

# Подготовка к ОГЭ.

**Окружность.Круг.**

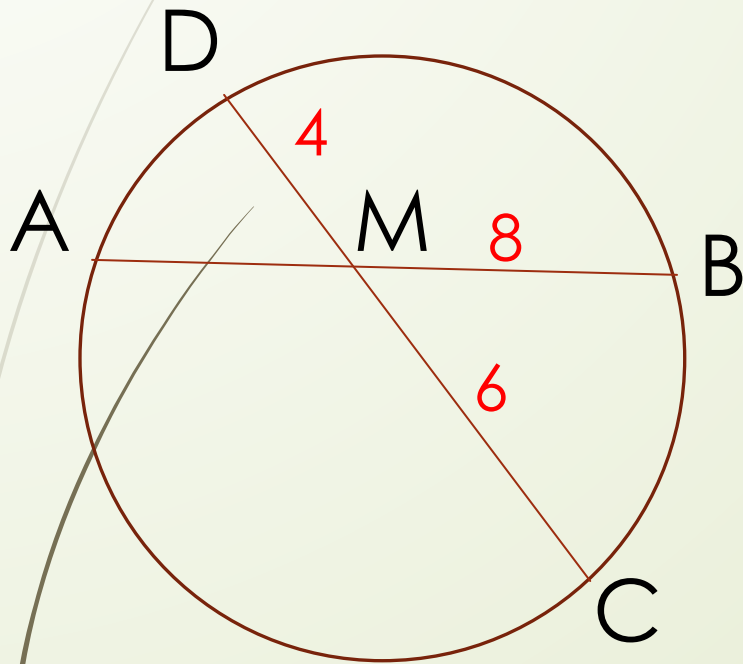
**Дистанционная консультация**

**9И**

**31.03.20**

Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М.

Найдите МА, если  $MB = 8$  см,  
 $MC = 6$  см,  $MD = 4$  см.



$$AM \cdot MB = CM \cdot MD$$

$$AM \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

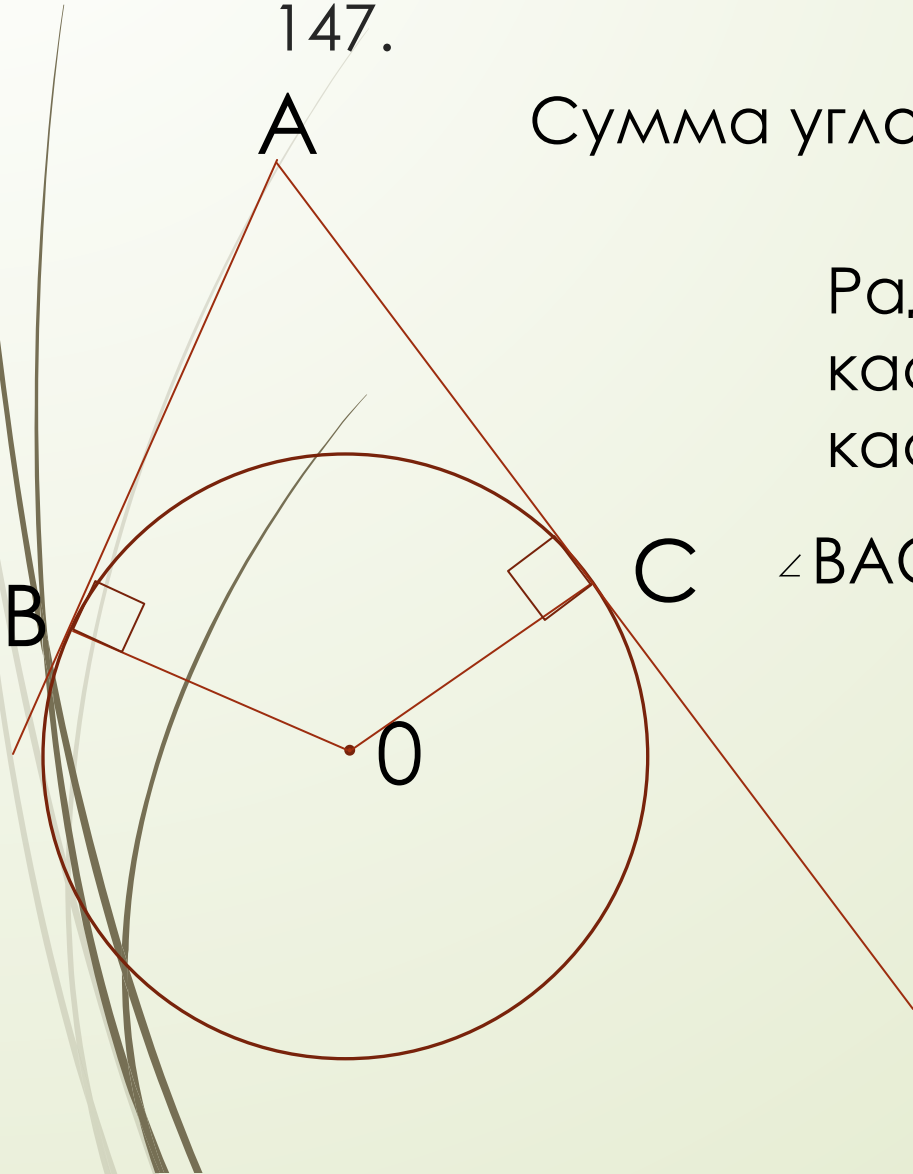
$$AM = 3$$

Окружность с центром  $O$  касается сторон угла с вершиной  $A$  в точках  $B$  и  $C$ .  
Найдите угол  $BAC$ , если угол  $BOC$  равен  $147$ .

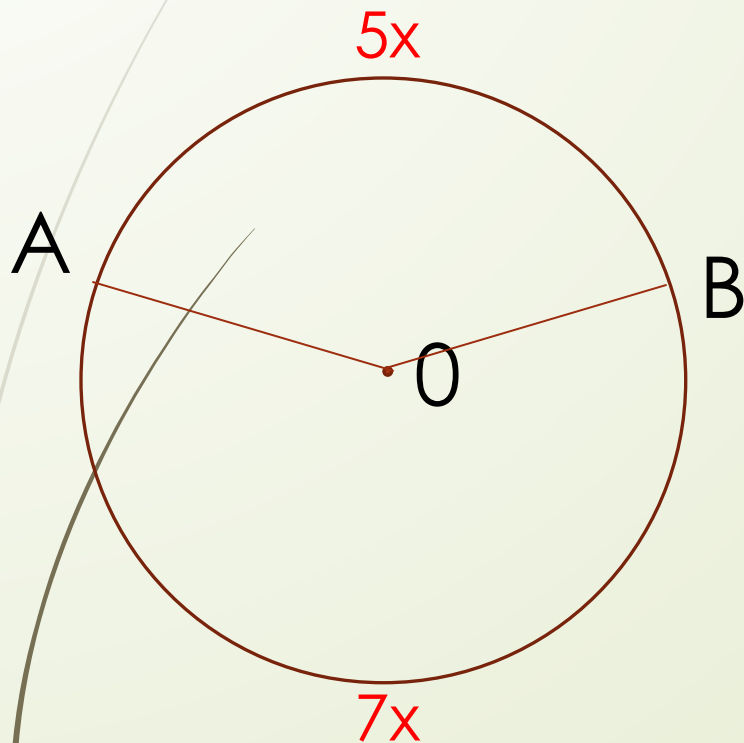
Сумма углов четырехугольника -  $360$

Радиусы, проведенные в точку касания - перпендикулярны касательной.

$$\angle BAC = 360 - 90 - 90 - 147 = 33$$



Точки А и В делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 5:7. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг.



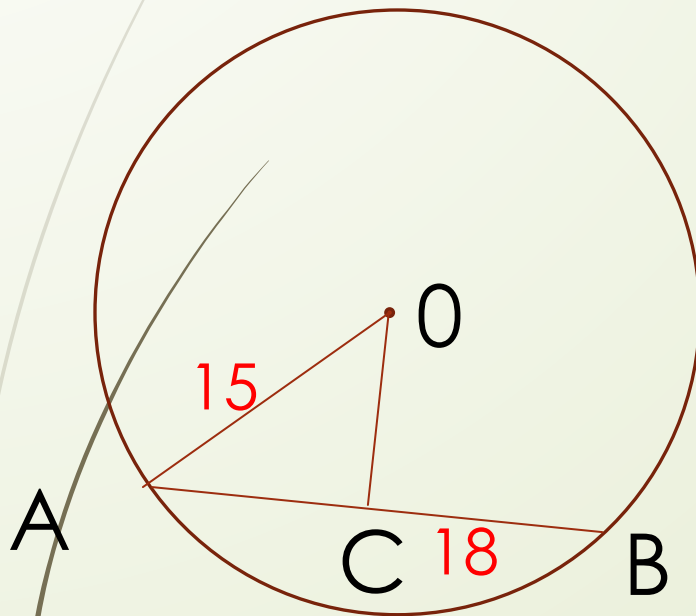
$$5x + 7x = 360$$

$$x = 30$$

$$\angle AOB = 5 \cdot 30 = 150$$

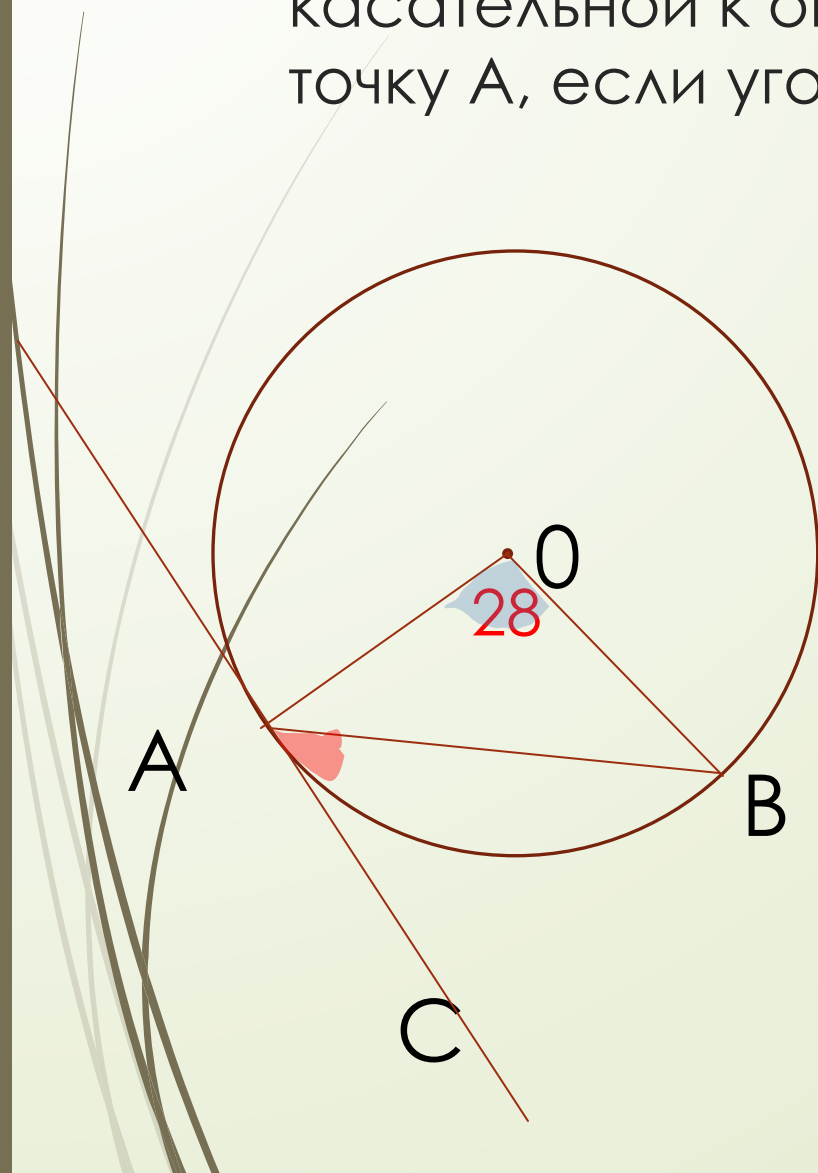
Радиус окружности равен 15 см. Найдите расстояние от центра окружности до хорды, длина которой равна 18 см.

Т.к.  $OC \perp AB$ , то  
 $AC=BC=9$   
по т. Пифагора



$$\begin{aligned} OC &= \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{(15-9)(15+9)} \\ &= \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 4} = 6 \cdot 2 = 12 \end{aligned}$$

Отрезок АВ является хордой окружности с центром О. Найдите угол между прямой АВ и касательной к окружности, проходящей через точку А, если угол АОВ равен 28.



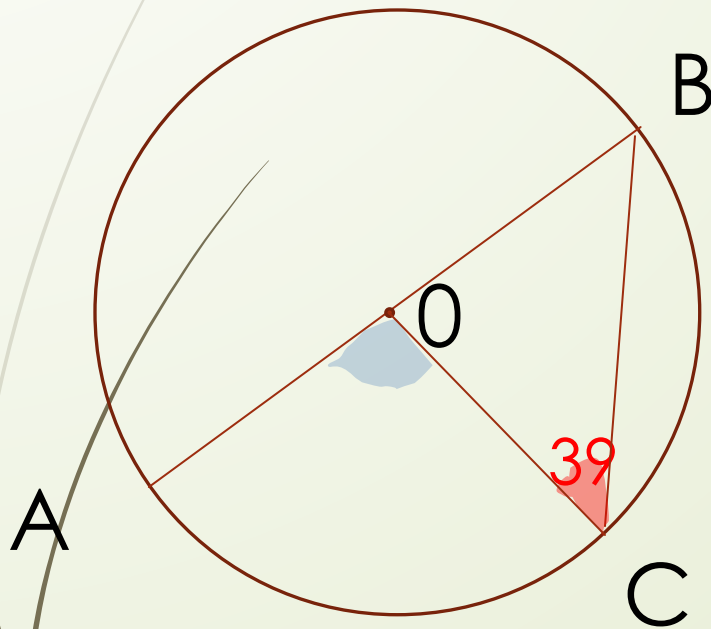
$OA \perp AC$  (как радиус,  
проведенный в точку касания)

$\triangle AOB$  - равнобедренный  
( $OA=OB$  – как радиусы одной  
окружности)

$$\angle OAB = \angle OBA = (180 - 28) : 2$$

$$\begin{aligned} \angle BAC &= 90 - \angle OAB = \\ &= 90 - 76 = 14 \end{aligned}$$

Отрезки АВ и ВС являются соответственно диаметром и хордой окружности с центром О. Найдите угол АОС, если угол ОСВ равен 39.



$\triangle BOC$  - равнобедренный  
( $OC=OB$  – как радиусы одной  
окружности)

$$\angle BOC = 180 - 39 \cdot 2 = 102$$

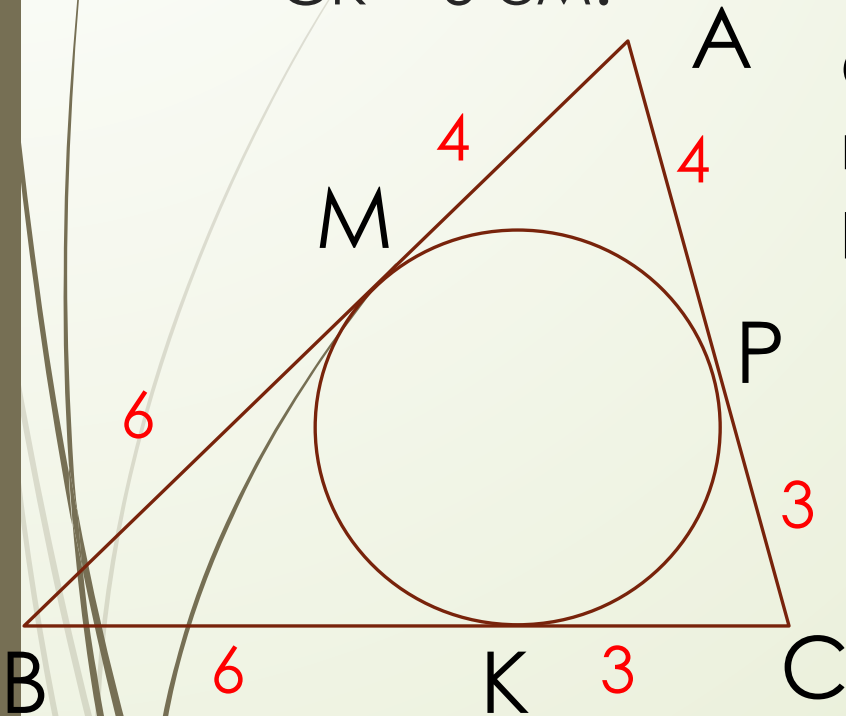
$$\begin{aligned}\angle AOC &= 180 - \angle BOC = \\ &= 180 - 102 = 78\end{aligned}$$

ИЛИ

$$\angle AOC = 39 + 39 = 78$$

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов, не смежных с ним.

Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если  $AP = 4$  см,  $BM = 6$  см,  $CK = 3$  см.



Отрезки касательных, проведенных из одной точки равны.

$$BM = BK$$

$$AM = AP$$

$$CP = CK$$

$$AB = 10$$

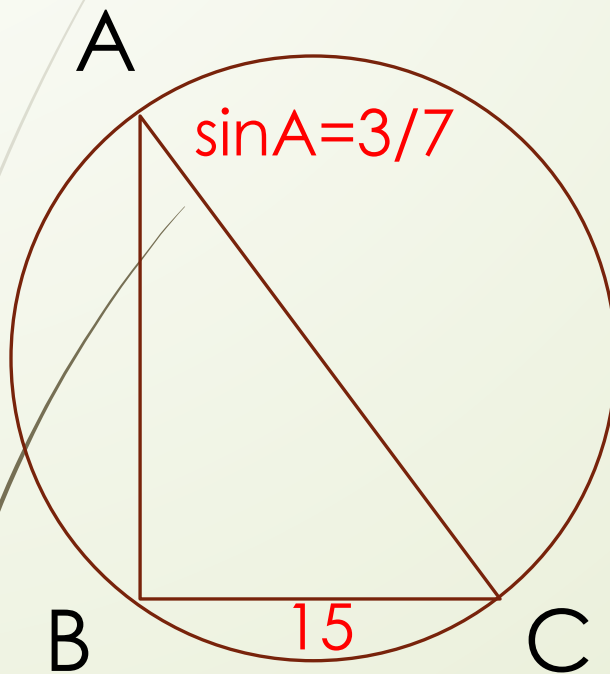
$$AC = 7$$

$$BC = 9$$

$$P = 10 + 7 + 9 = 26$$



Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если синус одного из углов треугольника равен  $3/7$ , а противолежащий этому углу катет равен 15 см.



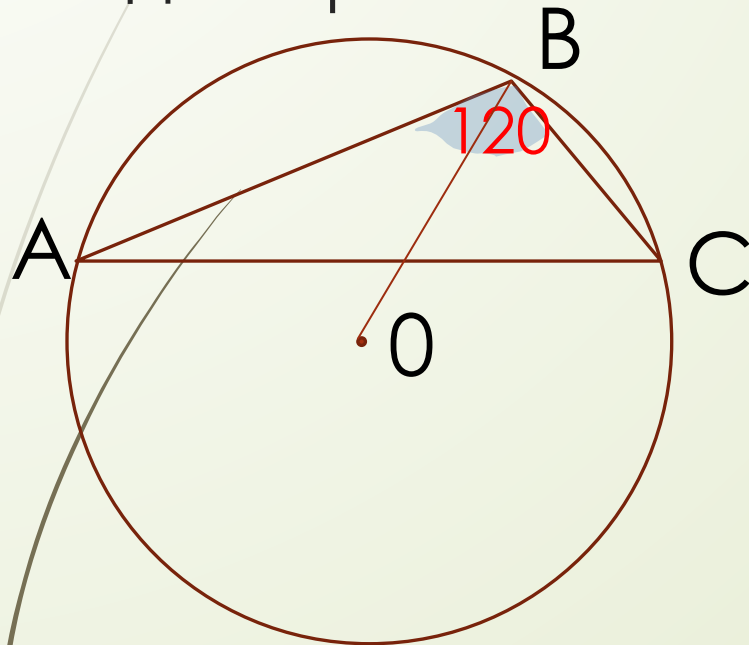
Центр описанной около п/у треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.  $d = AC$

$$\sin A = BC/AC$$

$$3/7 = 15/AC$$

$$AC = 35$$

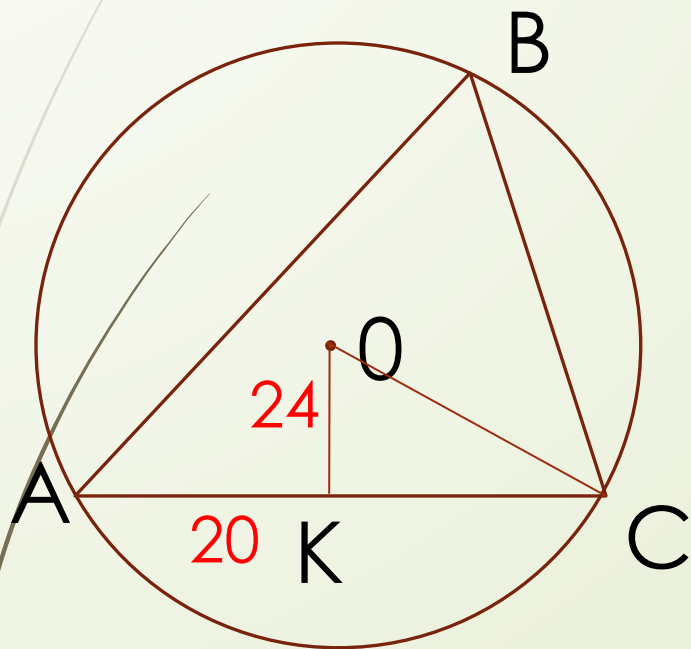
Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен  $120^\circ$ , а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно  $18$  см.



Т.к. в вписанном треугольнике тупой угол, то этот треугольник лежит по одну сторону от центра окружности.

$$OB = r = 18$$

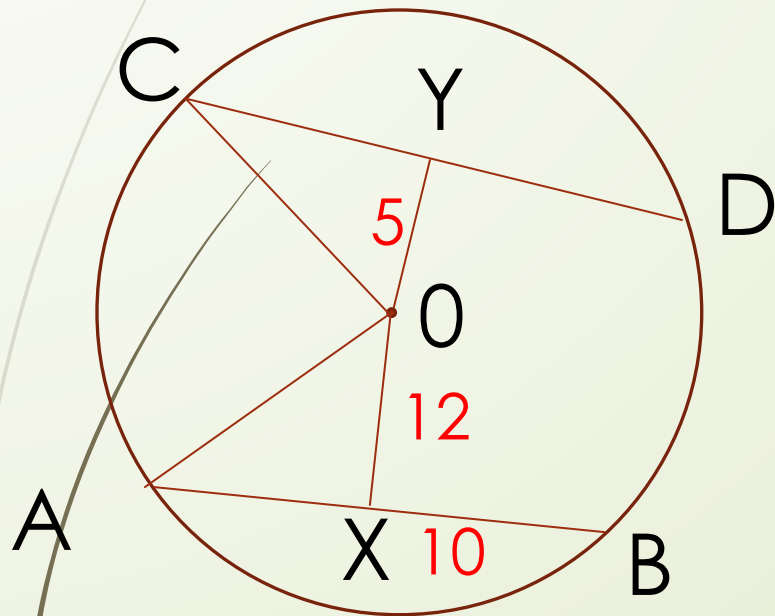
Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, если одна из сторон треугольника равна 20 см, а расстояние от центра окружности до этой стороны равно 24 см.



Т.к.  $OK \perp AC$ , то  
 $AK = KC = 10$   
по т. Пифагора

$$OC = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$$

Отрезки АВ и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD, если  $AB = 10$  см, а расстояния от центра окружности до хорд АВ и CD равны соответственно 12 см и 5 см.



$$OX = 12$$

по т. Пифагора

$$OA = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

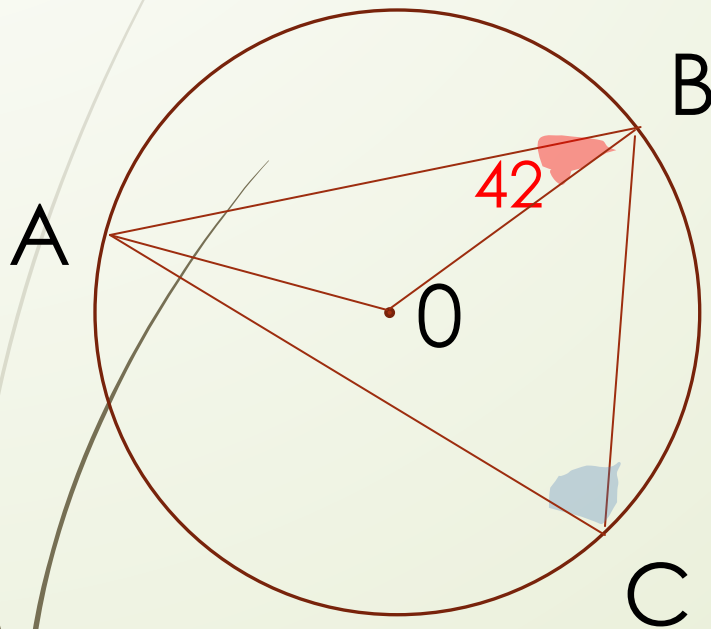
$$OA = OC = 13$$

по т. Пифагора

$$CY = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$CD = 24$$

Отрезки АВ и ВС являются хордами окружности с центром О. Найдите угол АСВ, если угол АВО равен 42.

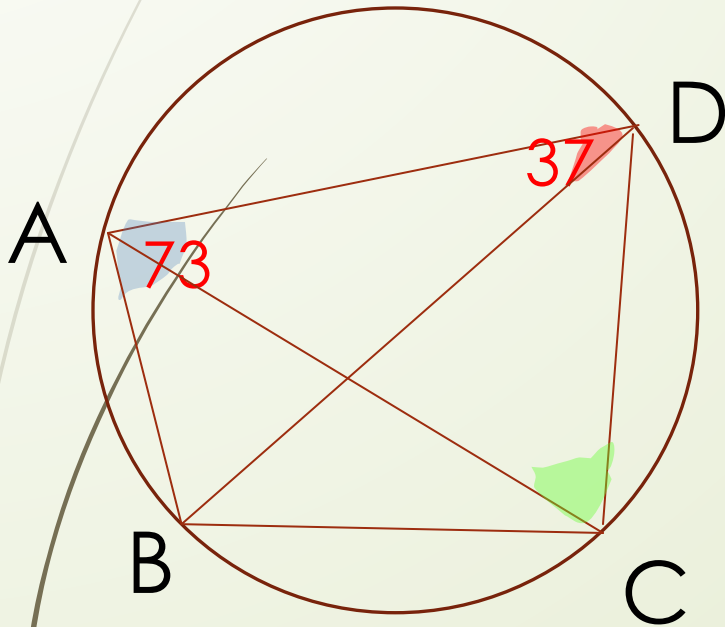


$\angle ACB$  – вписанный угол,  
 $\angle AOB$  –  
соответствующий ему  
центральный

$$\angle AOB = 180 - 42 \cdot 2 = 96$$

$$\angle AOB = 96 : 2 = 48$$

В окружность вписан четырехугольник ABCD. Найдите угол ACD, если углы BAD и ADB равны соответственно 73 и 37.



$$\begin{aligned} \triangle ABD: \angle ABD &= 180 - (73 + 37) = 70 \\ \angle ABD &= \angle ACD - \text{как} \\ &\text{вписанные углы,} \\ &\text{опирающиеся на одну дугу} \\ \angle ACD &= 70 \end{aligned}$$

Окружность с центром  $O$  касается сторон угла с вершиной  $A$ , величина которого равна  $40^\circ$ , в точках  $B$  и  $C$ .

Найдите углы треугольника  $BOC$ .

$\triangle AOB$  – п/у (радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной)

$\triangle AOB = \triangle AOC$  по катету и гипотенузе  
( $AO$  – общая,  $OB = OC = r$ )

$$\angle OAB = 20$$

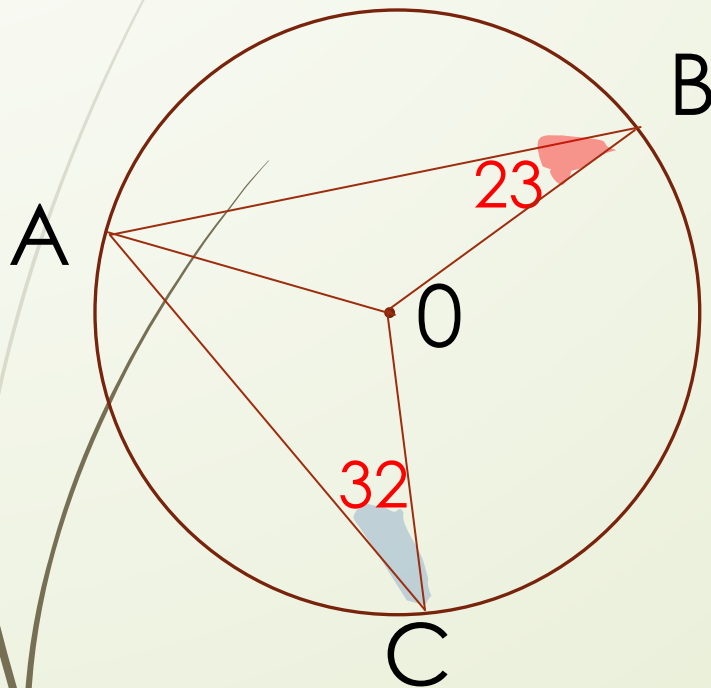
$$\angle BOA = 70$$

$$\angle BOC = 140$$

$$\angle OBC = \angle OCB = (180 - 140) : 2 = 20$$



Отрезки АВ и АС являются хордами окружности с центром О. Найдите угол ВАС, если известно, что он является острым и что углы АВО и АСО равны соответственно 23 и 32.



Угол ВАС – острый, значит его стороны лежат по разные стороны от центра окружности.

$\triangle AOB$  – равнобедренный

$$\angle OAB = 23$$

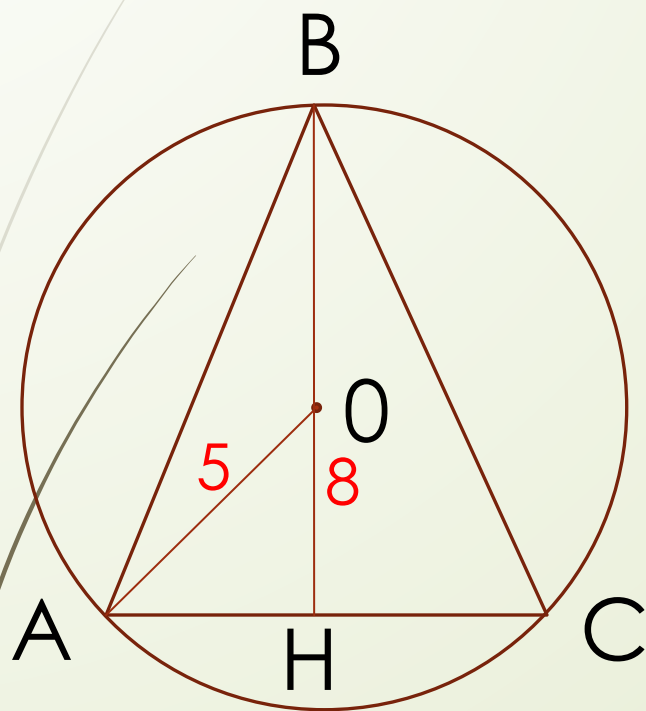
$\triangle AOC$  – равнобедренный

$$\angle OAC = 32$$

$$\angle BAC = 23 + 32 = 55$$



Радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника равен 5 см, а высота, проведенная к основанию, равна 8 см. Найдите площадь треугольника.



Т.к. треугольник р/б, то центр описанной окружности лежит на высоте, проведенной к основанию.

$$OA = OB = R = 5$$

$$OH = 8 - 5 = 3$$

по т. Пифагора

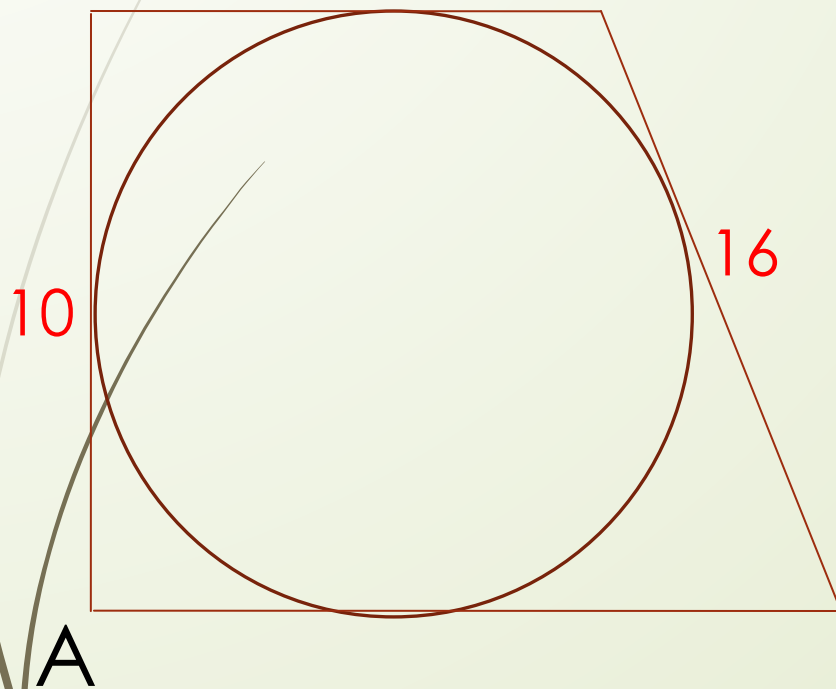
$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$AC = 8$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$$

Найдите площадь п/у трапеции, боковые стороны которой равны 10 см и 16 см, если известно, что в эту трапецию можно вписать

В окружность. С



Т.к. в трапецию можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон трапеции равны.

Т.к. трапеция – п/у, то  $AB = h$

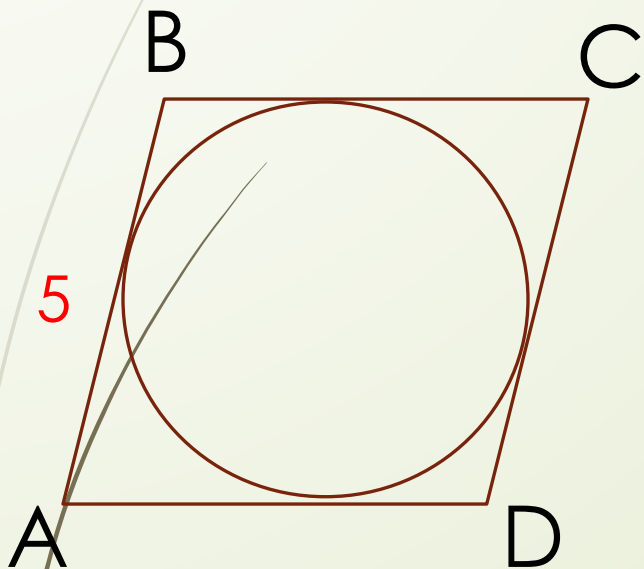
$$AB + CD = BC + AD = 26$$

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB$$

D

$$S = 130$$

В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 5 см.

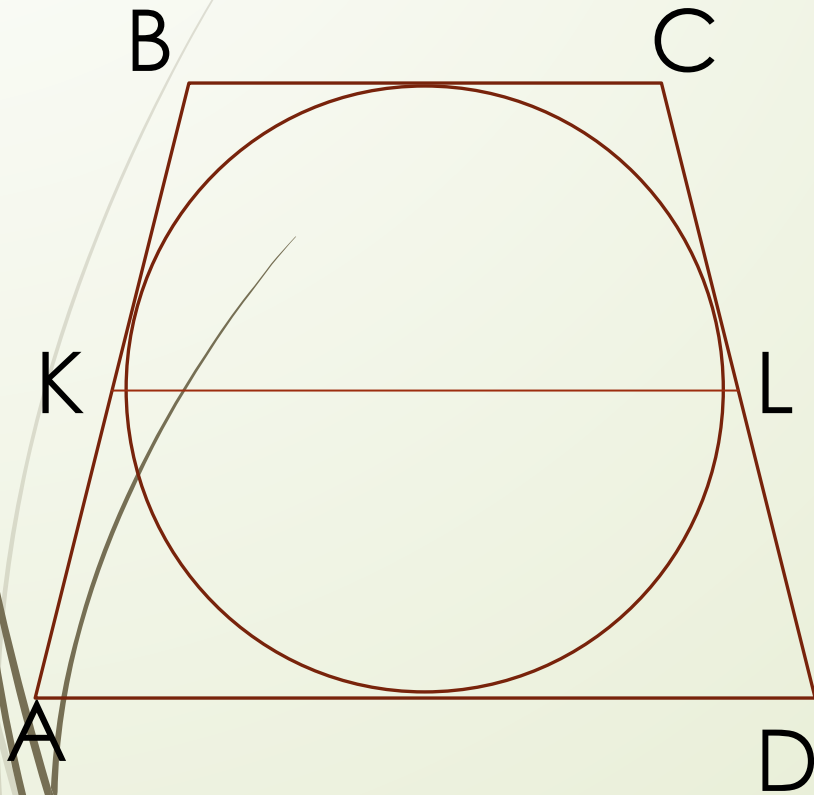


Т.к. в параллелограмм можно вписать окружность, он является ромбом.

$$P = 4a$$

$$P = 4 \cdot 5 = 20$$

В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 16 см, вписана окружность. Найдите среднюю линию трапеции.



Т.к. в трапецию можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон трапеции равны.

$$AB + CD = BC + AD = 16$$

$$KL = \frac{BC + AD}{2}$$

$$KL = 8$$