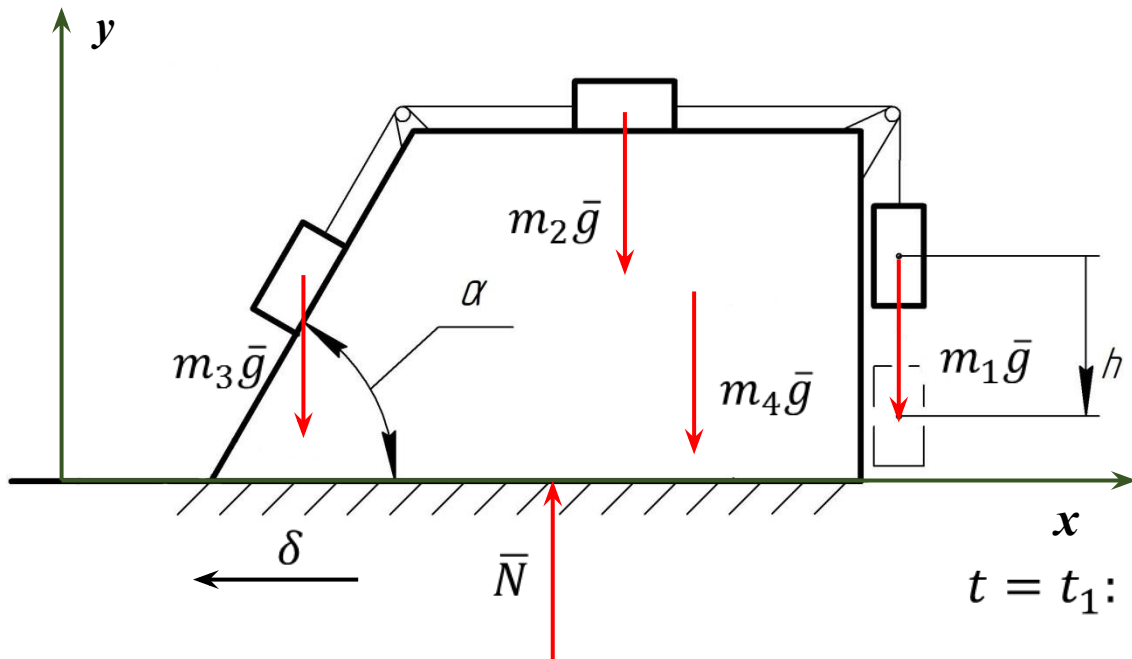


Теорема о движении центра масс.



Три груза массой m_1 , m_2 и m_3 соединены нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок. Масса основания m_4 . Пренебрегая трением между основанием и полом, определить перемещение основания, если груз m_1 опустится на высоту h . Массой нити пренебречь.



Решение:

$$Ma_x^C = \sum F_{kx}^{(e)} = 0$$

$$v_x^C = const$$

$$t = 0: v_x^C(0) = 0 \quad \left| \Rightarrow v_x^C \equiv 0 \right.$$

$$x_C = const$$

$$t = 0: x_{C0} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$t = t_1: x_C = \frac{m_1(x_1 - \delta) + m_2(x_2 + h - \delta) + m_3(x_3 + h \cos \alpha - \delta) + m_4(x_4 - \delta)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$x_{C0} = x_C:$$

$$\cancel{m_1 x_1} + \cancel{m_2 x_2} + \cancel{m_3 x_3} + \cancel{m_4 x_4} = \cancel{m_1(x_1 - \delta)} + \cancel{m_2(x_2 + h - \delta)} + \cancel{m_3(x_3 + h \cos \alpha - \delta)} + \cancel{m_4(x_4 - \delta)}$$

$$(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\delta = (m_2 + m_3 \cos \alpha)h \Rightarrow \delta = \frac{(m_2 + m_3 \cos \alpha)h}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

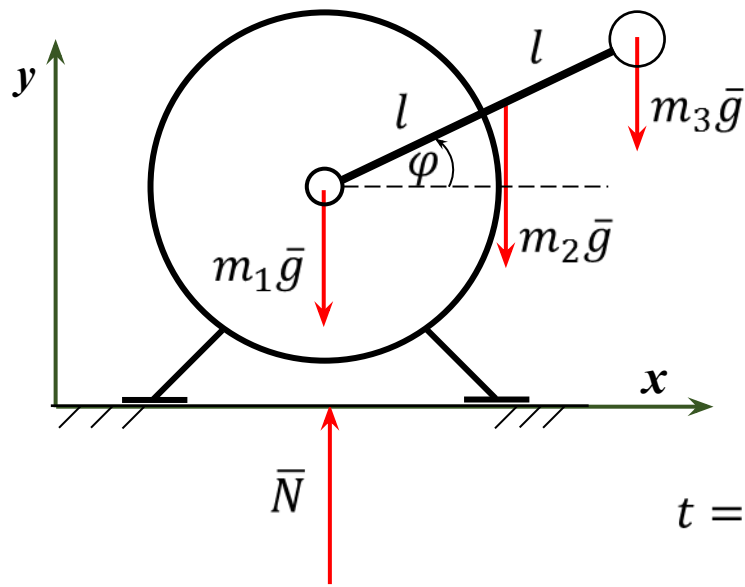
Теорема о движении центра масс.



Электрический мотор массой m_1 установлен без крепления на гладком горизонтальном фундаменте. На валу мотора под прямым углом закреплён одним концом однородный стержень длиной $2l$ и массой m_2 . На другой конец стержня насажен точечный груз массой m_3 . Угловая скорость вала $\omega = const$.

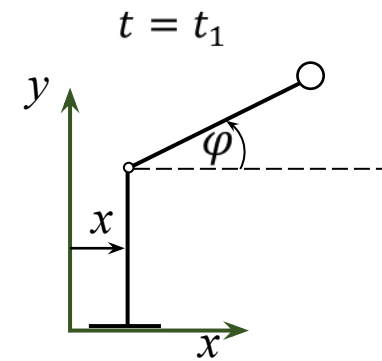
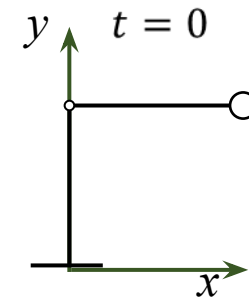
- 1) Определить горизонтальное движение мотора.
- 2) Наибольшее горизонтальное усилие F , действующее на болты, если ими будет закреплён кожух электромотора на фундаменте.
- 3) Угловую скорость вала, при которой электромотор будет подпрыгивать над фундаментом не будучи закреплённым на нем болтами.

Решение:



$$\begin{aligned}
 1) \quad & Ma_x^C = \sum F_{kx}^{(e)} = 0 \\
 & v_x^C = const \\
 & t = 0: v_x^C(0) = 0 \quad \Bigg| \Rightarrow v_x^C \equiv 0 \\
 & x_C = const \\
 & t = 0: x_{C0} = \frac{m_2 l + m_3 2l}{m_1 + m_2 + m_3}
 \end{aligned}$$

$$t = t_1: x_C = \frac{m_1 x + m_2(x + l \cos \varphi) + m_3(x + 2l \cos \varphi)}{m_1 + m_2 + m_3}$$



Теорема о движении центра масс.



$$x_{C0} = x_C: \quad m_2 l + m_3 2l = m_1 x + m_2(x + l \cos \varphi) + m_3(x + 2l \cos \varphi); \quad \varphi = \omega t$$

$$x(t) = \frac{(m_2 + 2m_3)l}{m_1 + m_2 + m_3} (1 - \cos \omega t)$$

2) Пусть двигатель закреплен на фундаменте.

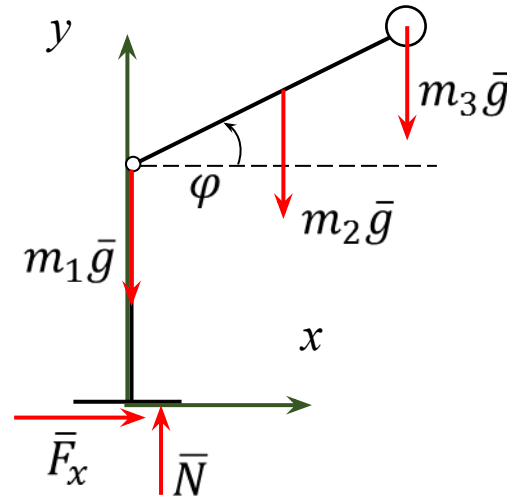
$$M \ddot{x}_C = \sum F_{kx}^{(e)} = F_x$$

$$x_C = \frac{(m_2 + 2m_3) l \cos \omega t}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\ddot{x}_C = \frac{-(m_2 + 2m_3) \omega^2 l \cos \omega t}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$F_x = -(m_2 + 2m_3) \omega^2 l \cos \omega t ;$$

$$F_x^{\max} = (m_2 + 2m_3) \omega^2 l$$



Теорема о движении центра масс.



3) Условие отрыва двигателя $N = 0$.

$$M\ddot{y}_C = \sum F_{ky}^{(e)} = N - m_1g - m_2g - m_3g$$

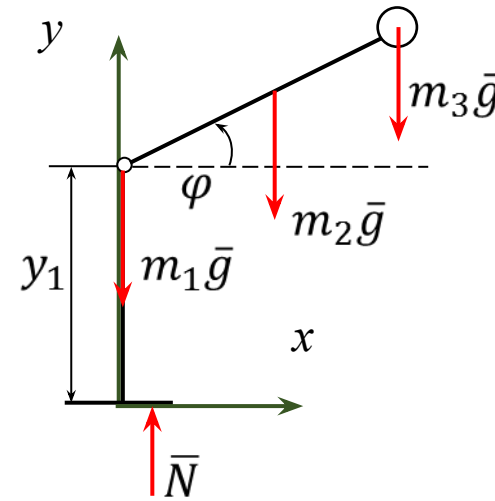
$$y_C = \frac{m_1y_1 + (m_2 + 2m_3)l\sin\omega t}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\ddot{y}_C = \frac{-(m_2 + 2m_3)\omega^2l\sin\omega t}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$N = M\ddot{y}_C + Mg = Mg - (m_2 + 2m_3)\omega^2l\sin\omega t$$

$$N = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{Mg}{(m_2 + 2m_3)l\sin\omega t}$$

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{Mg}{(m_2 + 2m_3)l}}$$



Теорема об изменении количества движения системы.



По горизонтальной платформе массы M , движущейся по инерции со скоростью v_0 , перемещается тележка массы m с постоянной относительной скоростью u_0 . В некоторый момент времени тележка была заторможена. Определить:

- 1) Общую скорость v платформы с тележкой после ее остановки.
- 2) Путь S , который пройдет тележка по платформе с момента начала торможения до полной остановки, и полное время торможения τ , если считать, что при торможении возникает постоянная по величине сила сопротивления F .

Решение:

$$\frac{dQ_x}{dt} = \sum F_{kx}^{(e)} = 0$$

$$Q_x = \text{const}$$

$$Q_x = Mv + m(v + u) = (M + m)v + mu$$

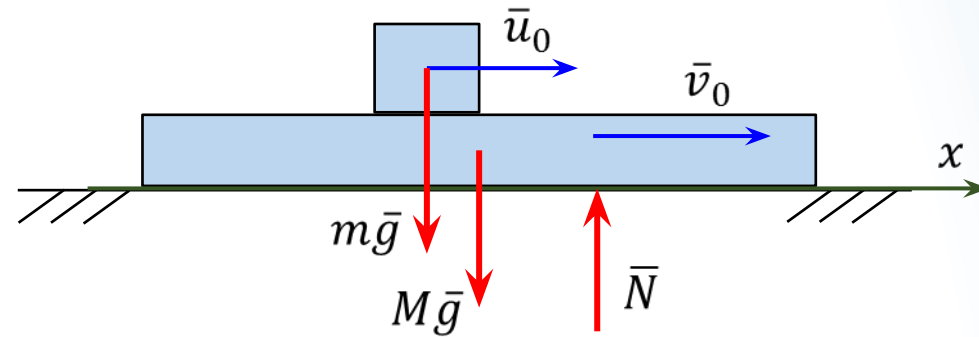
Н.У.: $t = 0 \quad v = v_0, \quad u = u_0$

$$Q_{0x} = (M + m)v_0 + mu_0$$

В конце пути $u = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_x = (M + m)v$

$$Q_{0x} = Q_x$$

$$(M + m)v_0 + mu_0 = (M + m)v; \quad v = v_0 + \frac{m}{M + m}u_0$$



Теорема об изменении количества движения системы.



Для системы целиком:

$$\frac{dQ_x}{dt} = 0; \quad \frac{d}{dt}((M + m)v + mu) = (M + m)\dot{v} + m\dot{u} = 0$$

Расчленим систему.

Для платформы:

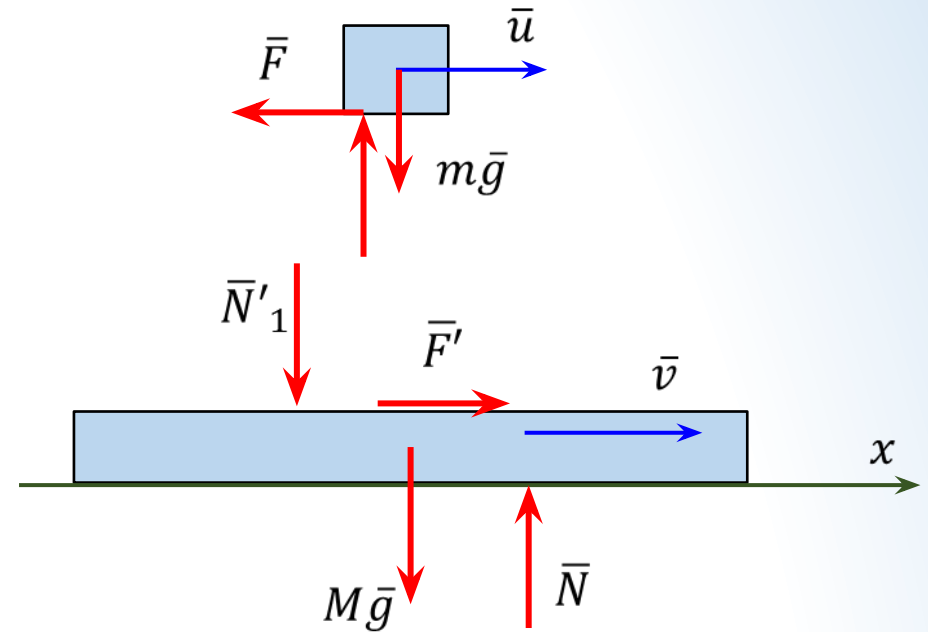
$$\frac{dQ_x}{dt} = \sum F_{kx}^{(e)}; \quad \frac{d}{dt}(Mv) = F; \quad M\dot{v} = F$$

$$(M + m)\frac{F}{M} + m\dot{u} = 0; \quad \dot{u} = -(M + m)\frac{F}{Mm}$$

$$u = -(M + m)\frac{Ft}{Mm} + C_1$$

$$\text{Н.У.: } t = 0 \quad u = u_0 \Rightarrow C_1 = u_0; \quad u = -(M + m)\frac{Ft}{Mm} + u_0$$

$$\text{В конце движения тележки: } u = 0 \Rightarrow \tau = \frac{Mm}{(M + m)} \cdot \frac{u_0}{F}$$



Теорема об изменении количества движения системы.



Определим путь, пройденный тележкой до остановки.

$$u = u_0 - (M + m) \frac{Ft}{Mm}$$

$$s(t) = u_0 t - (M + m) \frac{Ft^2}{2Mm} + C_2$$

$$\text{Н.У.: } t = 0 \quad s = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0;$$

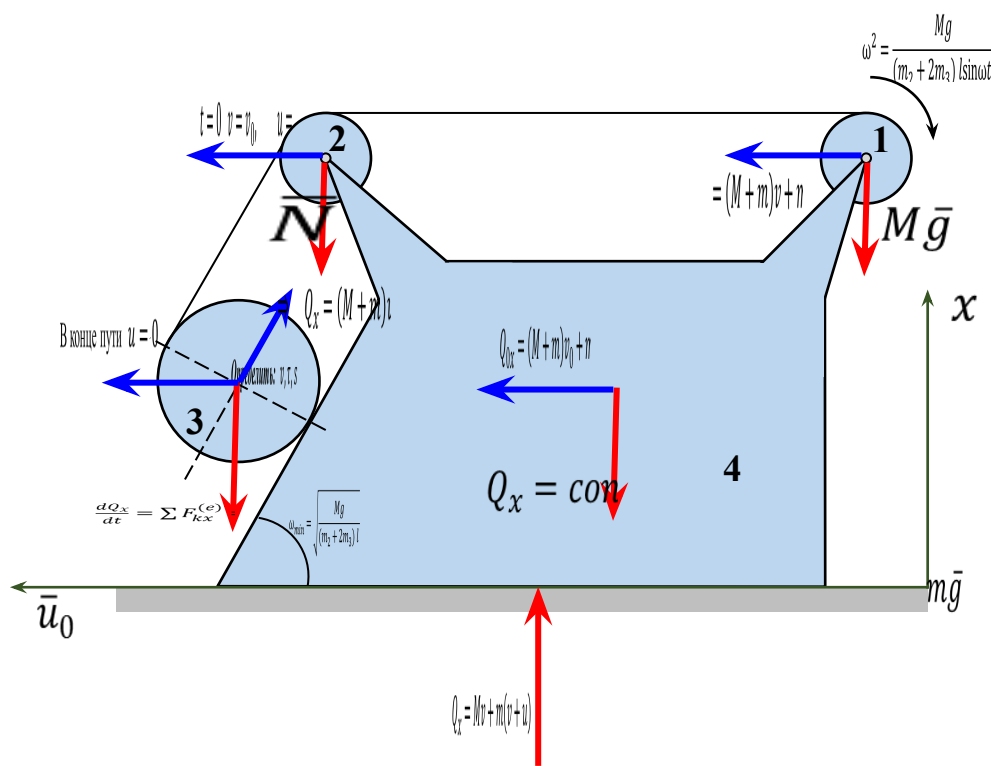
При $t = \tau$:

$$s = \frac{Mm}{(M + m)} \cdot \frac{u_0^2}{F} - \frac{F(M + m)}{2Mm} \cdot \left(\frac{Mm}{(M + m)} \cdot \frac{u_0}{F} \right)^2 = \frac{Mm}{2(M + m)} \cdot \frac{u_0^2}{F}$$

Теорема об изменении количества движения системы.



Решение.



$$Q_{0x} = Q_x$$

$$(M + m)v_0 + mu_0 = (M + m)v;$$

$$v = v_0 + \frac{m}{M + m} u_0$$

$$\frac{dQ_x}{dt} = 0;$$

$$\bar{N}'_1 \quad v_{Cr} = 0,5\omega_{1z}r = 0,5\dot{\varphi}r$$

$$M\bar{g}$$

$$x \quad m\bar{g}$$

$$\bar{N}$$

Теорема об изменении количества движения системы.



\vec{F}

\vec{v}

\vec{F}'

Н.У.:

$$10mv - 0,5m\dot{\phi}r = 0$$

$$\frac{d}{dt}(Mv) = F;$$

Н.У.:

$$M\dot{v} = F$$

$$(M+m)\frac{F}{M} + m\dot{u} = 0;$$

$$\dot{u} = -(M+m)\frac{F}{Mm}$$

Ускорение призмы : $u = -(M+m)\frac{Ft}{Mm} + C_1$

Реакцию опоры определим из уравнения:

$$t=0 \quad u = u_0$$

$$\Rightarrow C_1 = u_0; \quad \sum F_{ky}^{(e)} = N - 10mg.$$

$$0,5m\ddot{\phi}r\sqrt{3} = N - 10mg$$

$$N = 10mg + 2\sqrt{3}m\epsilon r$$

