

ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Задание 1.

- а) ● Определите истинность следующего высказывания:

$$(A \& B) \vee C \leftrightarrow ((A \vee C) \& (A \& B))$$

где $A = \{\text{принтер} - \text{устройство ввода информации}\}$,

$B = \{\text{процессор} - \text{устройство обработки информации}\}$,

$C = \{\text{монитор} - \text{устройство хранения информации}\}$,

$D = \{\text{клавиатура} - \text{устройство ввода информации}\}$

- б) ● Для какого имени истинно высказывание:

$\neg (\text{Первая буква согласная} \rightarrow \text{Последняя буква гласная}) \wedge$
 $\text{Вторая буква согласная?}$

1) ИРИНА 2) СТЕПАН 3) МАРИНА 4) ИВАН

Задание 2.

а) Дан фрагмент таблицы истинности выражения F (см. таблицу справа). Какое выражение соответствует F ?

- 1) $X \wedge Y \vee Z$ 2) $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$ 3) $(X \vee Y) \wedge \neg Z$ 4) $(X \vee Y) \rightarrow Z$

X	Y	Z	F
0	0	0	1
1	1	0	0
0	1	1	1

б) Найти соответствующую таблицу истинности для логического выражения $(A \vee B) \wedge \neg C$

Ответы: 1)

A	B	C	F
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1

2)

A	B	C	F
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0

3)

A	B	C	F
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1

4)

A	B	C	F
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0

Задание 2.

В)

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
1	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1

Какое выражение соответствует F?

- 1) $(x_1 \rightarrow x_2) \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge x_8$
- 2) $(x_1 \rightarrow x_2) \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6 \vee \neg x_7 \vee x_8$
- 3) $\neg(x_1 \rightarrow x_2) \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5 \vee \neg x_6 \vee x_7 \vee \neg x_8$
- 4) $\neg(x_1 \rightarrow x_2) \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge x_7 \wedge \neg x_8$

Г)

Дан фрагмент таблицы истинности для выражения F:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
		0				1		1
1					1			1
			1				0	0

Каким выражением может быть F?

- 1) $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$
- 2) $x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee x_8$
- 3) $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$
- 4) $x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$

Задание 3.

- а) Постройте таблицу истинности следующего логического выражения $A \vee (B \vee \neg B \rightarrow \neg C)$

- б) Дан фрагмент таблицы истинности для выражения F:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1	0

Укажите максимально возможное число различных строк полной таблицы истинности этого выражения, в которых значение $x_6 \wedge \neg x_2$ совпадает с F.

Задание 4.

- Девятерых школьников, оставшихся в классе на перемене, вызвали к директору. Один из них разбил окно в кабинете. На вопрос директора, кто это сделал, были получены следующие ответы:

Володя: «Это сделал Саша»

Аня «Володя лжет»

Егор «Маша разбила»

Саша «Аня говорит неправду»

Рома «Разбила либо Маша, либо Нина»

Маша «Это я разбила»

Нина «Маша не разбивала»

Коля «Ни Маша, ни Нина этого не делали»

Олег «Нина не разбивала»

Кто разбил окно, если известно, что из этих девяти высказываний истинны только три. Ответ дайте в виде первой буквы имени.

Задание 5.

- Упростить следующие логические выражения
- 1) $\neg x \& \neg(\neg y \vee x)$
- 2) $\neg((A \& \neg B) \vee (A \& C))$
- 3) $\neg(\neg A \& \neg B) \vee \neg A$
- 4) $\neg B \& (A \vee \neg(A \& B))$

Задание 6.

- Решите логическую задачу «Кто изучал логику?»: На вопрос, кто из трех учащихся – Антон, Борис или Виктор – изучал логику, учитель, преподававший логику, ответил: «Если логику изучал Антон, то изучал и Боря, но неверно, что если изучал Витя, то изучал и Боря». Кто же изучал логику, а кто не изучал логику?
- Комментарии по решению:
Обозначьте высказывания A = «Антон изучал логику», B = «Борис изучал логику», C = «Виктор изучал логику». Тогда высказывание учителя можно записать следующим образом:
 $(A \rightarrow B) \ \& \ \neg(C \rightarrow B)$. Упростив его, можно решить задачу.

Задание 7.

Логическая функция F задаётся выражением $(a \wedge \neg c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных a, b, c .

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

В ответе напишите буквы a, b, c в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Задание 8.

- а) ● На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25, 30]$ и $Q = [15, 20]$. Выберите такой отрезок A , что формула $(x \in A) \rightarrow (x \in P) \vee (x \in Q)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .
- 1) $[10, 15]$ 2) $[12, 30]$ 3) $[20, 25]$ 4) $[26, 28]$
- б) ● На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 15]$ и $Q = [10, 20]$. Выберите такой отрезок A , что формула $(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$ тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x .
- 1) $[0, 7]$ 2) $[8, 15]$ 3) $[15, 20]$ 4) $[7, 20]$
- в) ● На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [15, 20]$. Выберите такой интервал A , что формулы $(x \in A) \rightarrow (x \in P)$ и $(x \notin Q) \rightarrow (x \notin R)$ тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).
- 1) $[3, 10]$ 2) $[7, 12]$ 3) $[12, 17]$ 4) $[22, 25]$

Самостоятельная работа

№1. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [15,30]$, $Q = [0, 10]$ и $R=[25,35]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10,17]$ 2) $[15, 25]$ 3) $[20,30]$ 4) $[35, 40]$

№2. Для какого имени истинно высказывание:

Первая буква согласная \wedge (\neg Вторая буква согласная \rightarrow Четвертая буква гласная)?

- 1) ИВАН 2) ПЕТР 3) ПАВЕЛ 4) ЕЛЕНА

№3. Логическая функция F задается выражением $(a \wedge b) \vee (a \wedge \neg c)$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных a, b, c .

?	?	?	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы a, b, c в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.