



# Функция. Свойства функции

# Содержание

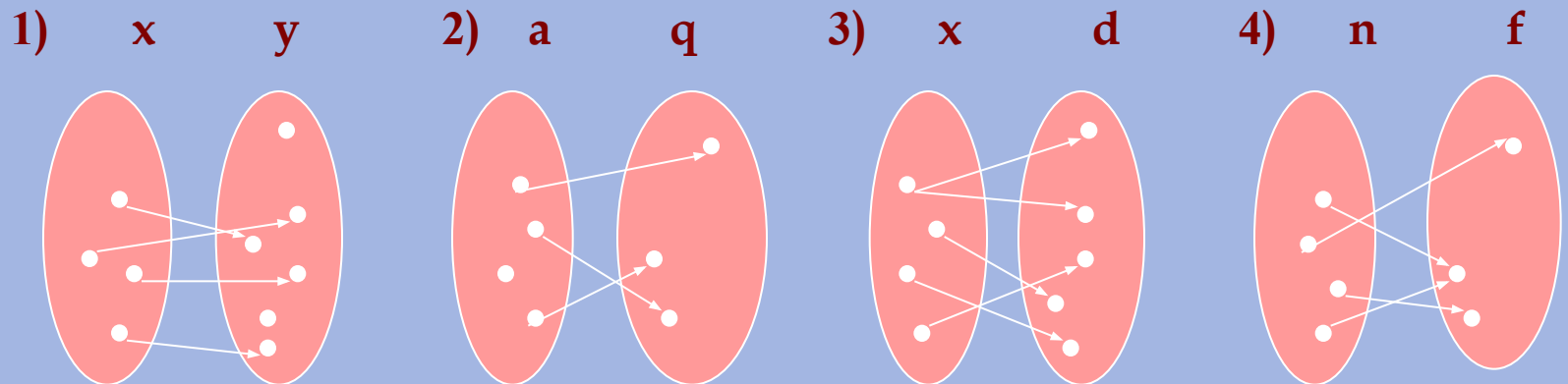
- 1 Определение функции.
- 2 Способы задания функции.
- 3 График функции.
- 4 Алгоритм описания свойств функции.
- 5 Свойства функции.

**Числовой функцией** называется соответствие (зависимость), при котором каждому значению одной переменной сопоставляется по некоторому правилу единственное значение другой переменной.

Обозначают латинскими (иногда греческими) буквами :  $f, q, h, y, p$  и т.д.

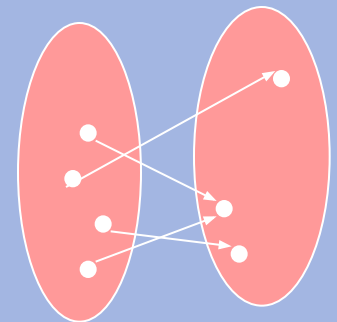
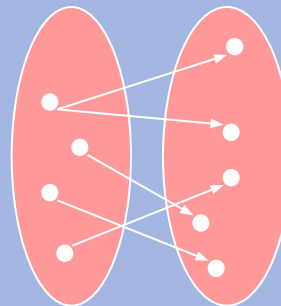
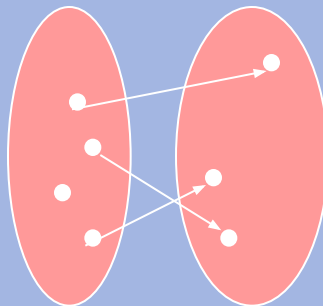
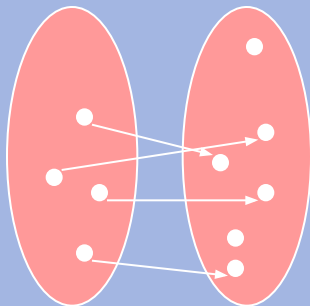
### Задание 1.

Определите, какая из данных зависимостей является функциональной



1. **Функция**, т.к. каждому значению переменной **x** ставится в соответствие единственное значение переменной **y**
2. **Не функция**, т.к. не каждому значению переменной **a** ставится в соответствие единственное значение переменной **q**
3. **Не функция**, т.к. одному из значений переменной **x** ставится в соответствие не единственное значение переменной **d**
4. **Функция**, т.к. каждому значению переменной **n** ставится в соответствие единственное значение переменной **f**

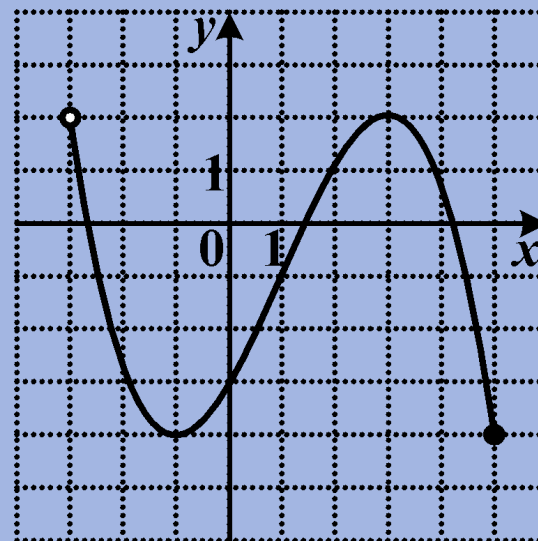
1) x y      2) a q      3) x d      4) n f



# Способы задания функций

- Аналитический (с помощью формулы)  $f(x) = 2x^2 - \sqrt{2} - 5$

- Графический



- Табличный

x	-39	8	-2
y	3	0	-7

- Описательный (словесное описание)

Сила равна скорости изменения импульса

# График функции

**Графиком функции  $f$**  называют множество всех точек  $(x; y)$  координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты равны соответствующим значениям функции.

## Задание 2.

Определите, какой из данных графиков является графиком функции

Рис.1

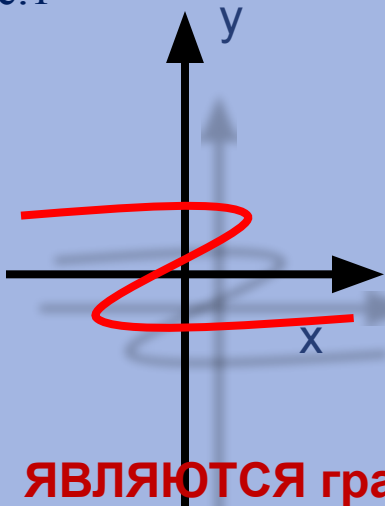


Рис.2

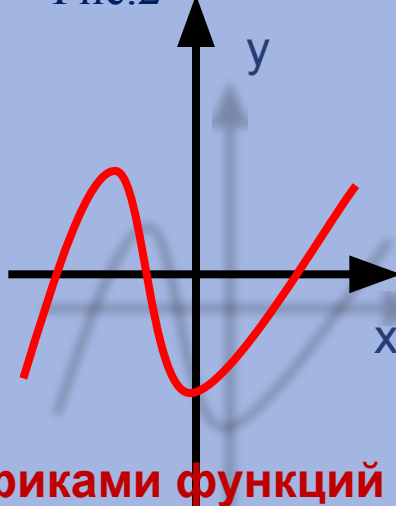


Рис.3

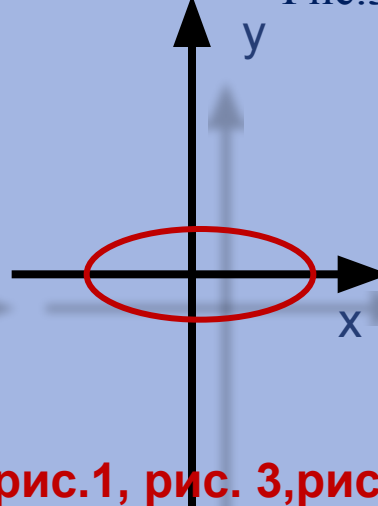
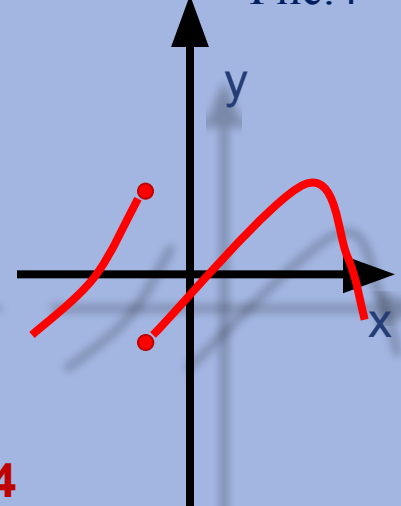


Рис.4



**НЕ ЯВЛЯЮТСЯ** графиками функций **рис.1, рис. 3,рис. 4**

# Алгоритм описания свойств функции

1. Область определения
2. Область значений
3. Нули функции
4. Четность
5. Промежутки знакопостоянства
6. Непрерывность
7. Монотонность
8. Наибольшее и наименьшее значения
9. Ограниченность
10. Выпуклость

# 1. Область определения

*Область определения функции* – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается :  $D(f)$ .

**Пример.** Функция задана формулой  $y = \frac{6}{x^2 - 9}$

Данная формула имеет смысл при всех значениях  $x \neq -3, x \neq 3,$

поэтому  $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$



## 2. Область значений

*Область (множество) значений функции* – все значения, которые принимает зависимая переменная.

Обозначается :  $E(f)$

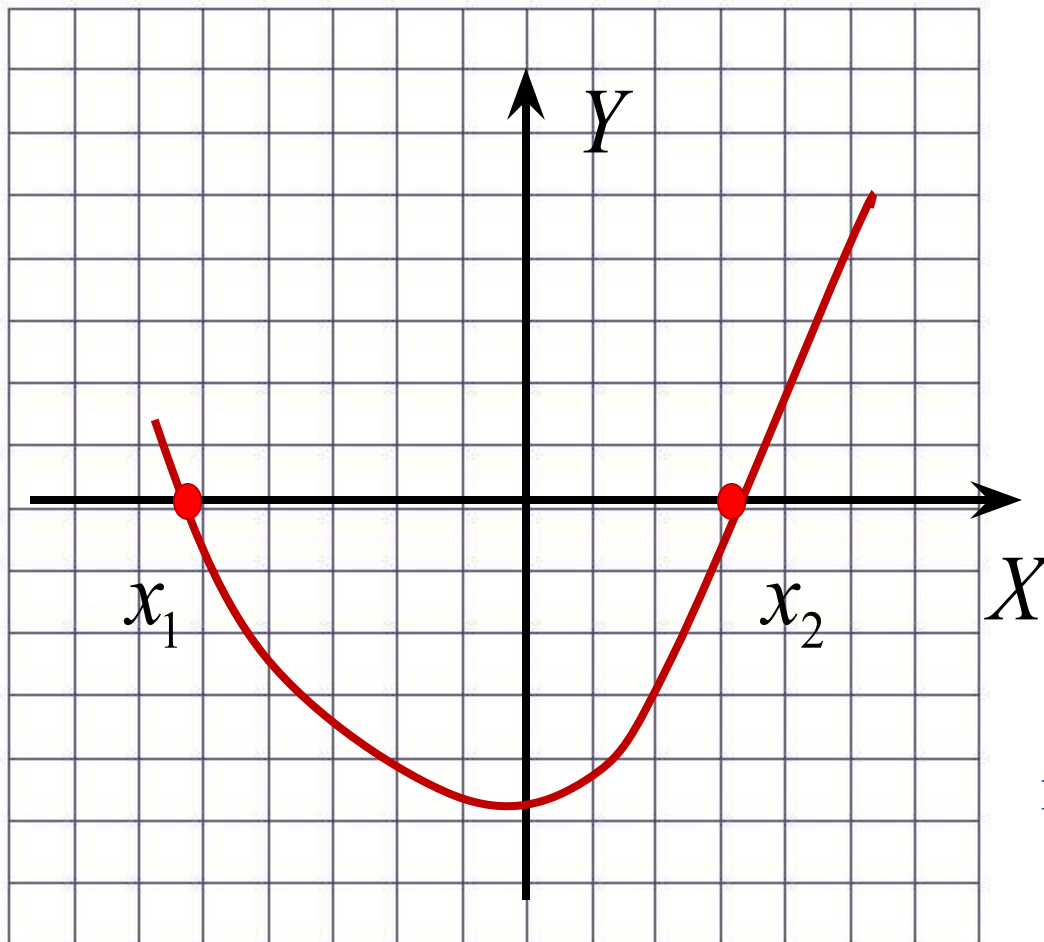
**Пример.** Функция задана формулой  $y = x^2 + 9$

Данная функция является квадратичной , график – парабола, вершина  $(0; 9)$

поэтому  $E(y) = [9; +\infty)$

### 3. Нули функции

Нулем функции  $y = f(x)$  называется такое значение аргумента  $x_0$ , при котором функция обращается в нуль:  $f(x_0) = 0$ . Нули функции - абсциссы точек пересечения с  $Ox$

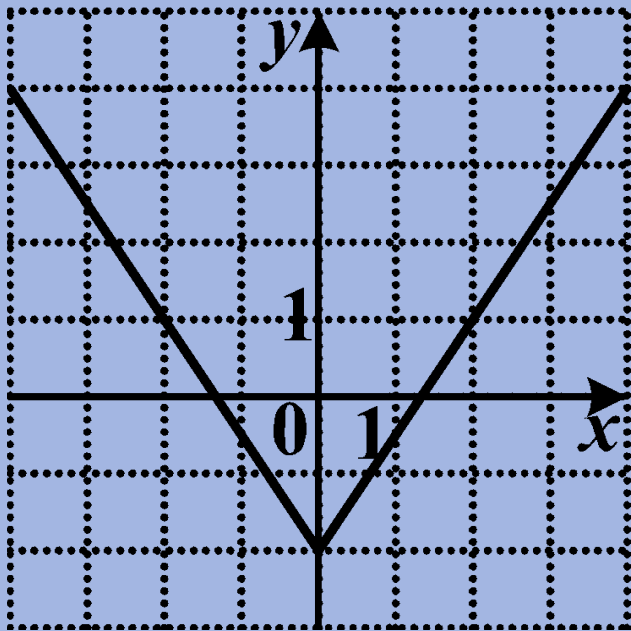


$x_1, x_2$  - нули функции

## 4. Четность

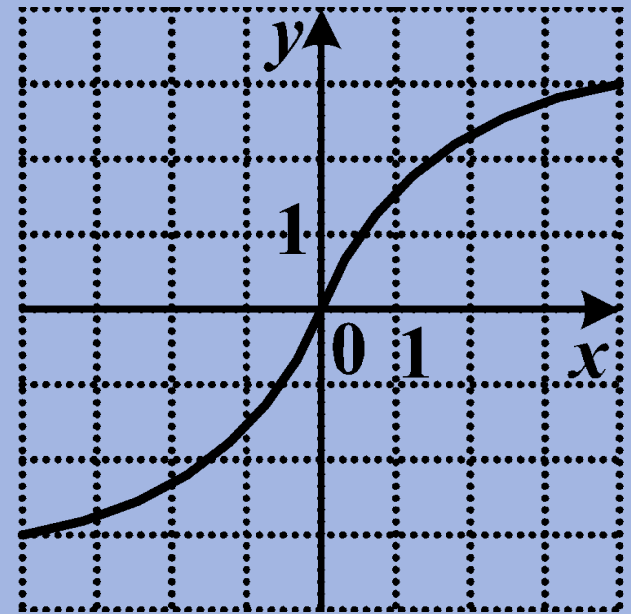
### Четная функция

Функция  $y = f(x)$  называется четной, если для любого  $x$  из области определения выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$ . График четной функции симметричен относительно *оси ординат*.



### Нечетная функция

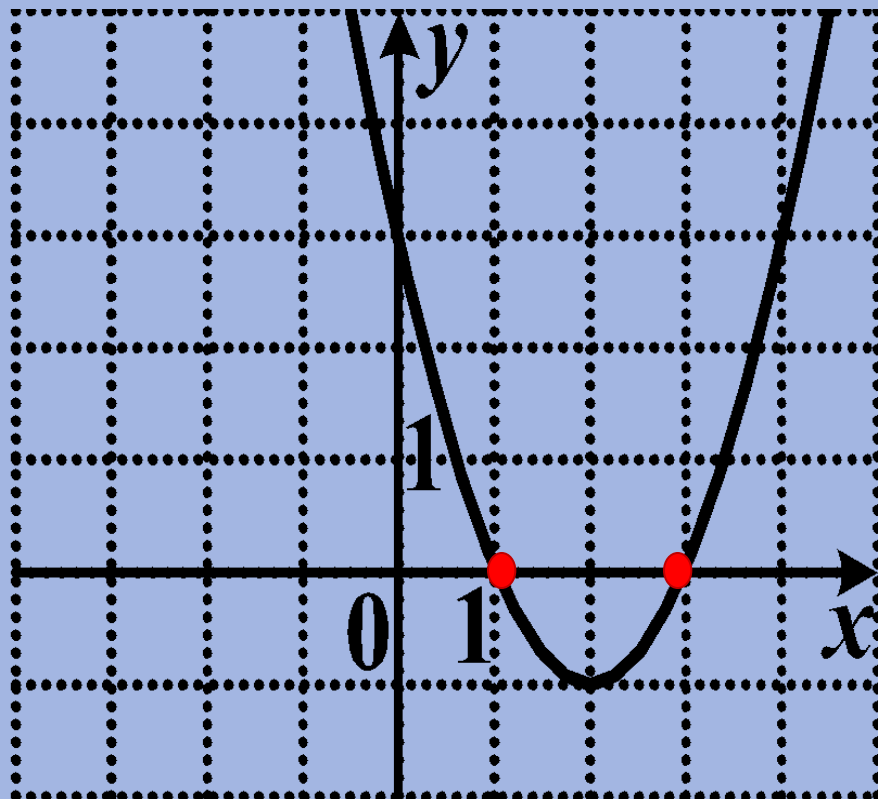
Функция  $y = f(x)$  называется нечетной, если для любого  $x$  из области определения выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$ . График нечетной функции симметричен относительно *начала координат*.



## 5. Промежутки знакопостоянства

Промежутки, на которых непрерывная функция сохраняет свой знак и не обращается в нуль, называются **промежутками знакопостоянства**.

$y > 0$  (график  
расположен выше оси  
OX) при  $x \in (-\infty; 1) \cup$   
 $(3; +\infty)$ ,  
 $y < 0$  (график  
расположен ниже OX)  
при  $x \in (1; 3)$



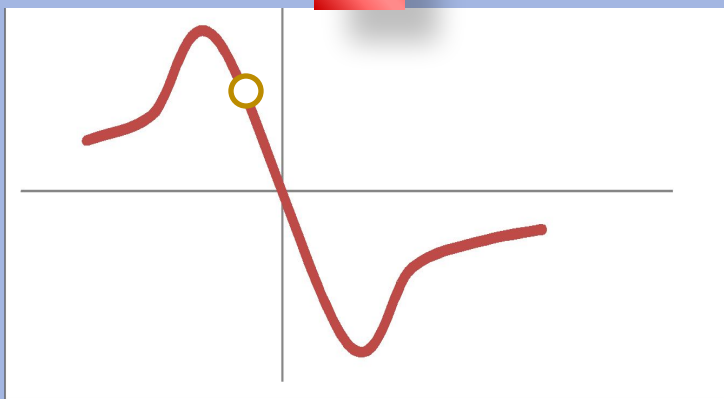
## 6. Непрерывность

Функция называется **непрерывной** на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

Непрерывность функции на промежутке  $X$  означает, что график функции на всей области определения сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

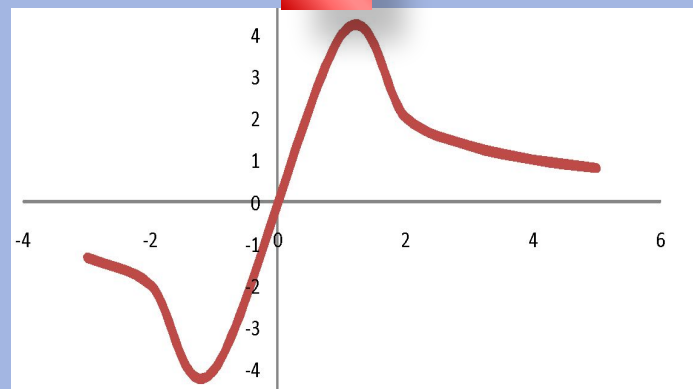
**Задание.** Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.

1



подумай

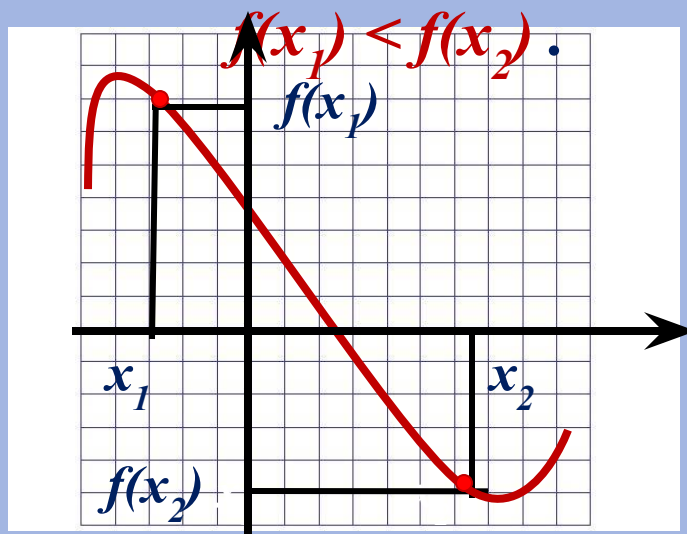
2



правильно

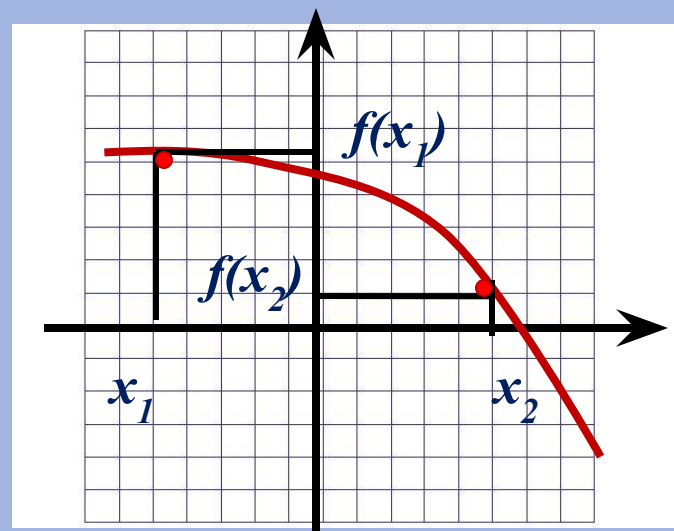
# 7. Монотонность

Функцию  $y = f(x)$  называют **возрастающей** на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  из области определения, таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство



Функцию  $y = f(x)$  называют **убывающей** на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  из области определения, таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



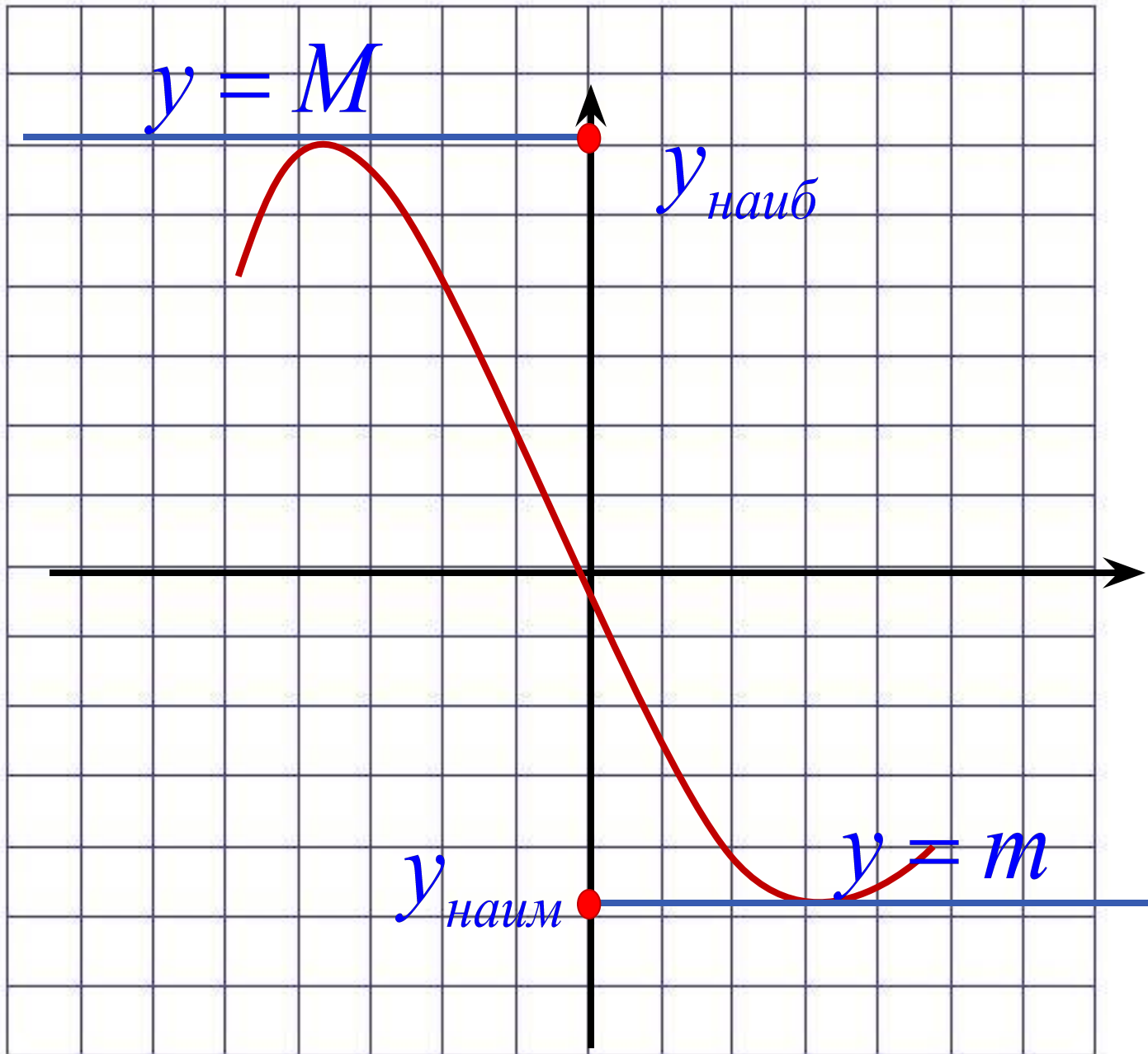
## 8. Наибольшее и наименьшее значения

Число  $m$  называют наименьшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в области определения существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = m$ .
- 2) всех  $x$  из *области определения* выполняется неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ .

Число  $M$  называют наибольшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

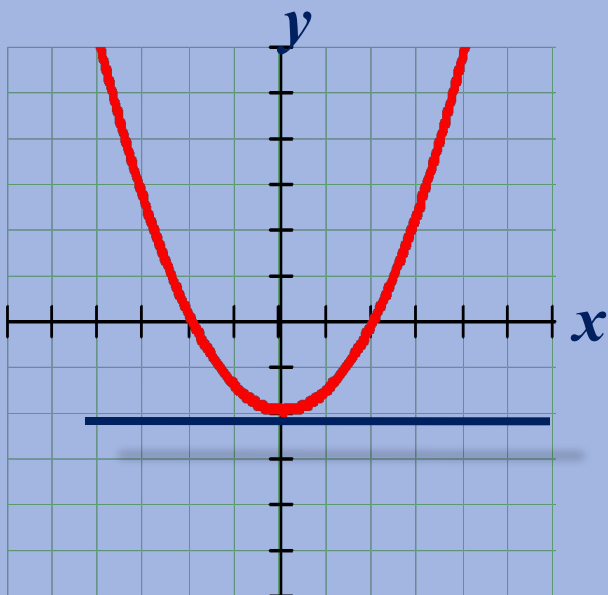
- 1) в области определения существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = M$ .
- 2) для всех  $x$  из *области определения* выполняется неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ .



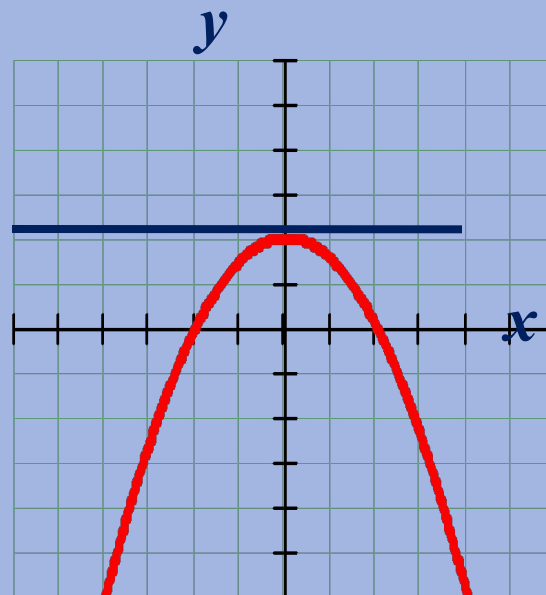


## 9. Ограниченность

Функцию  $y = f(x)$  называют ограниченной снизу на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  больше некоторого числа.

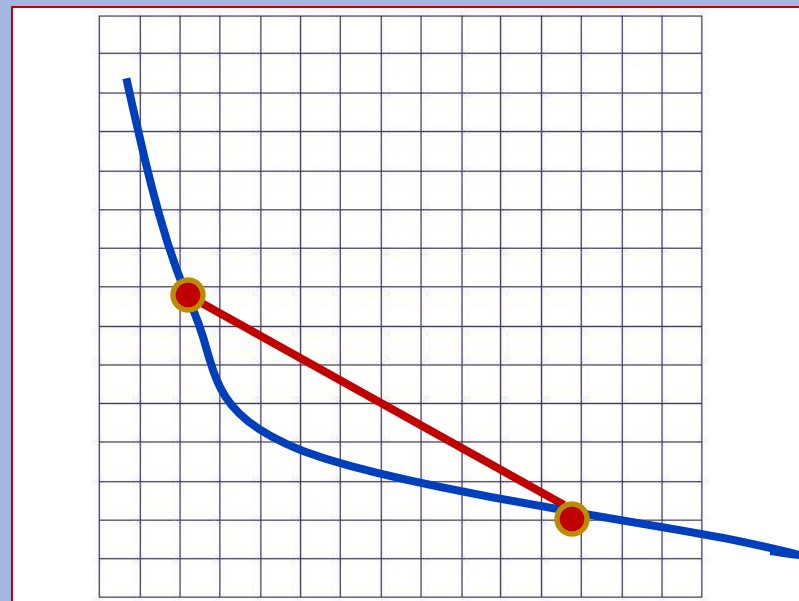


Функцию  $y = f(x)$  называют ограниченной сверху на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  меньше некоторого числа.

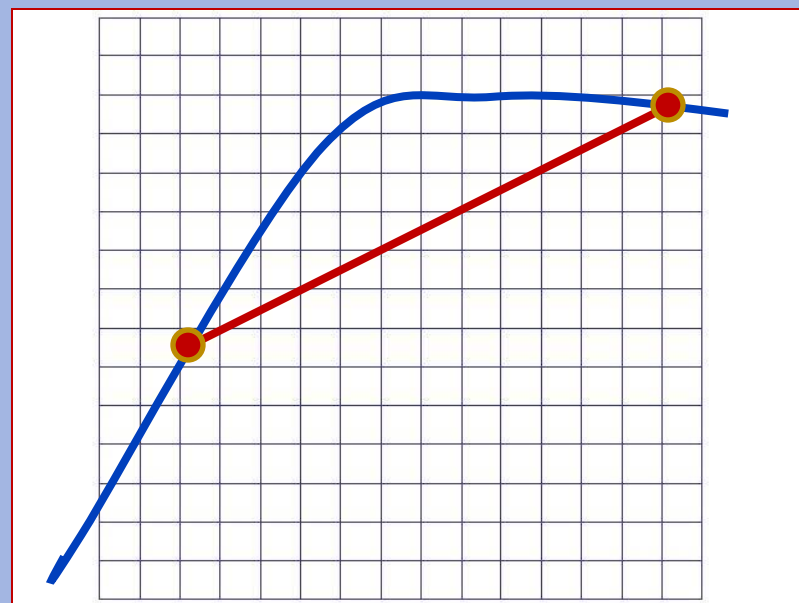


# 10. Выпуклость

Функция **выпукла вниз** на промежутке  $X$  если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит **ниже** проведенного отрезка.



Функция **выпукла вверх** на промежутке  $X$ , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит **выше** проведенного отрезка .



# ИСТОЧНИКИ:

1. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. — 10-е изд., стер. — М. : Мнемозина, 2009.
2. Картинка с сайта:

Сова-<http://www.allforchildren.ru/pictures/school/school10-01.gif>