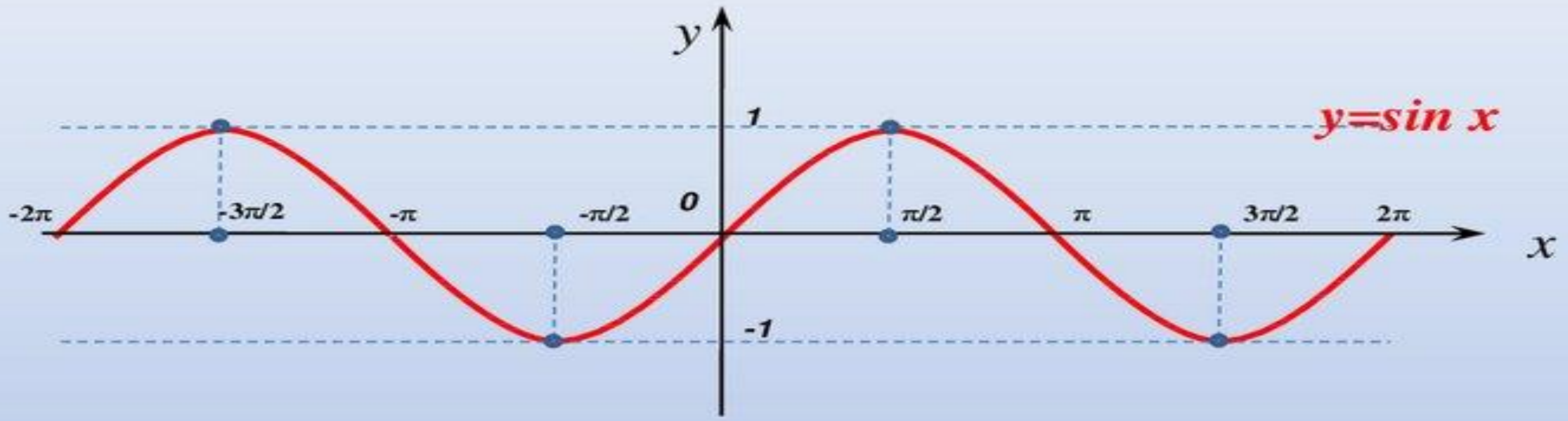
Графики тригонометрических функций.

Преобразование графиков.

Графики тригонометрических функций и их свойства

- Функция $y = \sin x$, ее свойства
- Функция $y = \cos x$
- Преобразование графиков тригонометрических функций путем параллельного переноса
- Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и расширения
- Преобразование графиков тригонометрических функций путем зеркального отражения относительно оси абсцисс
- Построение графика функции гармонических колебаний
- $y=A \sin(\omega x+\varphi_0)$
- Построение графика $y=\sin x$ с помощью числового круга

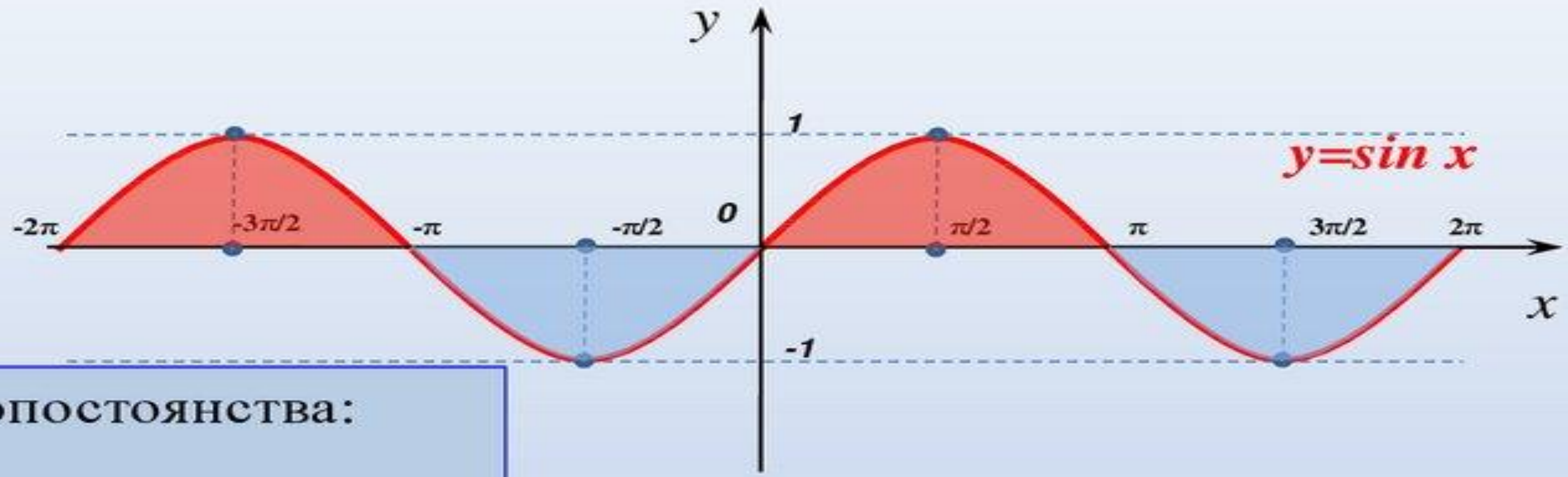
Функция y=sin x и ее свойства



Графиком функции ***y=sin x*** является ***синусоида***

Свойства функции:
1. $D(y) = R$
2. Периодическая ($T=2\pi$)
3. Нечетная ($\sin(-x)=-\sin x$)
4. Нули функции:

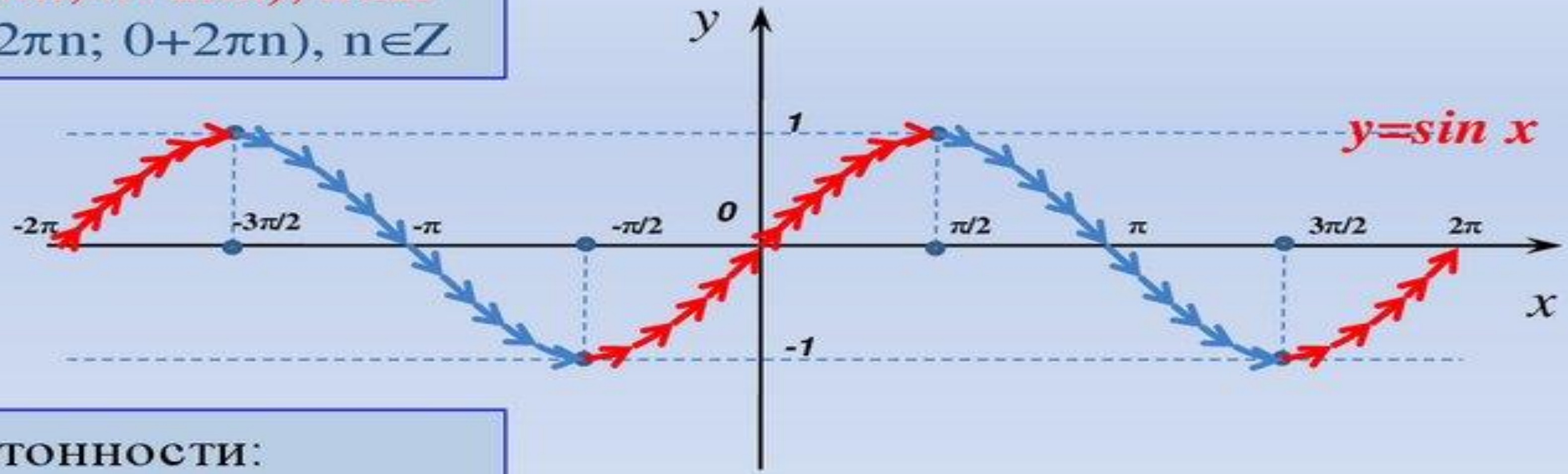
$y=0$, $\sin x=0$ при $x = \pi n$, $n \in Z$



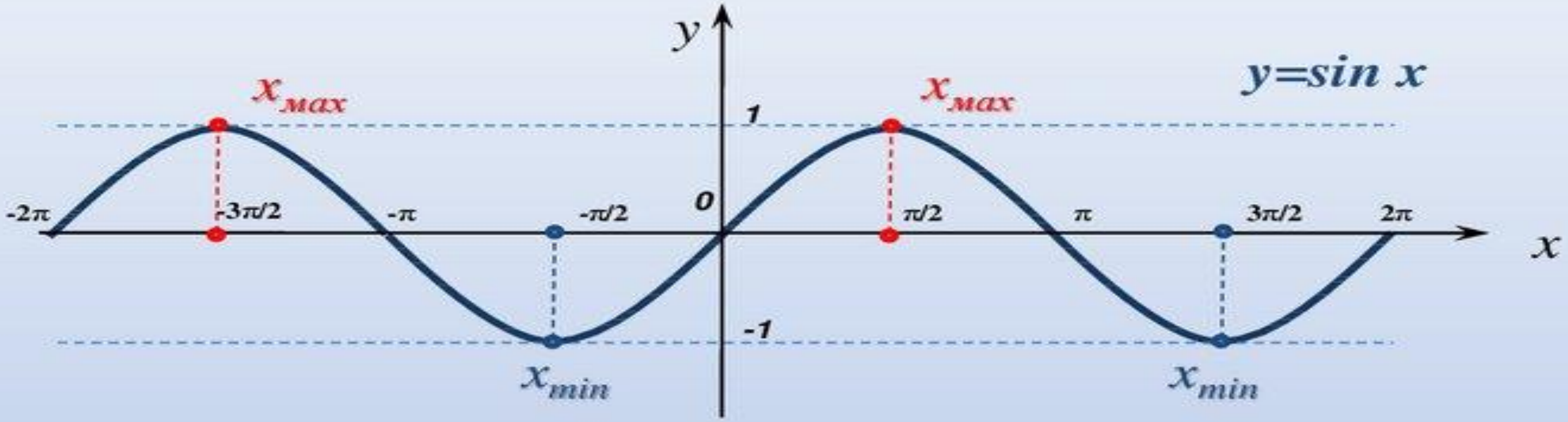
5. Промежутки знакопостоянства:

У>0 при $x \in (0+2\pi n; \pi+2\pi n), n \in Z$

У<0 при $x \in (-\pi+2\pi n; 0+2\pi n), n \in Z$

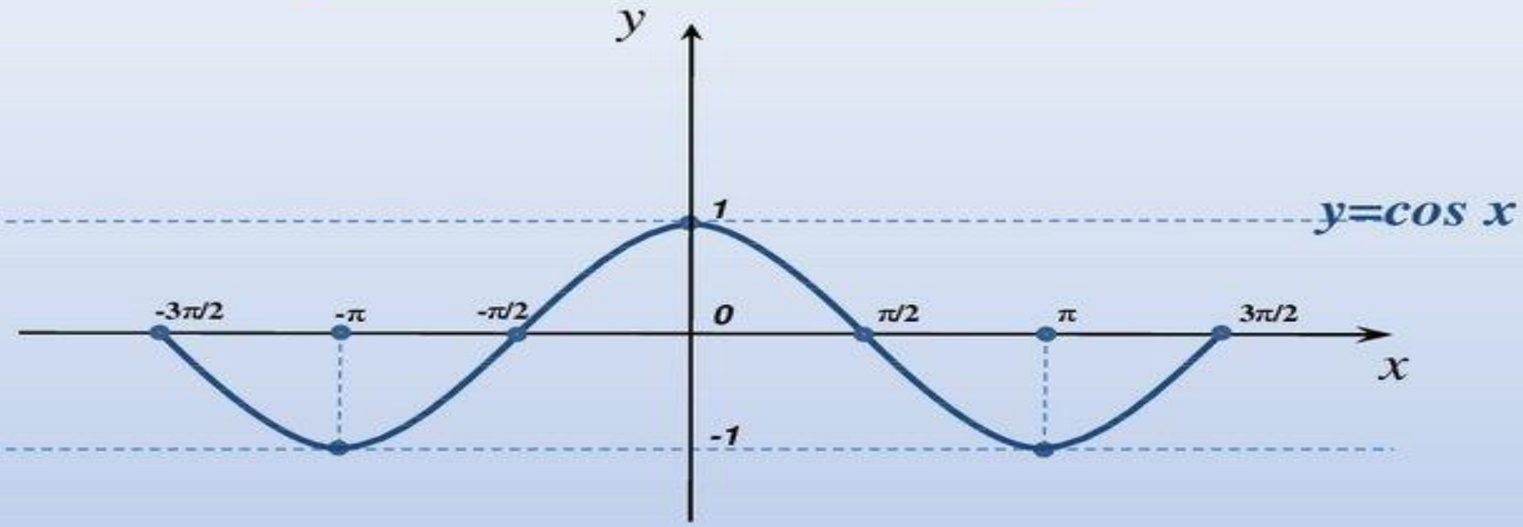


6. Промежутки монотонности:
функция возрастает на промежутках вида: $[-\pi/2+2\pi n; \pi/2+2\pi n], n \in Z$
функция убывает на промежутках вида: $[\pi/2+2\pi n; 3\pi/2+2\pi n], n \in Z$



7. Точки экстремума:
$X_{мах}= \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$
$X_{мin}= -\pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

Функция $y=\cos x$



Графиком функции $y = \cos x$ *является* **косинусоида**

$\sin(x+\pi/2)=\cos x$

Свойства функции *y=cos x*

1. $D(y) = R$
2. Периодическая $T=2\pi$
3. Четная $\cos(-x)=\cos x$
4. Нули функции:

$y=0$, $\cos x=0$ при $x = 1/2\pi n,\ n\in Z$

5. Промежутки знакопостоянства:

У>0 при $x \in (-\pi/2+2\pi n;\ \pi/2+2\pi n),\ n\in Z$

У<0 при $x \in (\pi/2+2\pi n;\ 3\pi/2+2\pi n),\ n\in Z$

6. Промежутки монотонности:

функция возрастает на промежутках вида:

$[\pi+2\pi n;\ 2\pi+2\pi n],\ n\in Z$

функция убывает на промежутках вида:

$[0+2\pi n;\ \pi+2\pi n],\ n\in Z$

7. Точки экстремума:

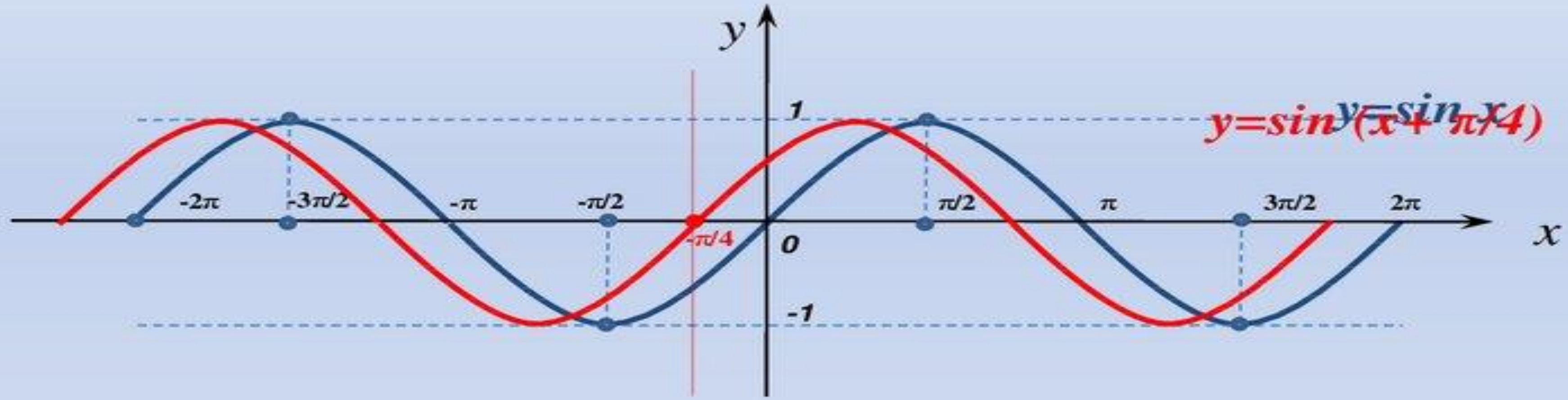
$X_{max}= 0 +2\pi n,\ n\in Z$

$X_{min} = \pi +2\pi n,\ n\in Z$

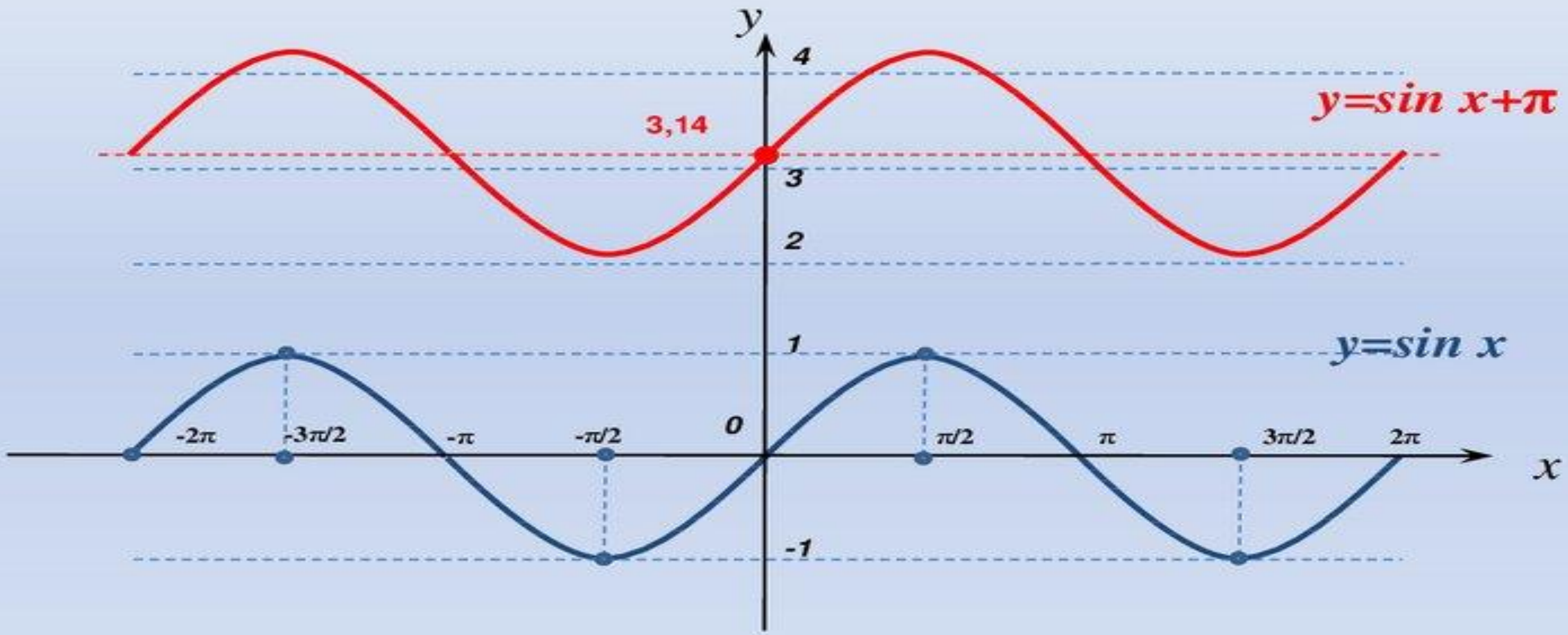
Преобразование графиков тригонометрических функций путем параллельного переноса

- **График функции** $y = f(x+в)$ **получается из графика функции** $y = f(x)$ **параллельным переносом на** $(-в)$ **единиц вдоль оси абсцисс**
- **График функции** $y = f(x)+a$ **получается из графика функции** $y = f(x)$ **параллельным переносом на** (a) **единиц вдоль оси ординат**

Построение графика функции $y=\sin(x+\pi/4)$ путем перемещения графика $y=\sin(x)$ влево по оси абсцисс на расстояние $\pi/4$



Построение графика функции $y=\sin x+\pi$ путем параллельного переноса графика $y=\sin(x)$ на расстояние π единиц вдоль оси ординат



Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и растяжения

- График функции $y = k\,f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его растяжения в k раз (при $k>1$) вдоль оси ординат
- График функции $y = k\,f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его сжатия в k раз (при $0<k<1$) вдоль оси ординат

График функции $y = 3\sin x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его растяжения в 3 раза вдоль оси ординат

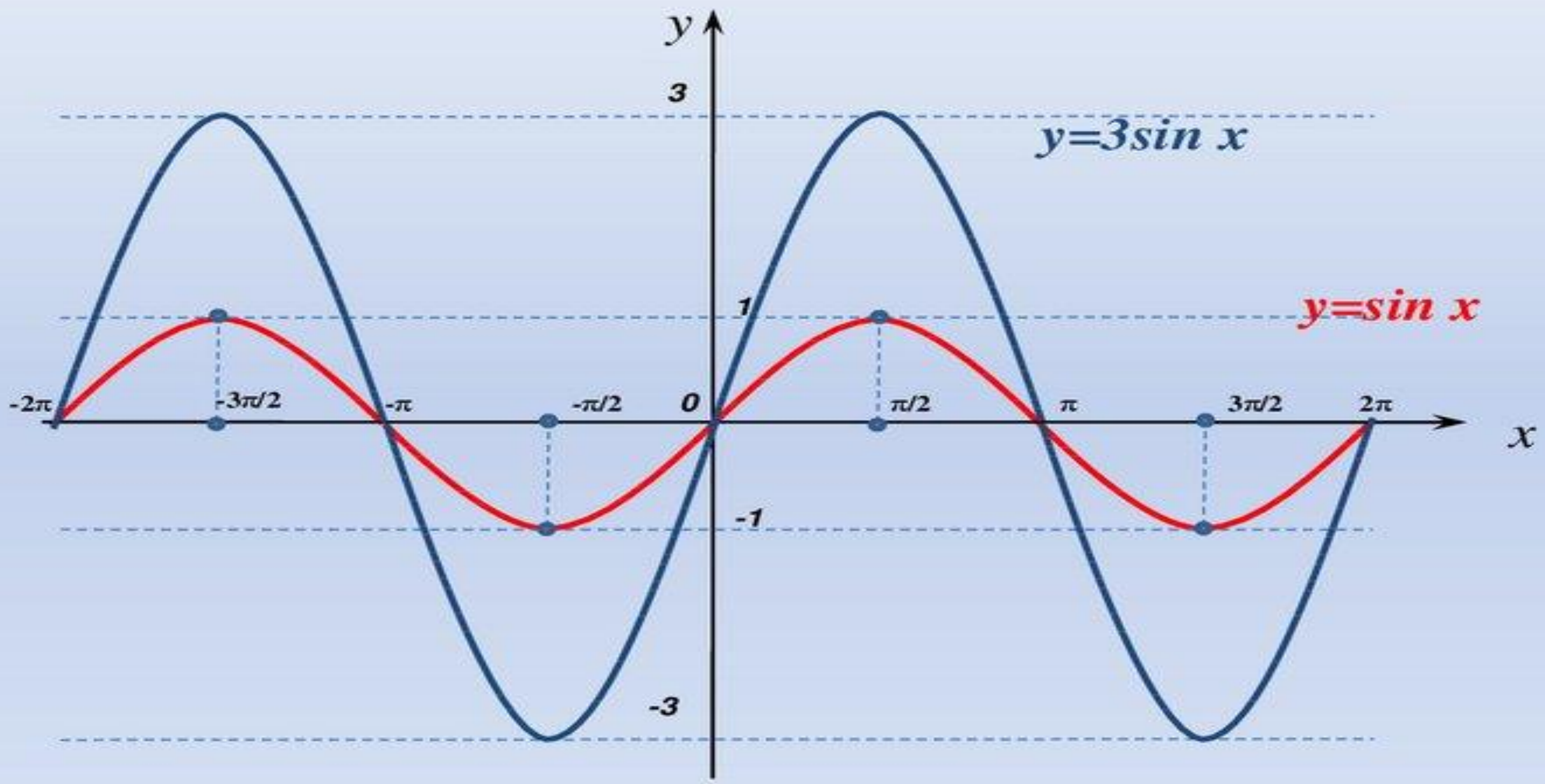
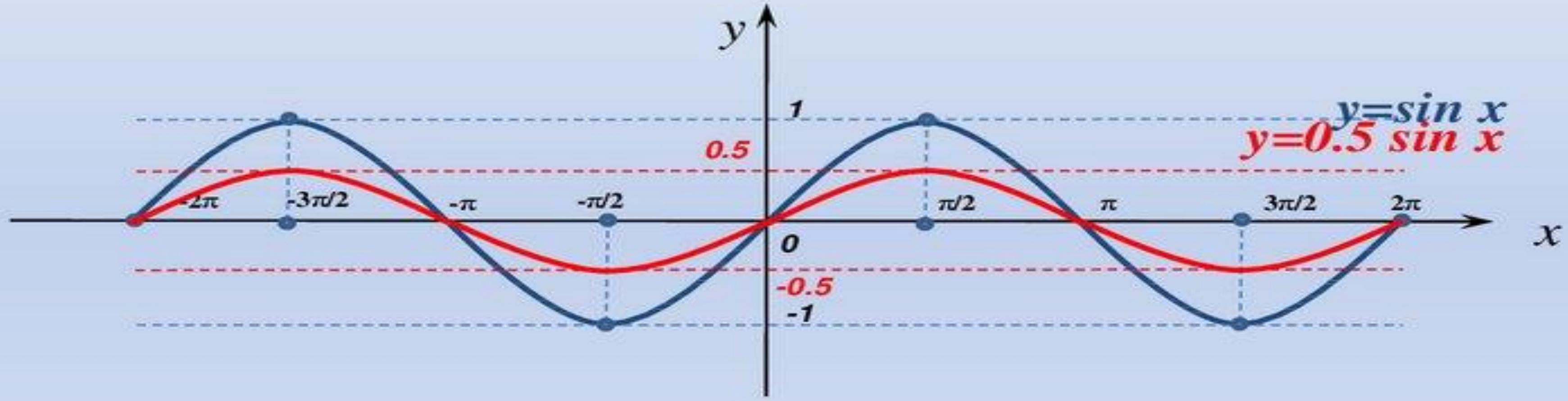


График функции *y =0.5 sin x* получается из графика функции *y = sin x* путем его сжатия в 2 раза вдоль оси ординат

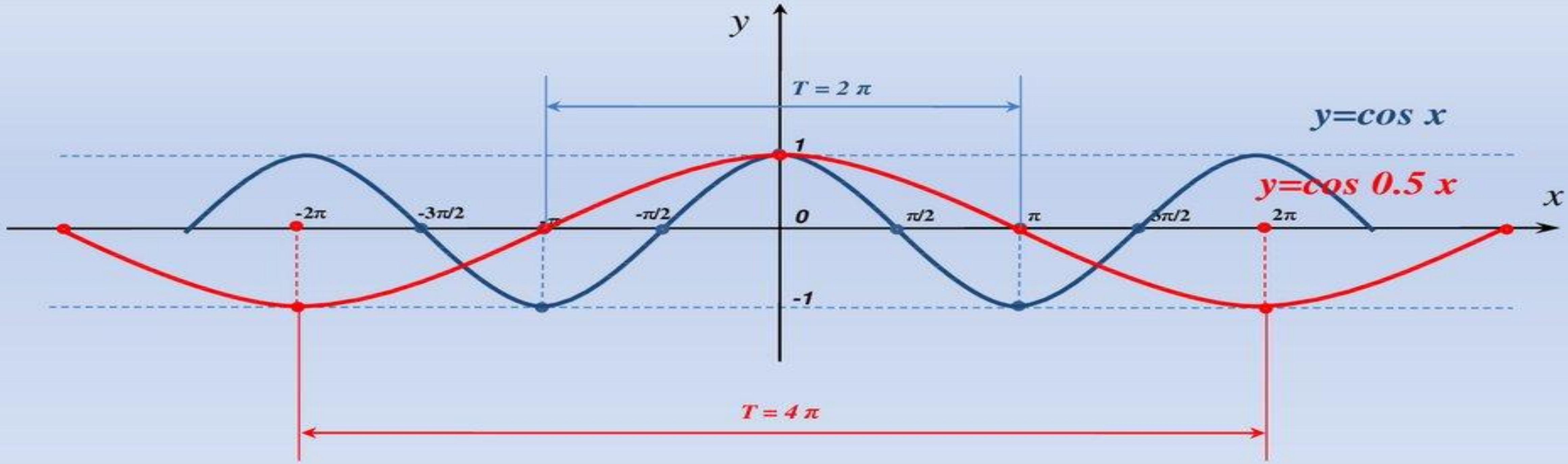


Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и растяжения

График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его сжатия в k раз (при $k>1$) вдоль оси абсцисс

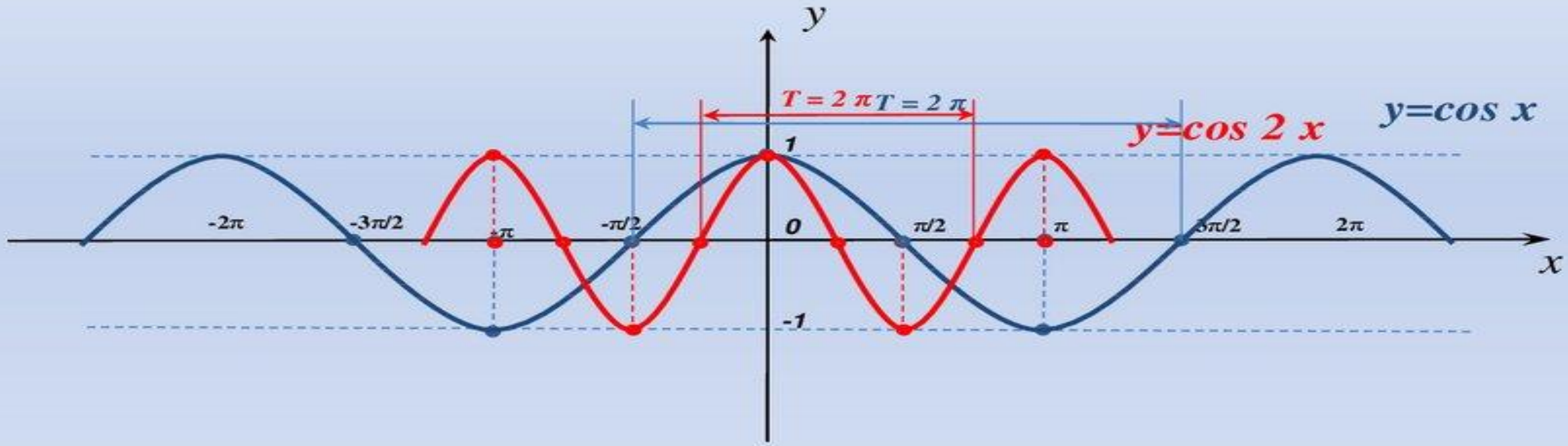
График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его растяжения в k раз (при $0<k<1$) вдоль оси абсцисс

График функции ***y = cos (0.5x)*** получается из графика функции ***y = cos x*** путем его растяжения в 2 раза (0<k<1) вдоль оси абсцисс



Видно, что период (Т) функции увеличился в 2 раза, т.к. Т = 2 π/ω, где ω – коэффициент при переменной х (частота колебаний)

График функции ***y = cos 2x*** получается из графика функции ***y = cos x*** путем его сжатия в 2 раза (k>1) вдоль оси абсцисс



Видно, что период (T) функции уменьшился в 2 раза, т.к. T = 2 π/ω, где ω – коэффициент при переменной x (частота колебаний)

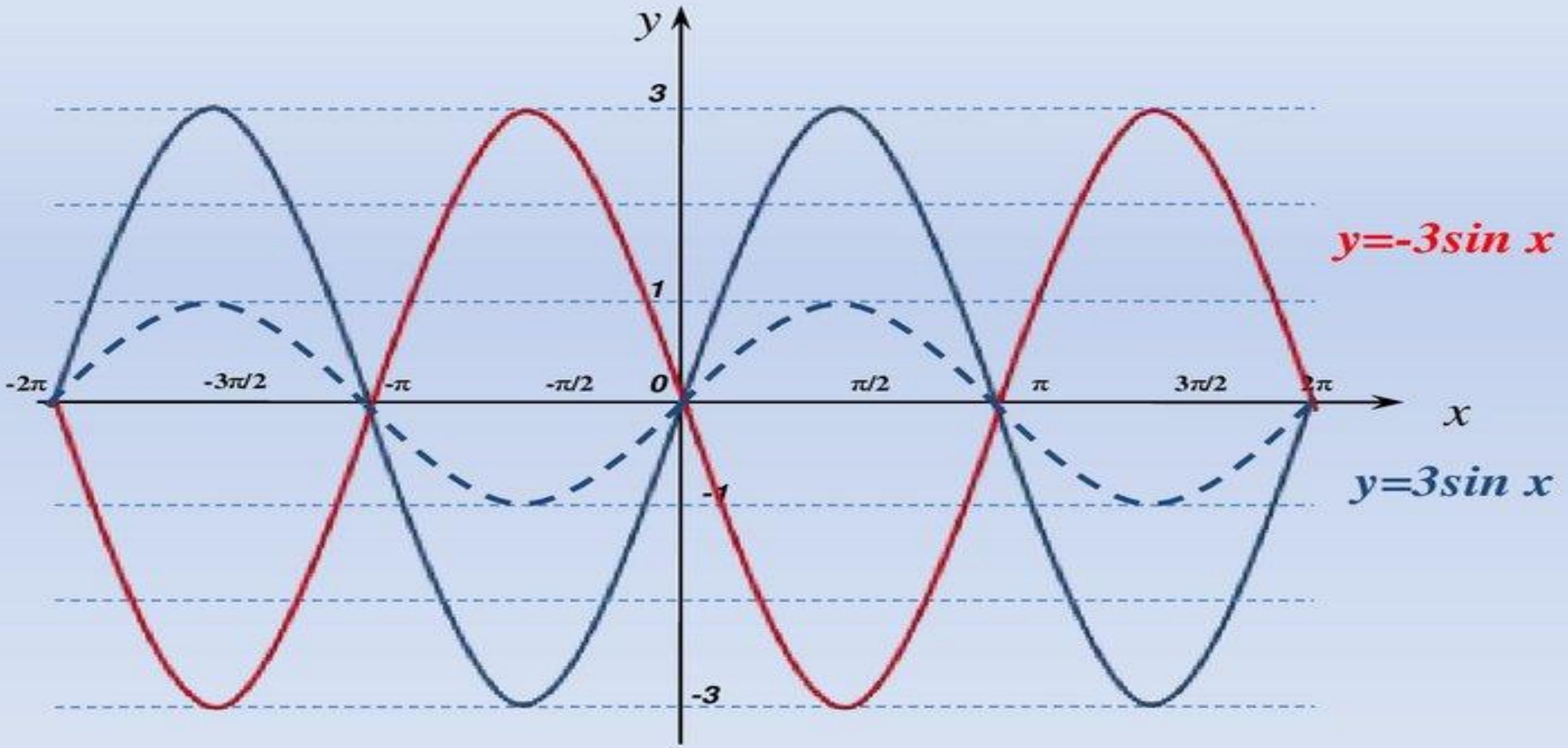
Преобразование графиков тригонометрических функций путем зеркального отражения относительно оси абсцисс

Графики функций $y = -f(kx)$ и $y=-k f(x)$ получаются из графиков функций $y = f(kx)$ и $y= k f(x)$ соответственно путем их зеркального отображения относительно оси абсцисс

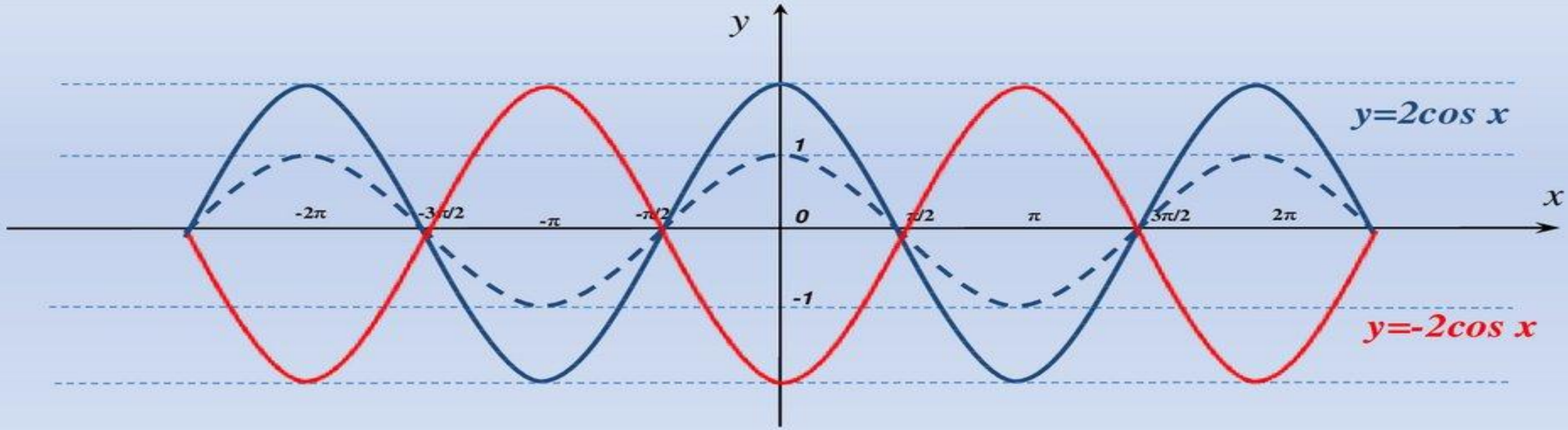
синус – функция нечетная, поэтому $\sin(-kx) = -\sin(kx)$

косинус –функция четная, значит $\cos(-kx) = \cos(kx)$

Графики функций ***y = -3sin x*** получается из графика функции ***y = 3sin x*** путем ее зеркального отображения относительно оси абсцисс



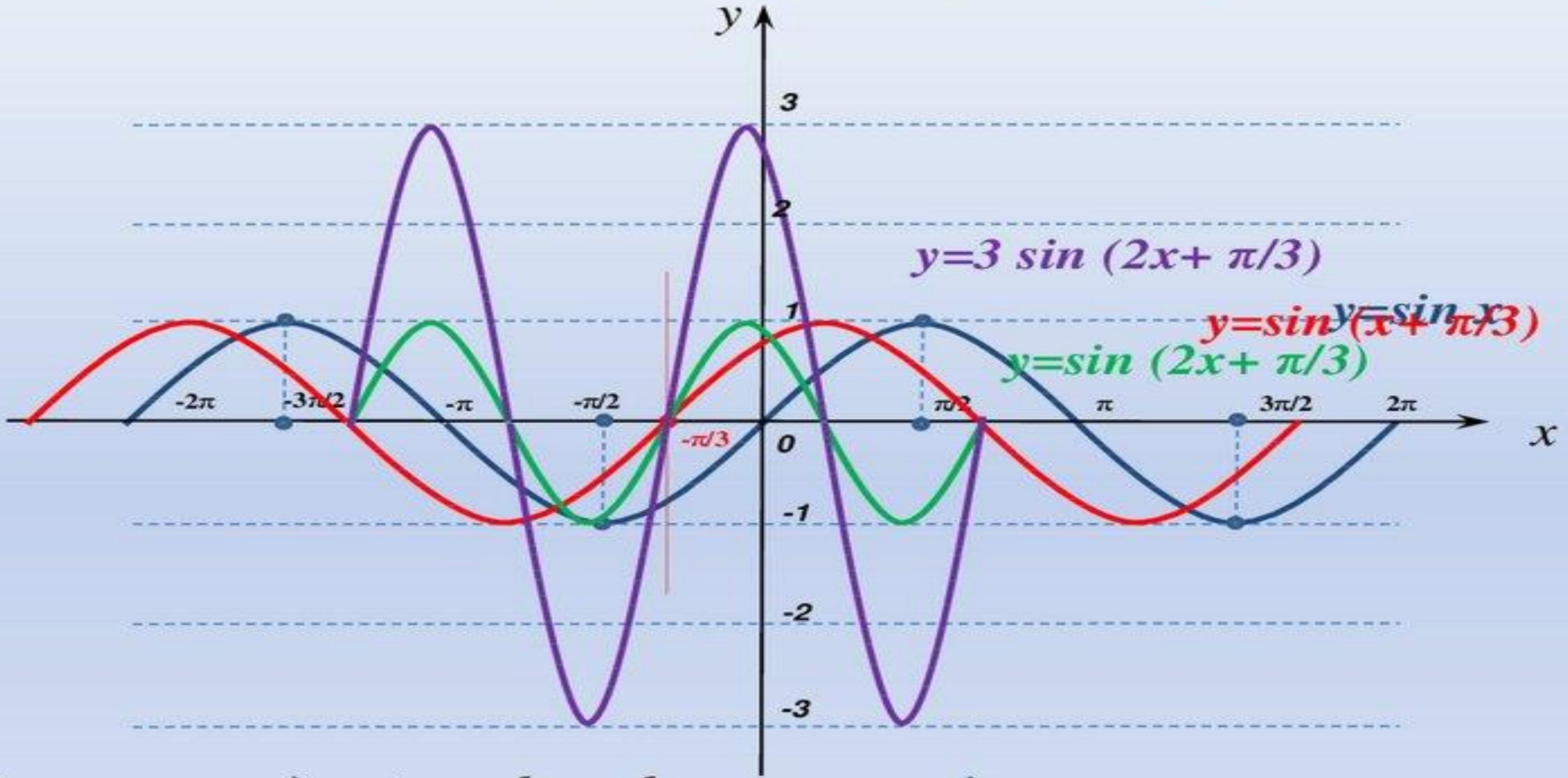
Графики функций ***y = -2cos x*** получается из графика функции ***y = 2cos x*** путем ее зеркального отображения относительно оси абсцисс



Построение графика функции гармонических колебаний
$y=A\sin(\omega x+\varphi 0)$

Для примера строим график функции ***$y=3\sin(2x+\pi/3)$.***
Здесь амплитуда колебаний А равняется 3 единицам,
круговая частота колебаний ω равна 2,
а начальная фаза колебаний φ_0 равна π/3, т.е.:
$A=3$, $\omega=2$ и $\varphi_0=\pi/3$. Период колебаний $T=2\pi/\omega$.

Последовательность построения графика функции **$y=3\sin(2x+\pi/3)$**

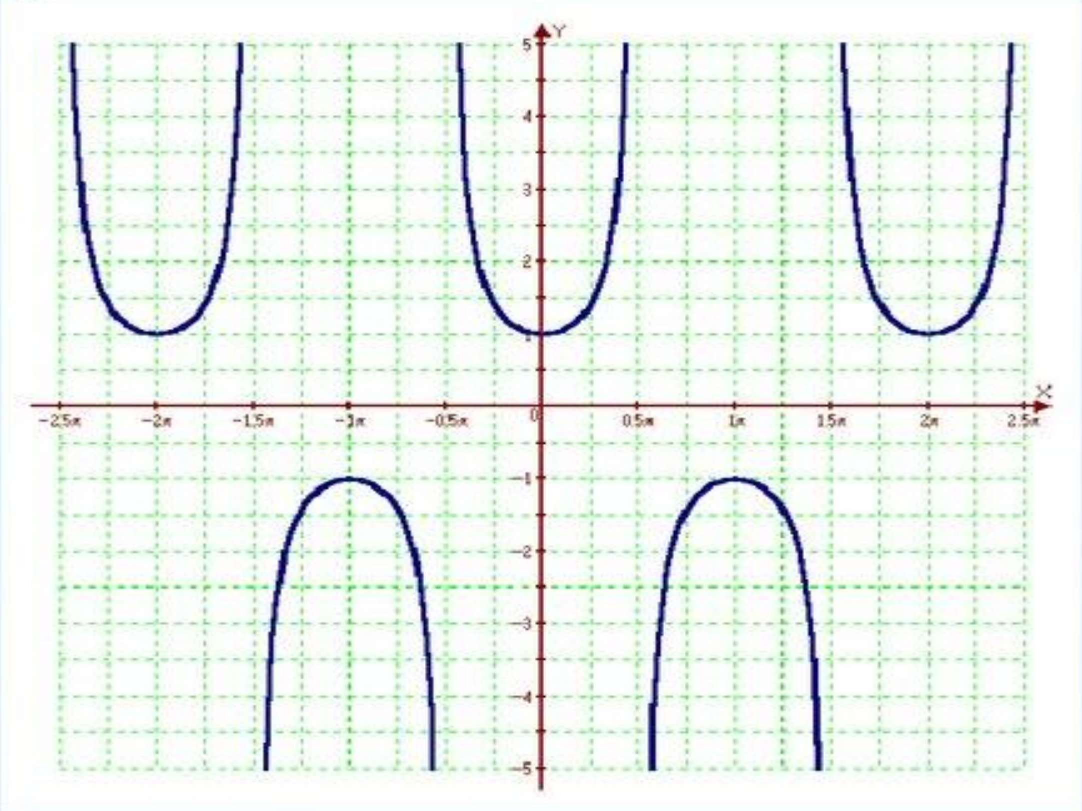


- *Строим исходный график функции* **$y=\sin x$**
- *Используя параллельный перенос сдвигаем график функции* **$y=\sin x$** *влево по оси абсцисс на расстояние $\pi/3$*
- *Сжимаем график функции* **$y=\sin(x+\pi/3)$** *в 2 раза по оси абсцисс*
- *Растягиваем график функции* **$y=\sin(2x+\pi/3)$** *в 3 раза по оси ординат*

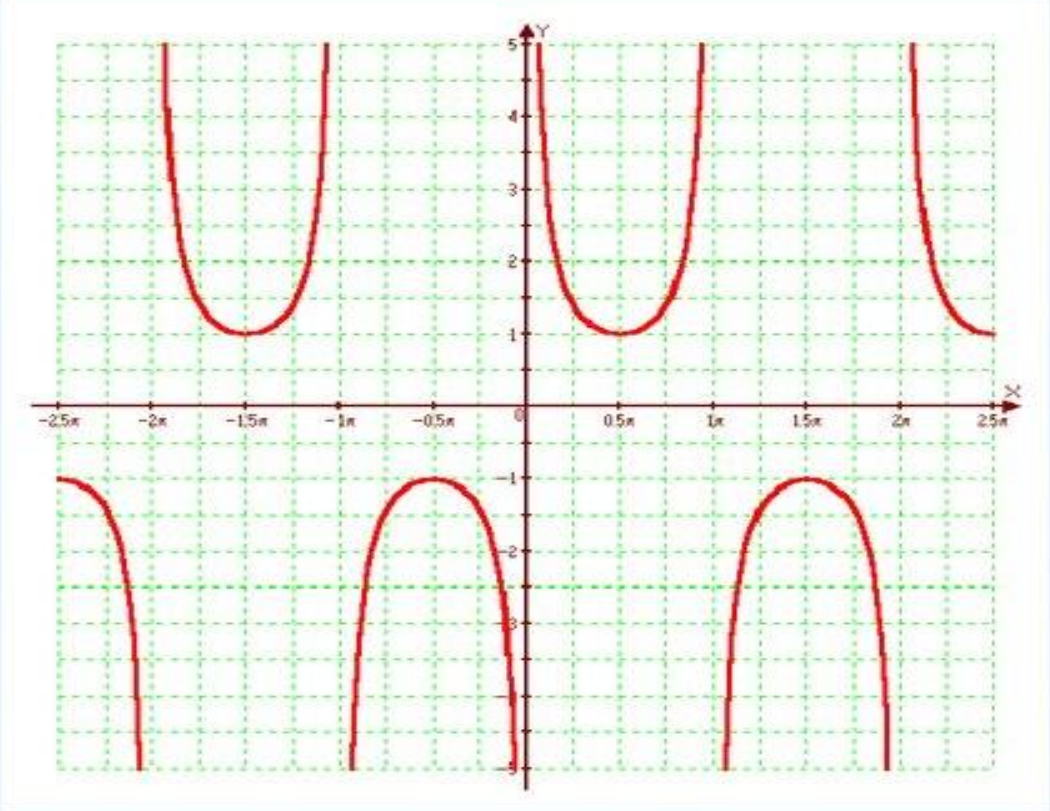
Построение графика $y=\sin x$ с помощью числового круга

Для любознательных…

Посмотрите как выглядят графики некоторых других триг. функций:



y = 1 / cos x или y=sec x
(читается секонс)



y = cosec x или y= 1/ sin x
читается косеконс

***Д/З:* построить график функции тангенса и котангенса. Описать свойства.**