

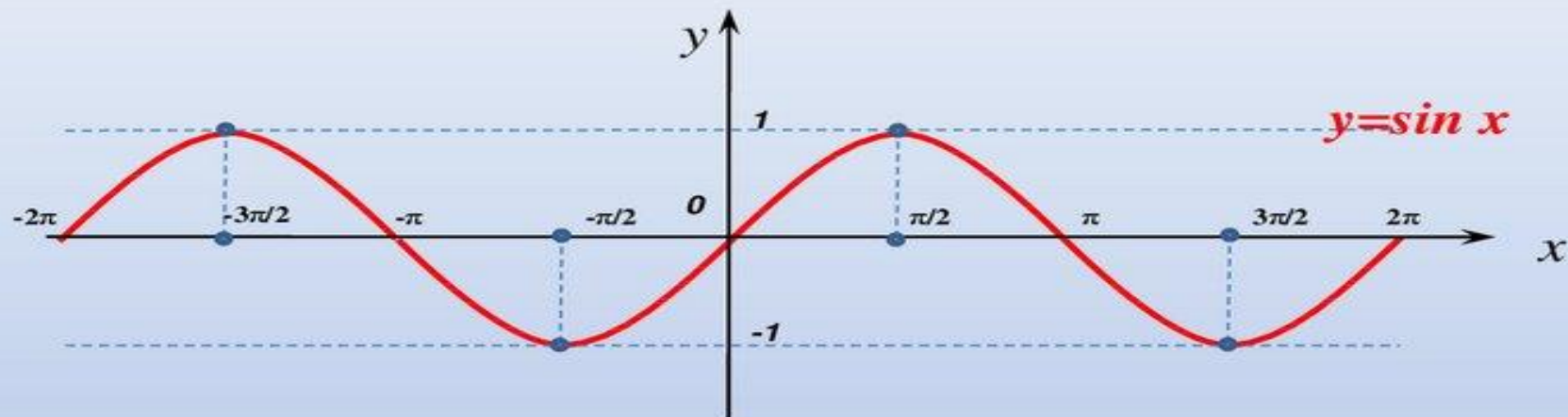
***Графики
тригонометрических
функций.***

Преобразование графиков.

Графики тригонометрических функций и их свойства

- ☞ Функция $y = \sin x$, ее свойства
- ☞ Функция $y = \cos x$
- ☞ Преобразование графиков тригонометрических функций путем параллельного переноса
- ☞ Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и расширения
- ☞ Преобразование графиков тригонометрических функций путем зеркального отражения относительно оси абсцисс
- ☞ Построение графика функции гармонических колебаний
- ☞ $y = A \sin(\omega x + \varphi_0)$
- ☞ Построение графика $y = \sin x$ с помощью числового круга

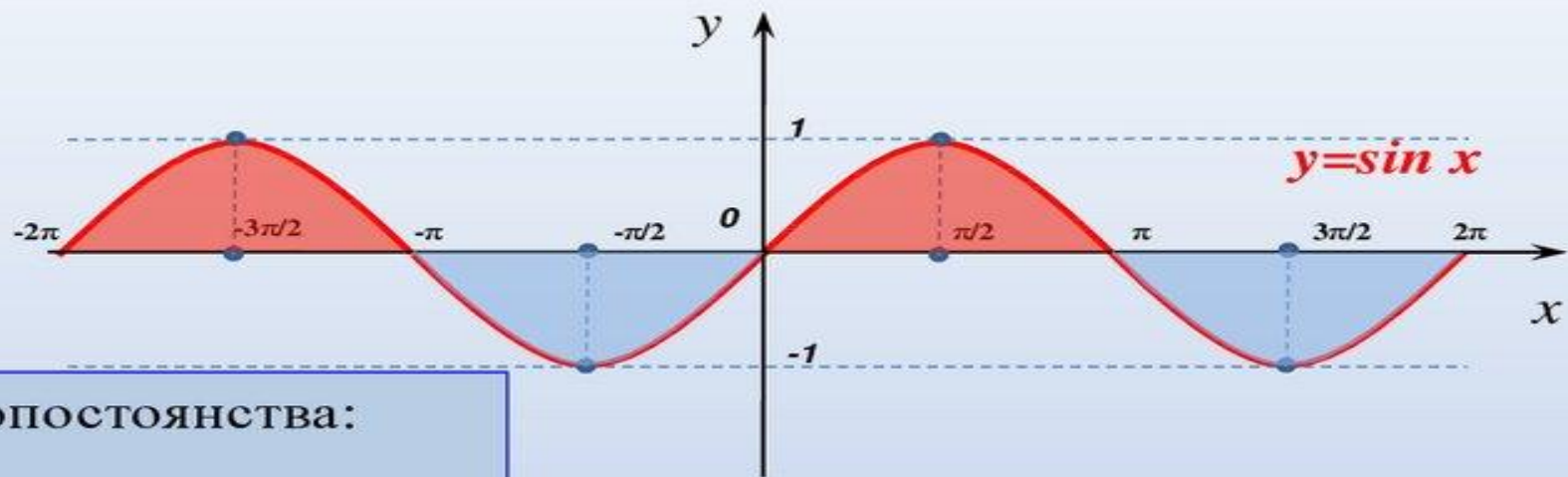
Функция $y=\sin x$ и ее свойства



Графиком функции $y = \sin x$ является синусоида

Свойства функции:

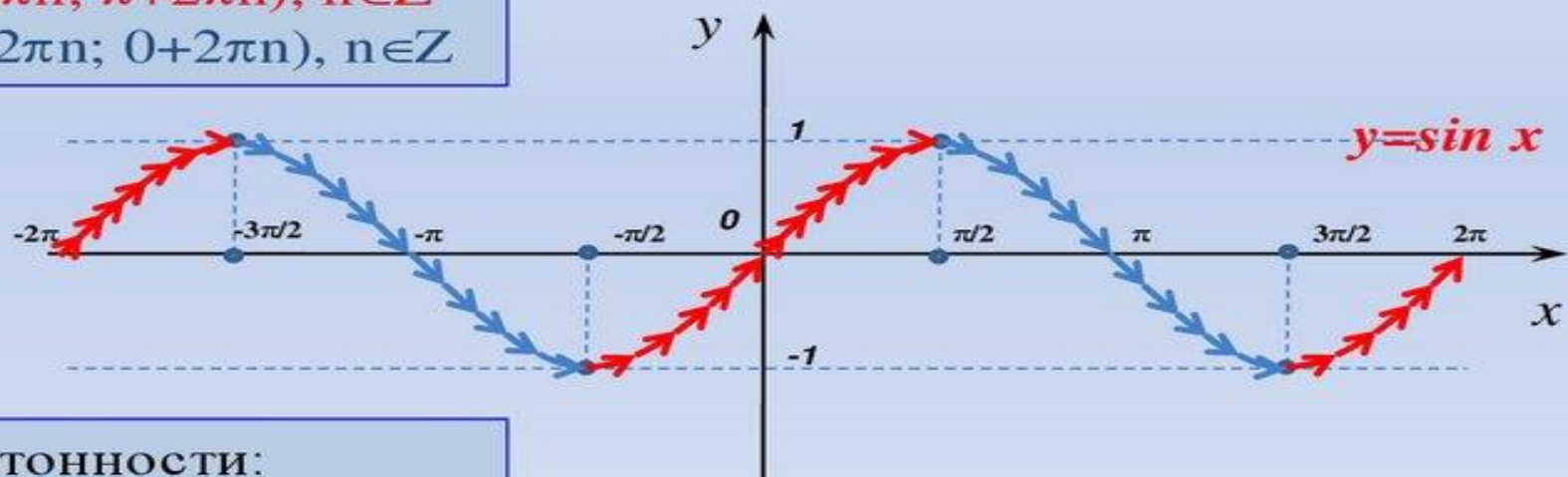
1. $D(y) = \mathbb{R}$
2. Периодическая ($T=2\pi$)
3. Нечетная ($\sin(-x) = -\sin x$)
4. Нули функции:
 $y=0, \sin x=0$ при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$



5. Промежутки знакопостоянства:

$y > 0$ при $x \in (0 + 2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

$y < 0$ при $x \in (-\pi + 2\pi n; 0 + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$



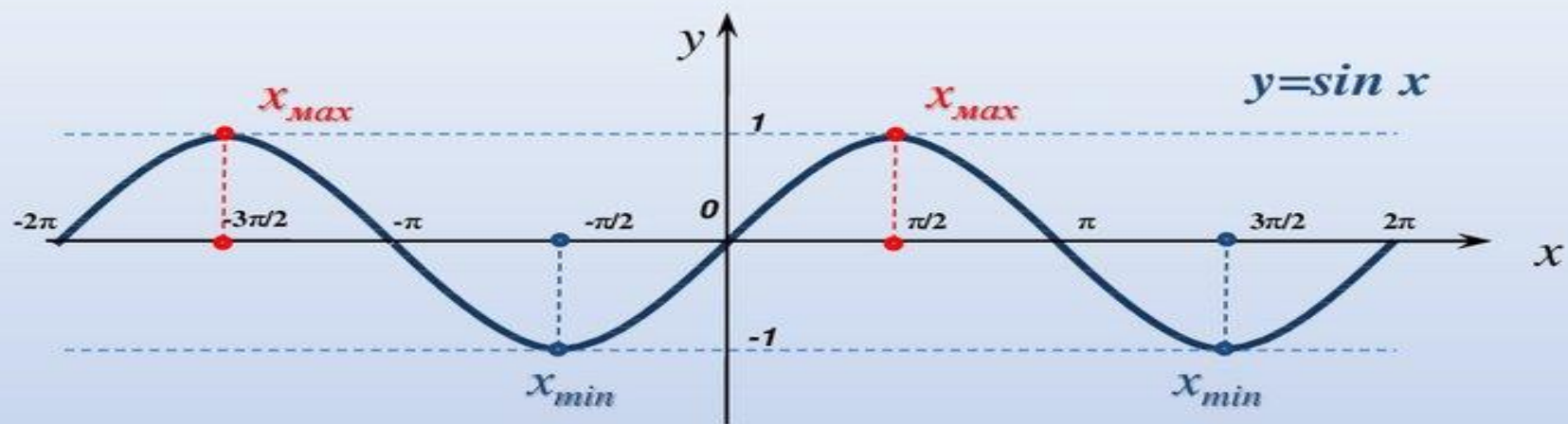
6. Промежутки монотонности:

функция возрастает на промежутках

вида: $[-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

функция убывает на промежутках

вида: $[\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

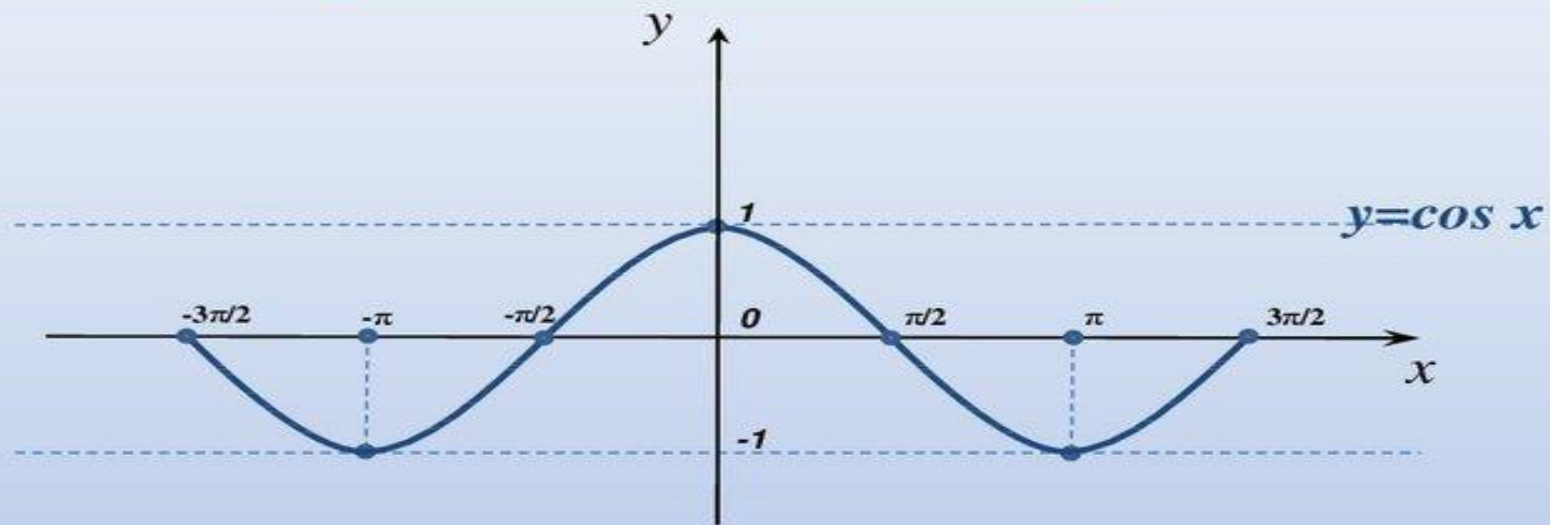


7. Точки экстремума:

$$X_{\max} = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$X_{\min} = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Функция $y = \cos x$



Графиком функции $y = \cos x$ является косинусоида

$$\sin(x + \pi/2) = \cos x$$

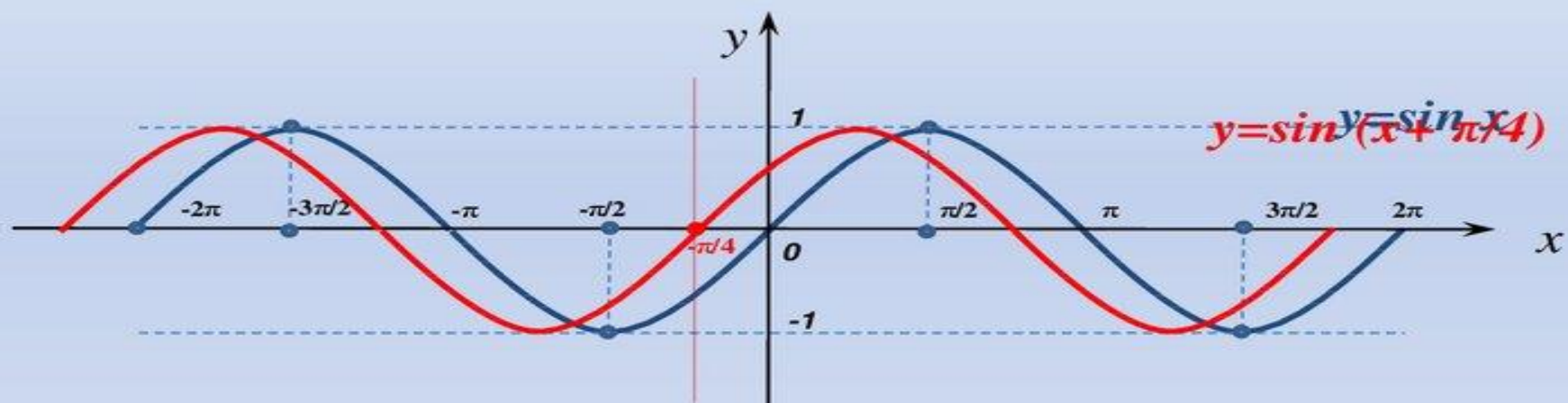
Свойства функции $y = \cos x$

1. $D(y) = \mathbb{R}$
2. Периодическая $T = 2\pi$
3. Четная $\cos(-x) = \cos x$
4. Нули функции:
 $y = 0, \cos x = 0$ при $x = 1/2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
5. Промежутки знакопостоянства:
 $y > 0$ при $x \in (-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$
 $y < 0$ при $x \in (\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$
6. Промежутки монотонности:
функция возрастает на промежутках вида:
 $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$
функция убывает на промежутках вида:
 $[0 + 2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$
7. Точки экстремума:
 $X_{\max} = 0 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $X_{\min} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

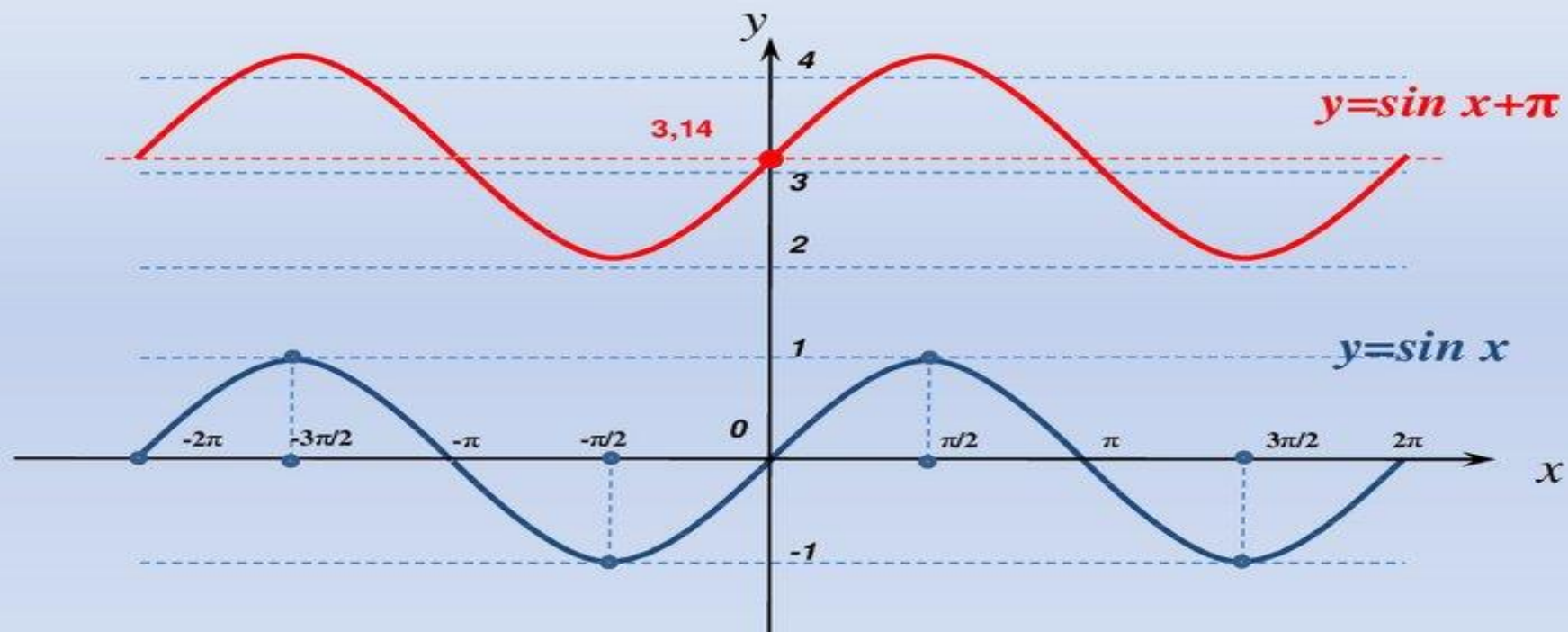
***Преобразование графиков
тригонометрических функций путем
параллельного переноса***

- **График функции $y = f(x + e)$ получается из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом на $(-e)$ единиц вдоль оси абсцисс**
- **График функции $y = f(x) + a$ получается из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом на (a) единиц вдоль оси ординат**

Построение графика функции $y=\sin(x+\pi/4)$ путем перемещения графика $y=\sin(x)$ влево по оси абсцисс на расстояние $\pi/4$



Построение графика функции $y=\sin x+\pi$ путем параллельного переноса графика $y=\sin(x)$ на расстояние π единиц вдоль оси ординат



***Преобразование графиков
тригонометрических функций путем
сжатия и растяжения***

- ☞ График функции $y = k f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его растяжения в k раз (при $k > 1$) вдоль оси ординат
- ☞ График функции $y = k f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его сжатия в k раз (при $0 < k < 1$) вдоль оси ординат

- График функции $y = 3\sin x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его растяжения в 3 раза вдоль оси ординат

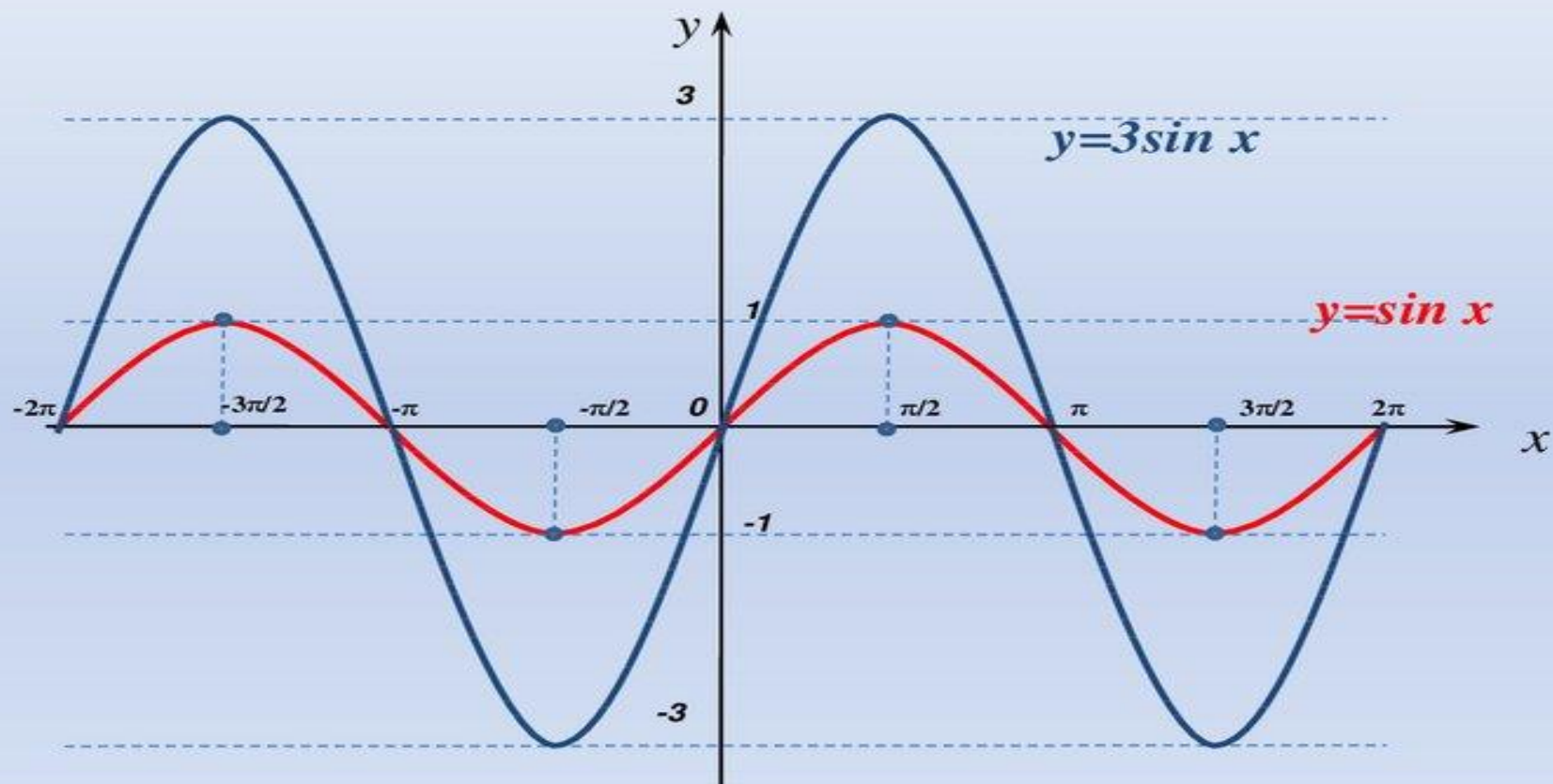
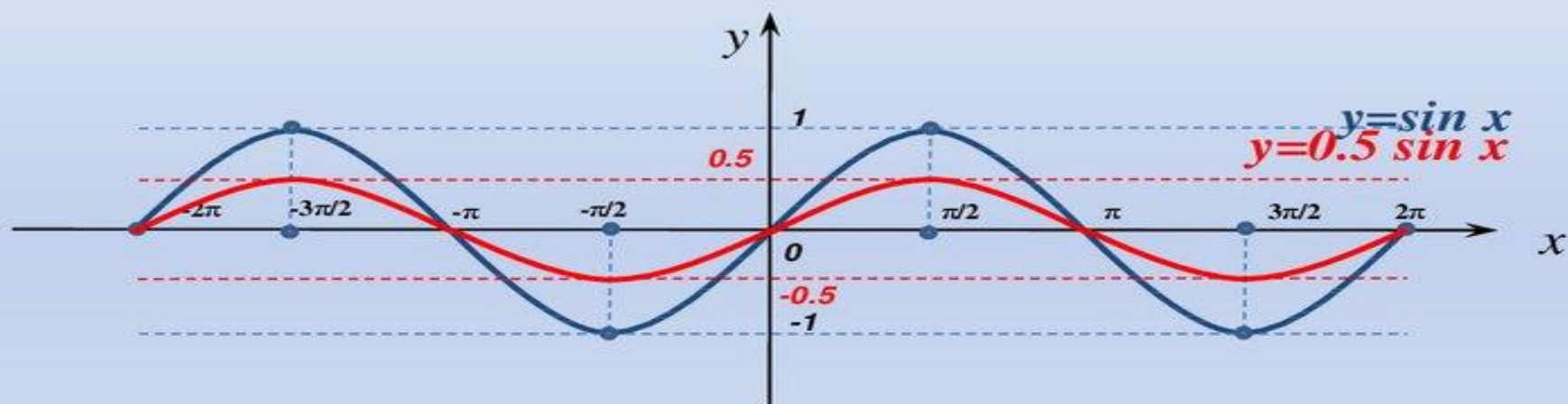


График функции $y = 0.5 \sin x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его сжатия в 2 раза вдоль оси ординат

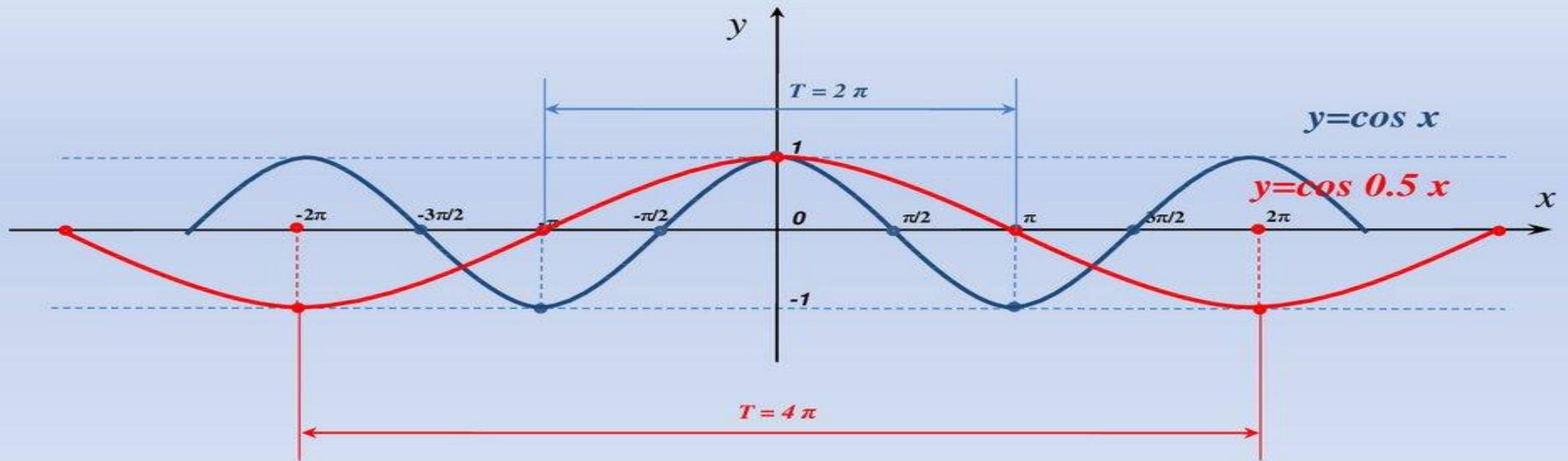


*Преобразование графиков
тригонометрических функций путем
сжатия и растяжения*

График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его сжатия в k раз (при $k > 1$) вдоль оси абсцисс

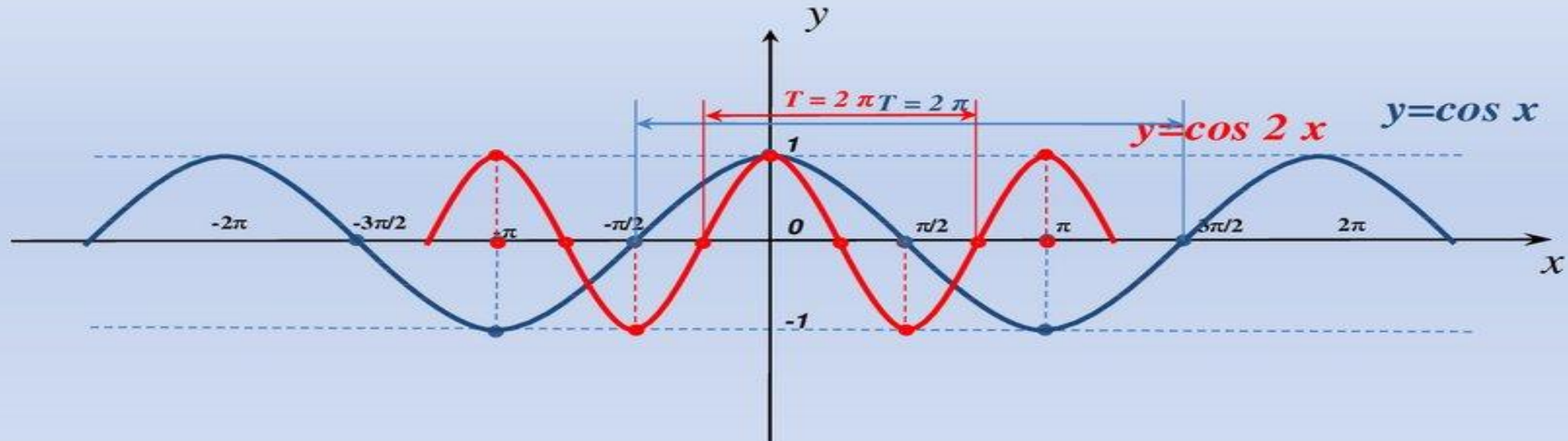
График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его растяжения в k раз (при $0 < k < 1$) вдоль оси абсцисс

График функции $y = \cos(0.5x)$ получается из графика функции $y = \cos x$ путем его растяжения в 2 раза ($0 < k < 1$) вдоль оси абсцисс



Видно, что период (T) функции увеличился в 2 раза, т.к. $T = 2\pi/\omega$, где ω – коэффициент при переменной x (частота колебаний)

График функции $y = \cos 2x$ получается из графика функции $y = \cos x$ путем его сжатия в 2 раза ($k > 1$) вдоль оси абсцисс



Видно, что период (T) функции уменьшился в 2 раза, т.к. $T = 2\pi/\omega$, где ω – коэффициент при переменной x (частота колебаний)

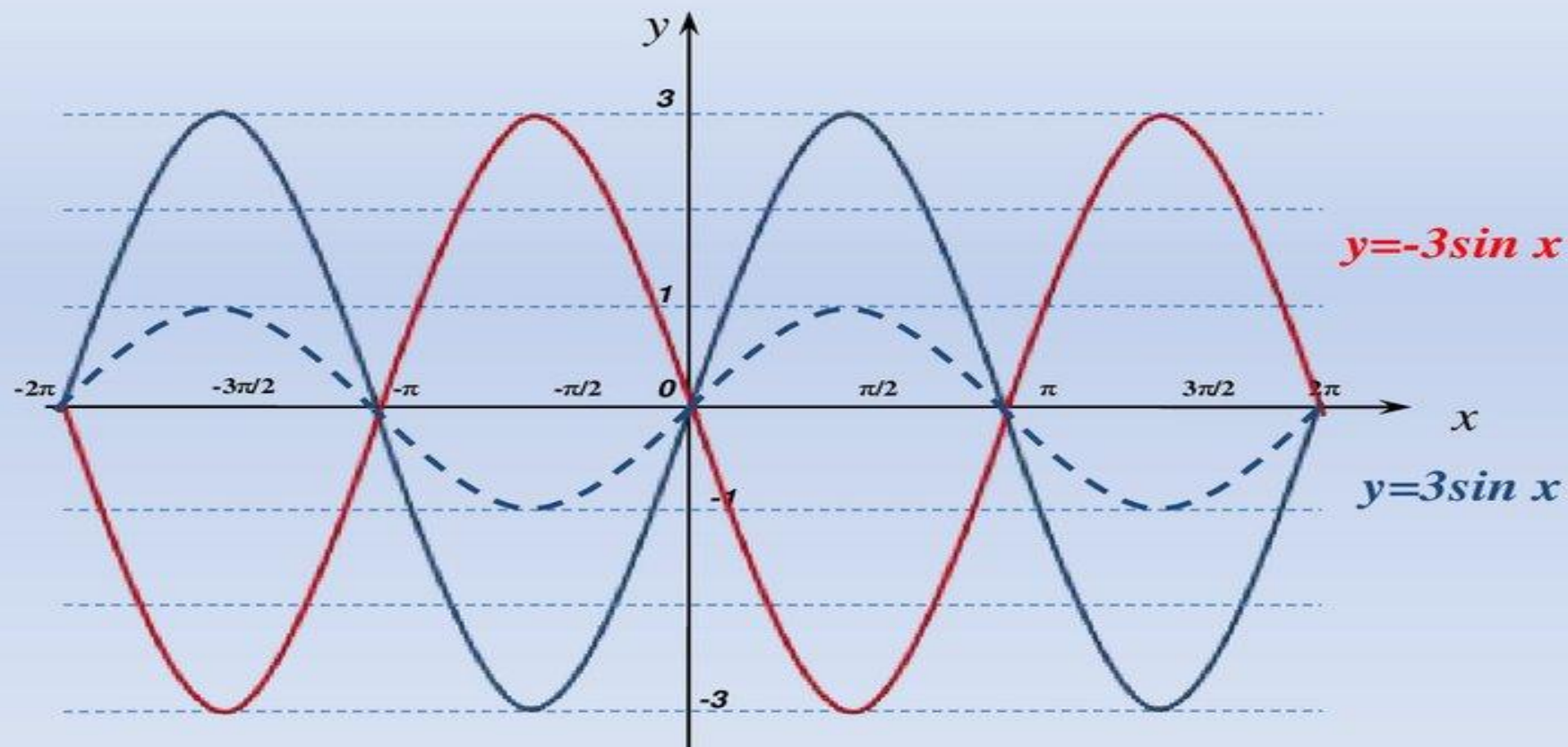
***Преобразование графиков
тригонометрических функций путем
зеркального отражения относительно
оси абсцисс***

Графики функций $y = -f(kx)$ и $y = -k f(x)$ получаются из графиков функций $y = f(kx)$ и $y = k f(x)$ соответственно путем их зеркального отображения относительно оси абсцисс

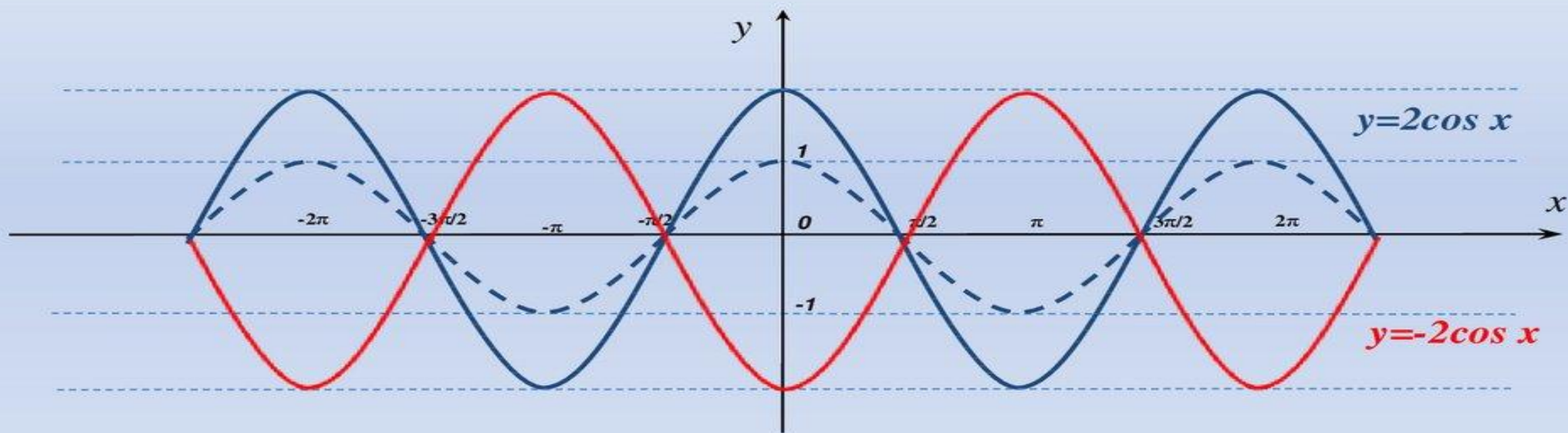
синус – функция нечетная, поэтому $\sin(-kx) = -\sin(kx)$

косинус – функция четная, значит $\cos(-kx) = \cos(kx)$

Графики функций $y = -3\sin x$ получается из графика функции $y = 3\sin x$ путем ее зеркального отображения относительно оси абсцисс



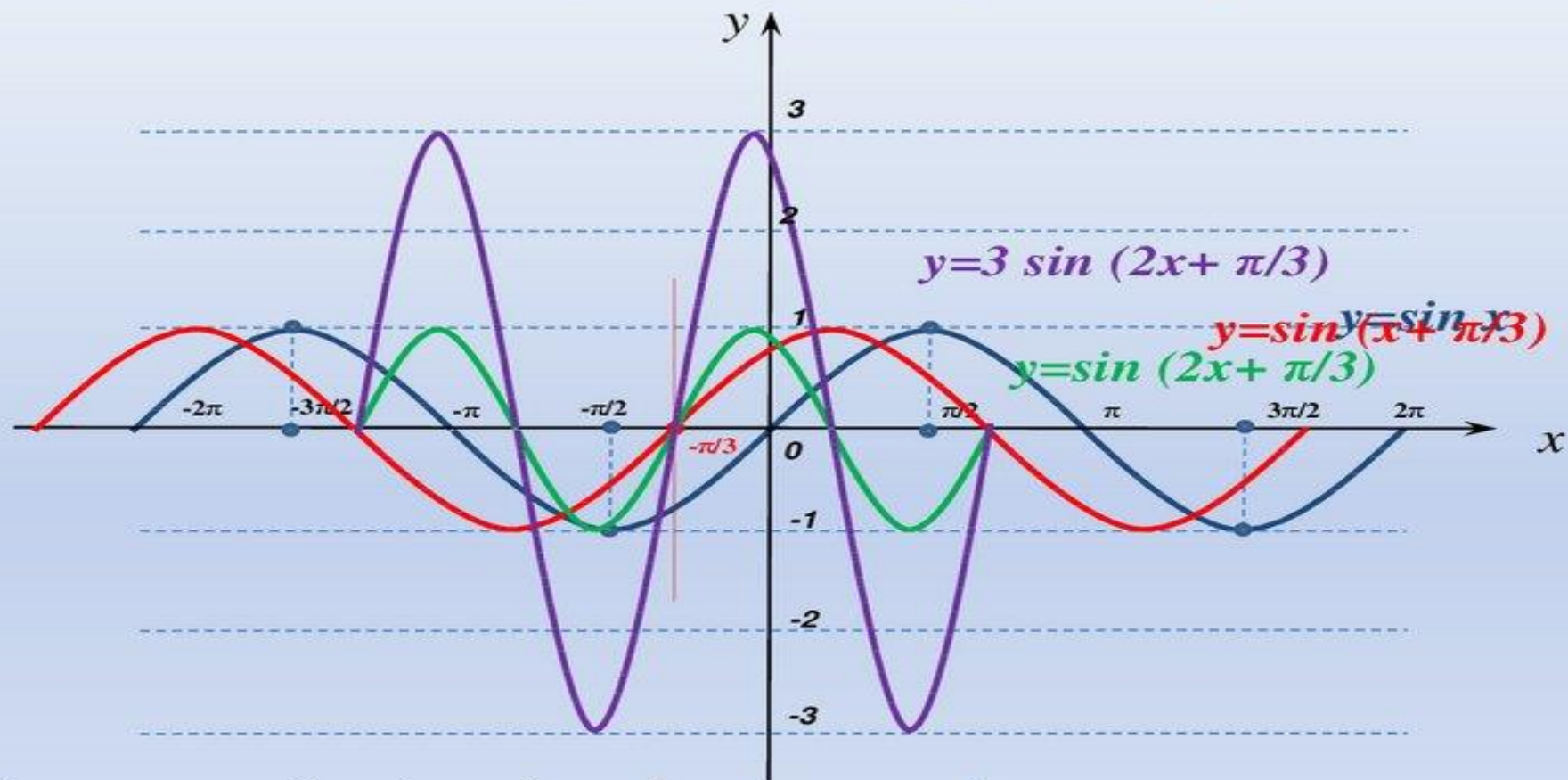
Графики функций $y = -2\cos x$ получается из графика функции $y = 2\cos x$ путем ее зеркального отображения относительно оси абсцисс



Построение графика функции гармонических колебаний
 $y=A \sin(\omega x+\varphi_0)$

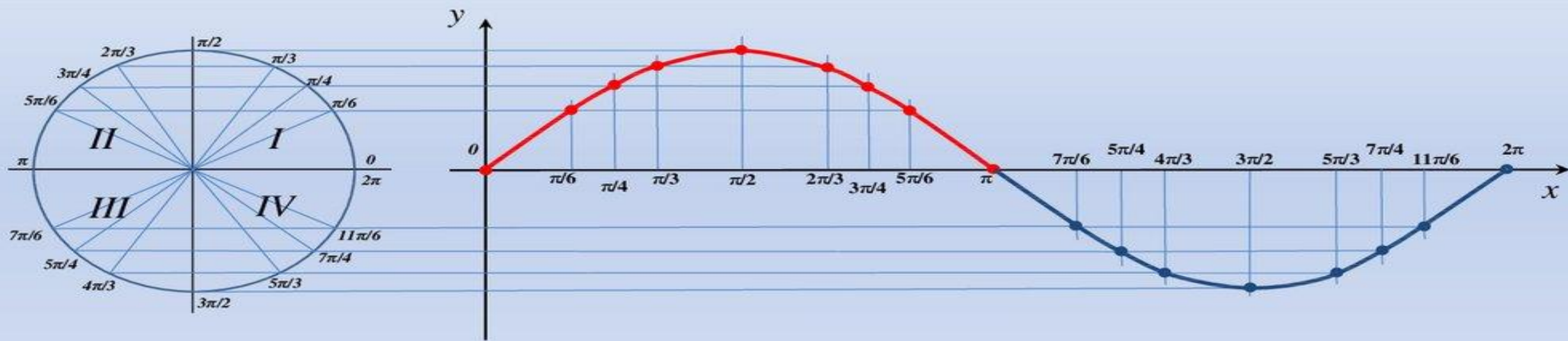
Для примера строим график функции $y=3 \sin (2x+\pi/3)$.
Здесь амплитуда колебаний A равняется 3 единицам,
круговая частота колебаний ω равна 2,
а начальная фаза колебаний φ_0 равна $\pi/3$, т.е.:
 $A=3$, $\omega=2$ и $\varphi_0=\pi/3$. Период колебаний $T=2\pi/\omega$.

Последовательность построения графика функции $y=3 \sin (2x+\pi/3)$



- Строим исходный график функции $y = \sin x$
- Используя параллельный перенос сдвигаем график функции $y = \sin x$ влево по оси абсцисс на расстояние $\pi/3$
- Сжимаем график функции $y = \sin (x+\pi/3)$ в 2 раза по оси абсцисс
- Растягиваем график функции $y = \sin (2x+\pi/3)$ в 3 раза по оси ординат

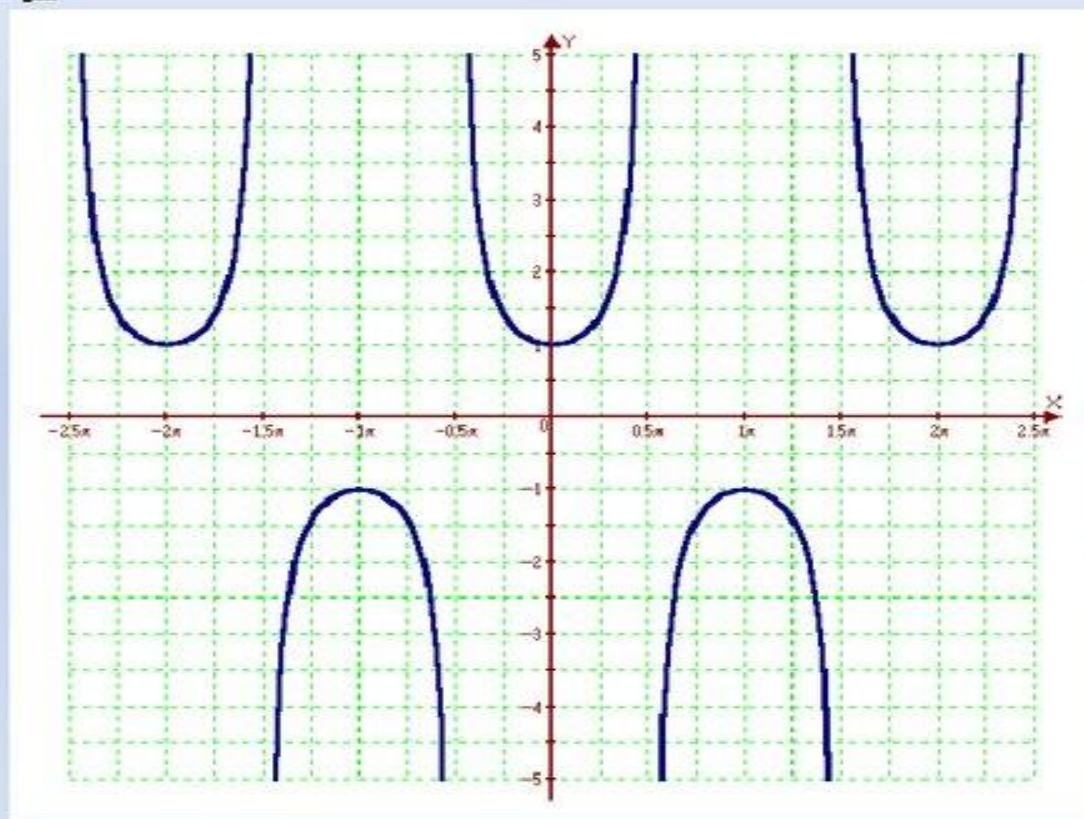
Построение графика $y = \sin x$ с помощью числового круга



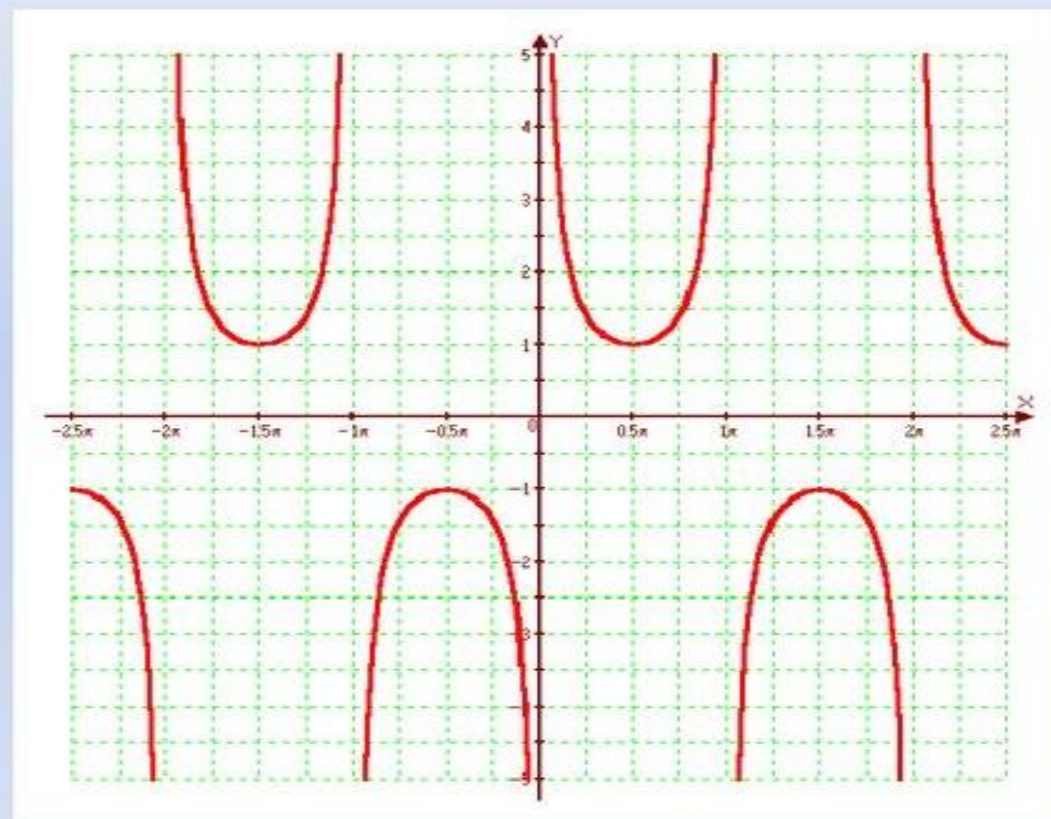


Для любознательных...

Посмотрите как выглядят графики некоторых других триг. функций:



$y = 1 / \cos x$ или $y = \sec x$
(читается секонс)



$y = \operatorname{cosec} x$ или $y = 1/\sin x$
читается косеконс

***Д/З: построить график
функции тангенса и
котангенса. Описать
свойства.***