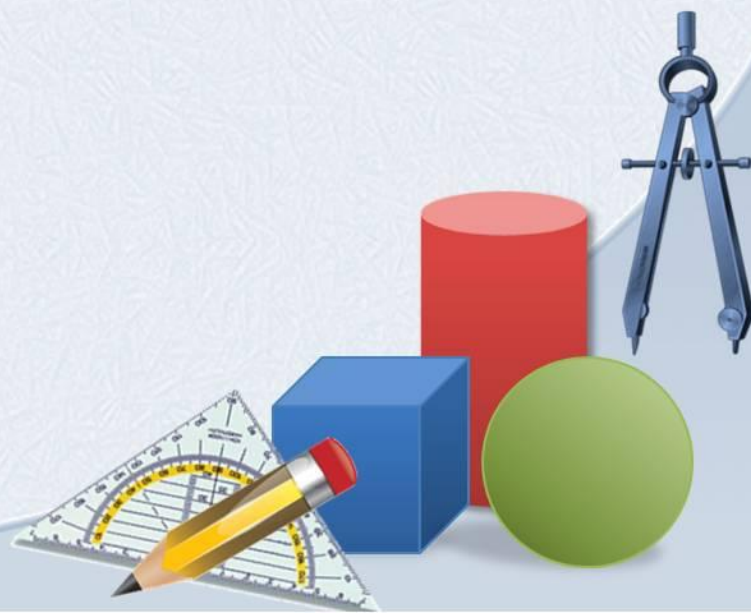


# «Площадь фигур»



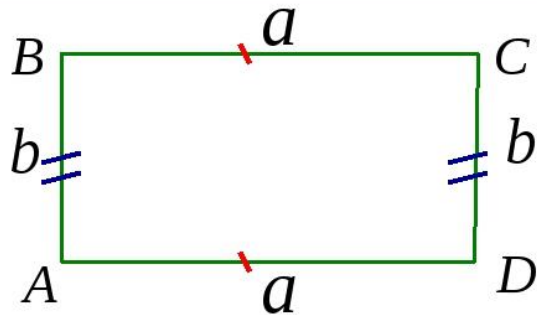
# Что такое площадь: определение

- **Площадь фигуры** - это часть плоскости, ограниченная замкнутой кривой или ломаной линией. Обозначается эта величина буквой  $S$ .
- У разных фигур разные формулы для нахождения их площади.



# Прямоугольник

- Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон:



$$S_{ABCD} = ab \text{ — формула}$$

$S$  — площадь

$a$  — длина прямоугольника

$b$  — ширина прямоугольника

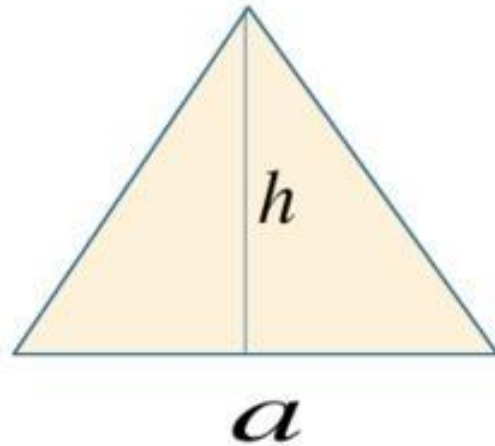




# Треугольник

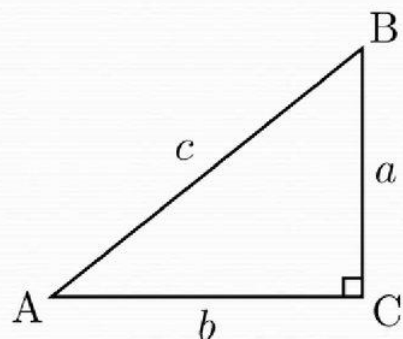
- Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

$$S = \frac{1}{2} ah$$

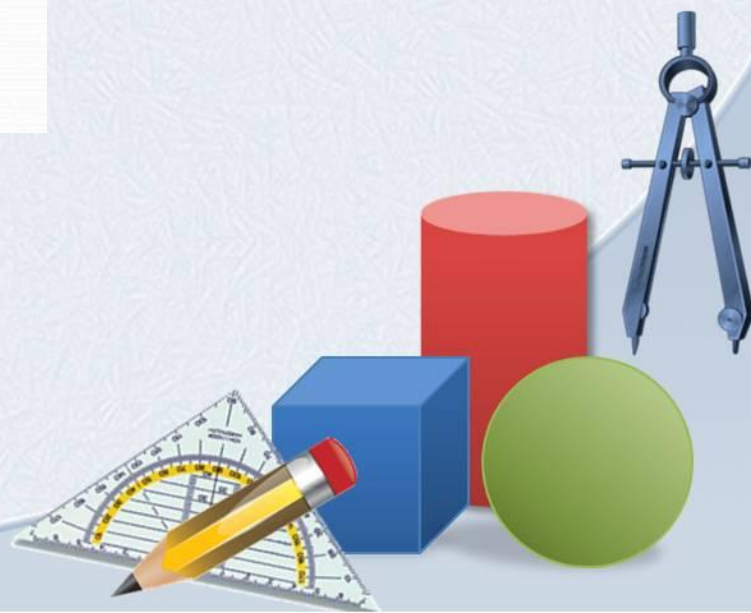


# Прямоугольный треугольник

- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

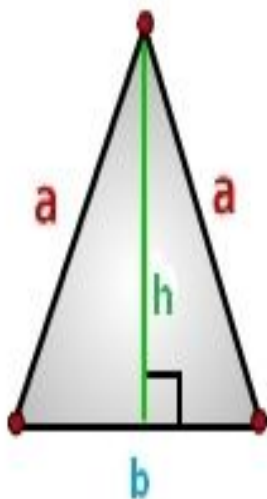


$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$



# Равнобедренный треугольник

- Площадь равнобедренного треугольника равняется произведению высоты на половину длины основания.

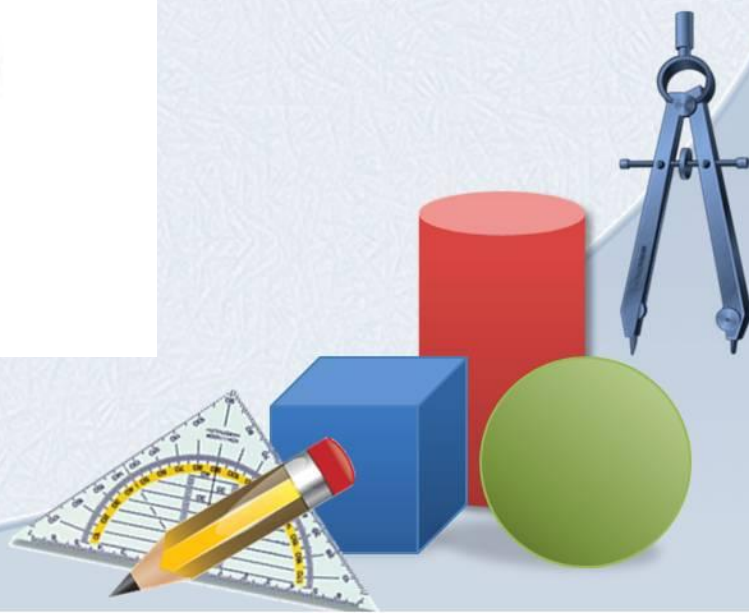


**b** - основание треугольника

**a** - равные стороны

**h** - высота

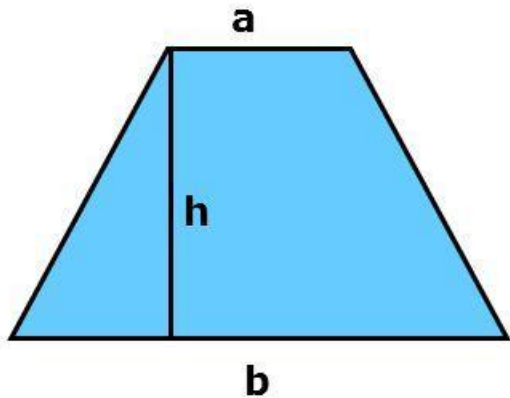
$$S = \frac{1}{2}bh$$





# Трапеция

- Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

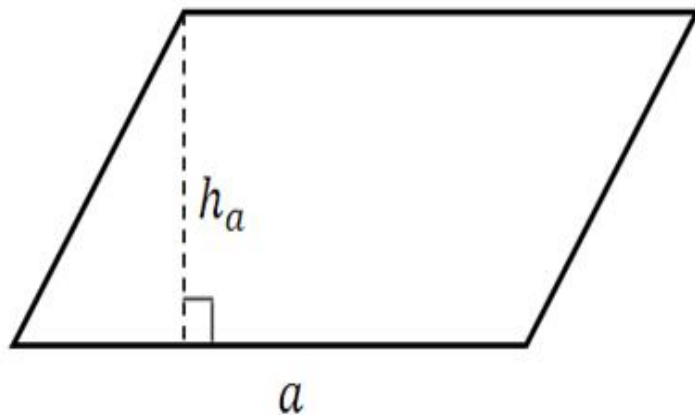


$$S = \frac{a + b}{2} h$$



# Параллелограмм

- Площадь параллелограмма равна произведению основания и высоты опущенной на это основание.



$$S = a \cdot h_a$$





# Практическая часть



# Квадрат

## Задание № 1

Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.

**Решение:** Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

**Ответ:** 100.





## Задание № 2

Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

**Решение:** Периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон. Таким образом, сторона квадрата равна 10. Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

**Ответ:** 100.





### Задание № 3

Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь квадрата.

**Решение:** Все стороны квадрата равны, поэтому сторона длинны стороны квадрата равна  $160/4 = 40$ . Найдем площадь квадрата как квадрат его стороны:  $S=40*40=1600$ .

**Ответ:** 1600.



# Прямоугольник

## Задание №1

В прямоугольнике одна сторона равна 10, другая сторона 12. Найдите площадь прямоугольника.

**Решение:** Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, поэтому она равна 120.

**Ответ:** 120.





## Задание №2

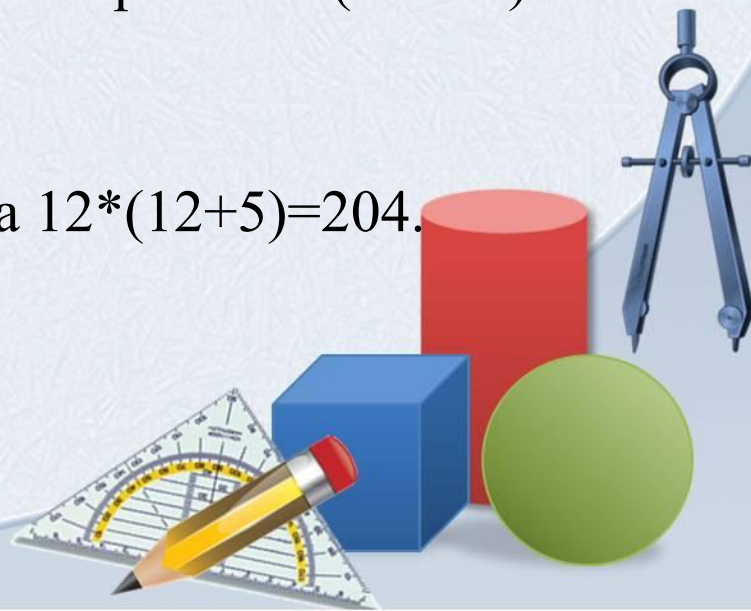
Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна сторона на 5 больше другой.

**Решение:** Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть  $x$  — меньшая сторона прямоугольника, тогда другая сторона равна  $x+5$ .

Следовательно, периметр прямоугольника равен  $2*(x+x+5)=58$   
откуда  $4x=48$ , следовательно  $x=12$ .

Поэтому площадь прямоугольника равна  $12*(12+5)=204$ .

**Ответ:** 204.





### Задание №3.

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

**Решение:** Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть  $x$  — меньшая сторона прямоугольника. Тогда периметр прямоугольника равен  $2 \cdot (x + (x + 2)) = 44$ , откуда  $2x = 22 - 2$ , следовательно  $x = 10$ . Поэтому площадь прямоугольника равна  $10 \cdot 12 = 120$ .

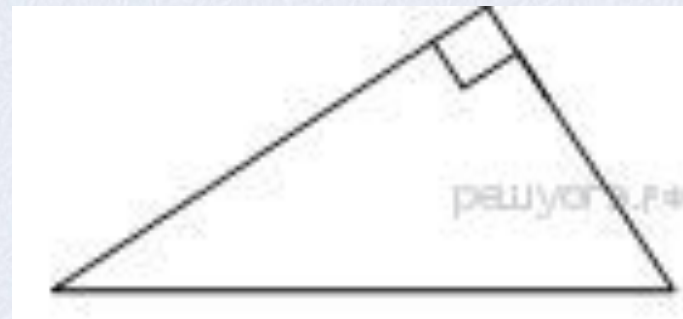
**Ответ:** 120.



# Прямоугольный треугольник

## Задание №1.

Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.



**Решение:** Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

Таким образом:  $S = 1/2 * 4 * 9 = 18$ .

**Ответ:** 18.





## Задание №2.

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.

**Решение:** Так как в прямоугольном треугольнике один из углов равен  $45^\circ$ , то такой треугольник является равнобедренным.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов. Таким образом:

$$S = 1/2 * 10 * 10 = 50.$$

**Ответ:** 50.





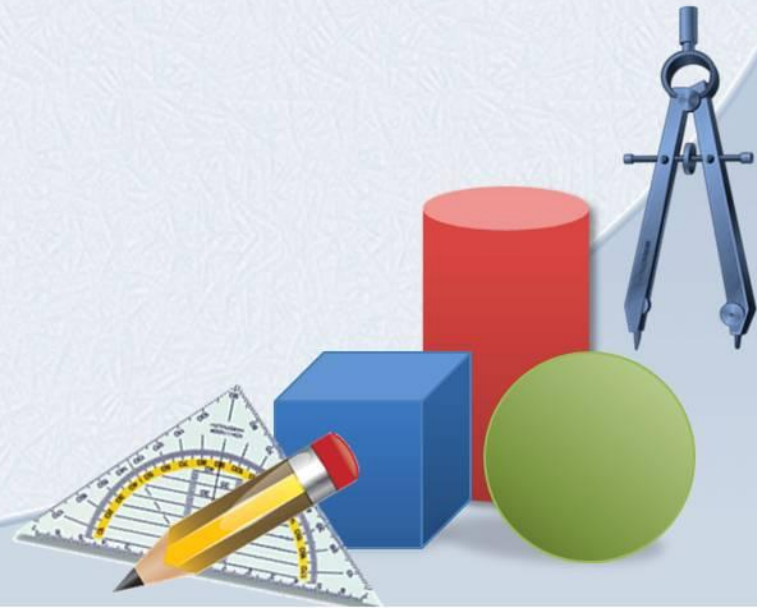
### Задание № 3.

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.

**Решение:** Сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ , поэтому второй острый угол равен  $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ . Оба острых угла равны, следовательно, данный треугольник — равнобедренный, откуда получаем, что второй катет равен 4. Площадь прямоугольного треугольника можно найти как половину произведения катетов:

$$S = 1/2 * 4 * 4 = 8. [\text{ОБВ}]$$

**Ответ:** 8.



# Равнобедренный треугольник

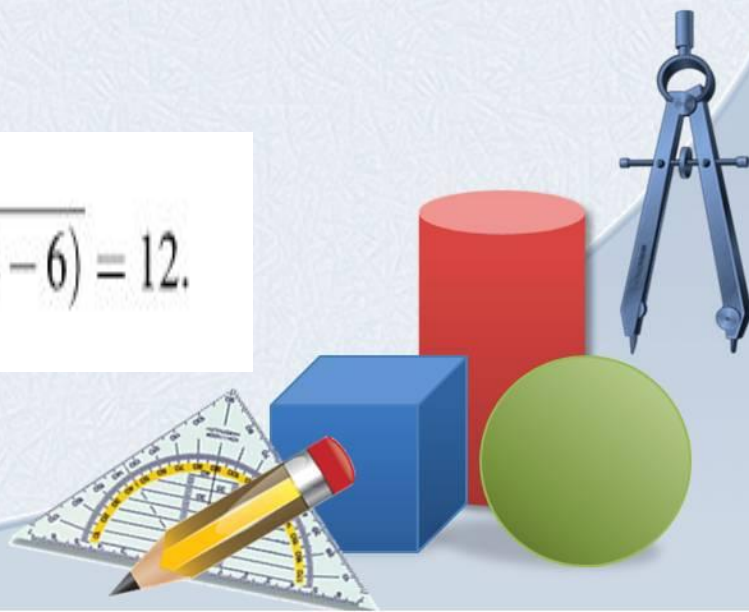
## Задание №1.

Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.

**Решение:** Так как боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, его основание равно 6, а полупериметр:  $16/2=8$ , по формуле Герона имеем:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8(8-5)(8-5)(8-6)} = 12.$$

**Ответ:** 12.





## Задание №2.

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

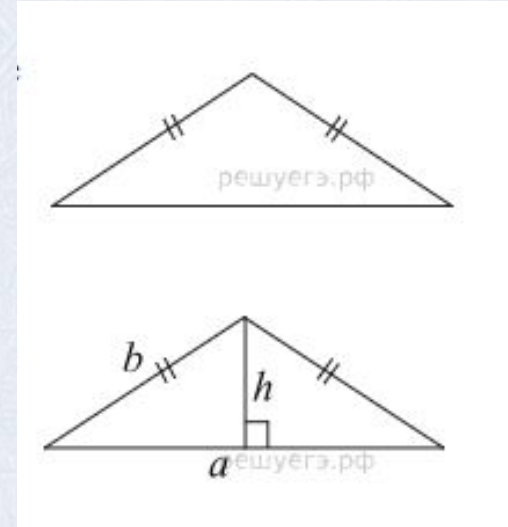
**Решение:** Пусть  $a$  — длина основания равнобедренного треугольника,  $b$  — длина боковой стороны равнобедренного треугольника,  $h$  — высота, проведенная к основанию. Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, также является его биссектрисой и медианой. Из прямоугольного треугольника найдём высоту по теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{2^2(17^2 - 15^2)} = 2 \cdot \sqrt{64} = 16.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

$$S = 1/2 * ah = 1/2 * 60 * 16 = 480$$

**Ответ:** 480.





### Задание № 3.

Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона — 78. Найдите площадь треугольника.

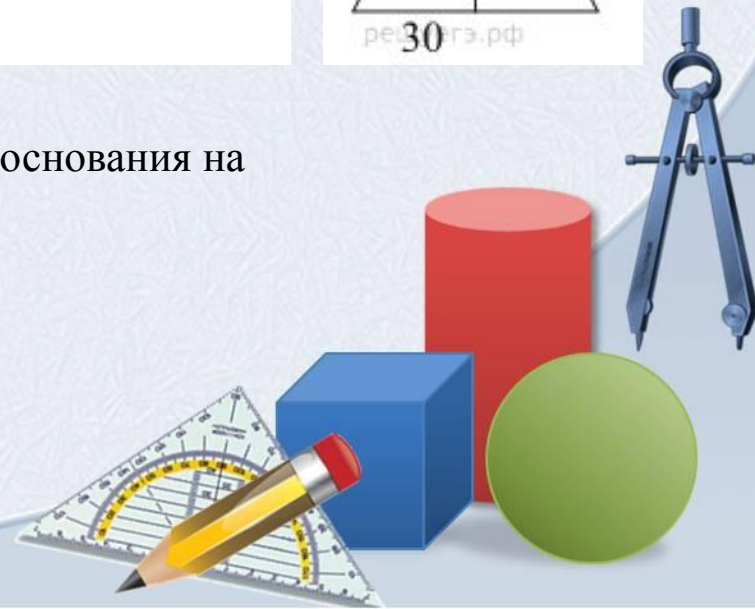
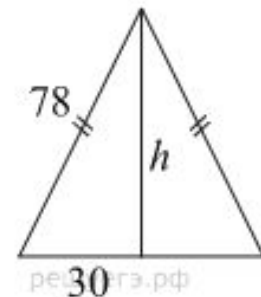
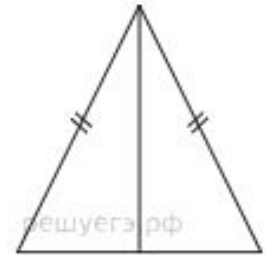
**Решение:** Периметр треугольника равен сумме длин его сторон, поэтому длина основания равна  $216 - 78 - 78 = 60$ . Высота <sup>[ОВ]</sup> проведённая к основанию равнобедренного треугольника, также является его биссектрисой и медианой, поэтому (см. рис.) имеем:

$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{78^2 - 30^2} = \sqrt{6^2(13^2 - 5^2)} = 6 \cdot \sqrt{144} = 72.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

$$S = 1/2 * 60 * 72 = 2160.$$

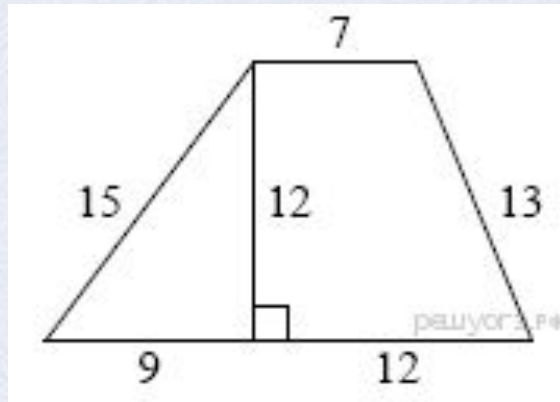
**Ответ:** 2160.



# Трапеция

## Задание №1.

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



**Решение:** Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S = (1/2 * (7 + 9 + 12)) * 12 = 168$$

**Ответ:** 168.





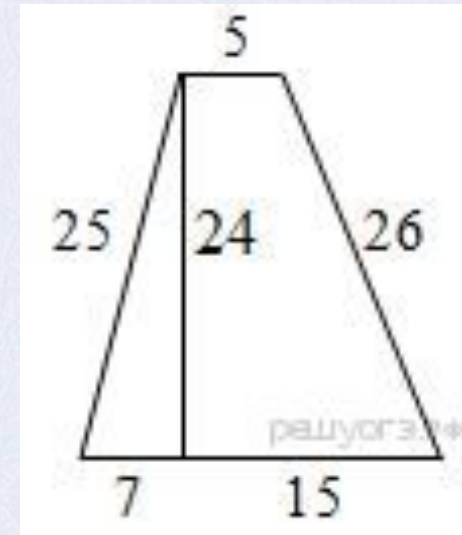
## Задание №2.

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

**Решение:** Площадь трапеции вычисляется по формуле  $S = ((a+b)/2)*h$ , где  $a$  и  $b$  – основания, а  $h$  – высота трапеции.

$$S = ((5+7+15)/2)*24 = 324.$$

**Ответ:** 324.



### Задание №3.

Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

### Решение:

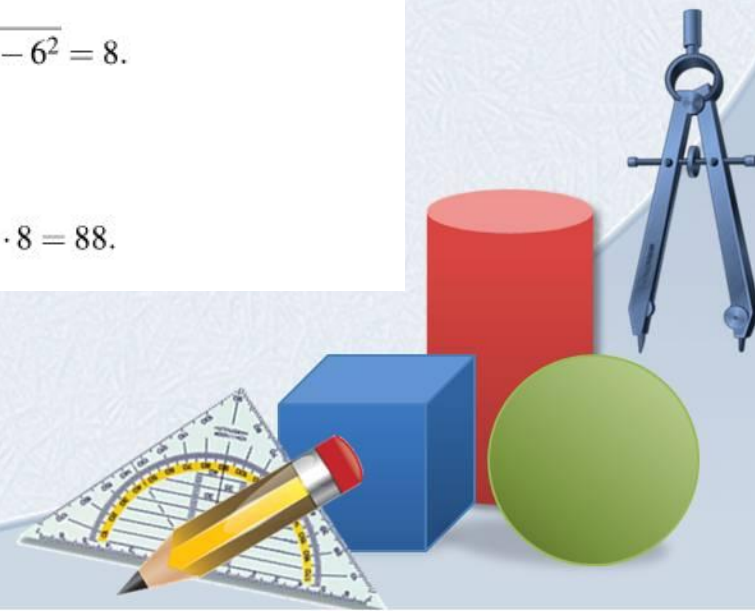
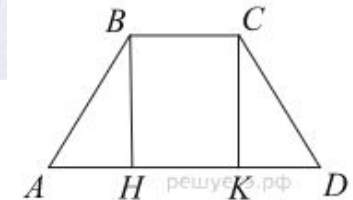
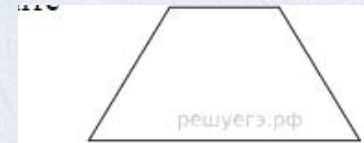
Проведём высоты в трапеции и введём обозначения как показано на рисунке. В четырёхугольнике  $HBCK$   $BC \parallel HK$  и  $BH \parallel CK$ , следовательно, он параллелограмм. Угол  $BHK = 90^\circ$ , значит,  $HBCK$  — прямоугольник, откуда  $BH = CK$  и  $BC = HK = 5$ . Поскольку трапеция равнобедренная, углы  $BAH$  и  $CDK$  равны. Треугольники  $ABH$  и  $CDK$  прямоугольные,  $BH = CK$ ,  $\angle BAH = \angle CDK$ , следовательно, эти треугольники равны, откуда  $AH = KD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{17 - 5}{2} = 6$ . Из треугольника  $ABH$  по теореме Пифагора найдём высоту  $BH$ :

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Найдём площадь трапеции:

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = \frac{5 + 17}{2} \cdot 8 = 88.$$

**Ответ: 88.**





# Треугольники общего вида

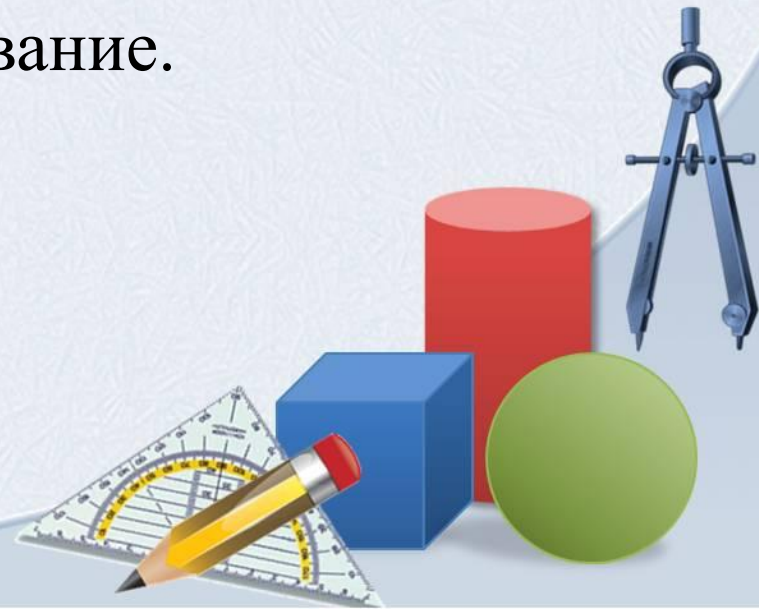
## Задание №1.

В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота — 5. Найдите площадь треугольника.

**Решение:** Площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание.

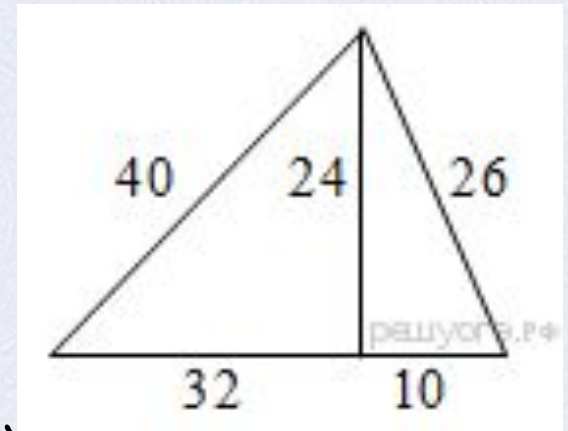
Таким образом:  $S = 1/2 * 10 * 5 = 25$

**Ответ:** 25.



## Задание №2.

Найдите площадь треугольника,  
изображённого на рисунке.



**Решение:** Площадь треугольника можно найти  
как половину произведения основания на  
высоту:

$$S = 1/2 * a * h = 1/2 * (32 + 10) * 24 = 504.$$

**Ответ:** 504.





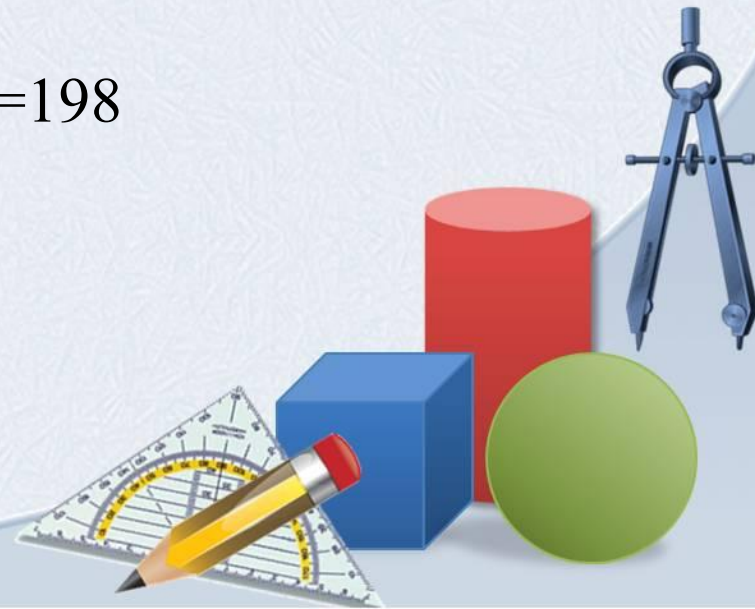
### Задание №3.

Сторона треугольника равна 12, а высота, проведённая к этой стороне, равна 33. Найдите площадь этого треугольника.

**Решение:** Площадь треугольника равна полупроизведению стороны треугольника на высоту, проведенную к этой стороне:

$$S = 1/2 * 12 * 33 = 198$$

**Ответ:** 198.



# Параллелограмм

**Задание №1.**

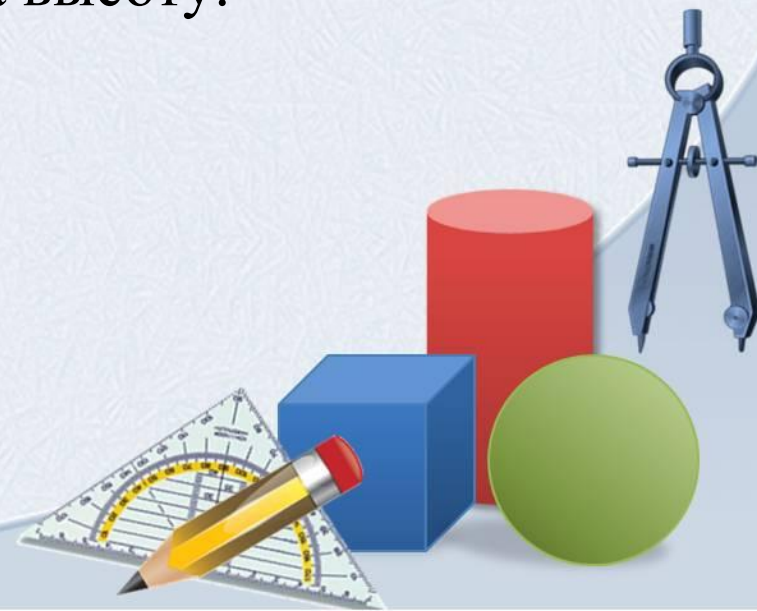
Найдите площадь параллелограмма,  
изображённого на рисунке.



**Решение:** Площадь параллелограмма равна  
произведению длины основания на высоту:

$$S=(3+7)*4=40$$

**Ответ:** 40.

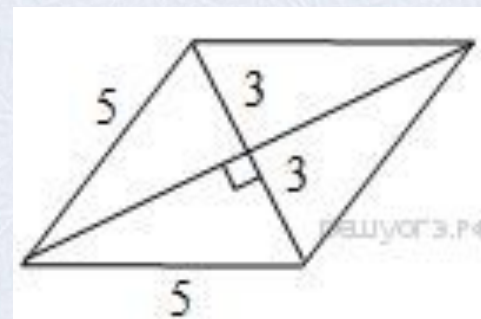




## Задание №2.

Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6.

Найдите площадь ромба.



## Решение:

Диагонали ромба пересекаются под углом  $90^\circ$  и точкой пересечения делятся пополам. Из прямоугольного треугольника, катетами которого являются половины диагоналей ромба, а гипотенузой — сторона ромба, по теореме Пифагора найдем половину неизвестной диагонали:  $\sqrt{25 - 9} = 4$ . Тогда вся неизвестная диагональ равна 8.

Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

$$\frac{1}{2} * 8 * 6 = 24$$

**Ответ:** 24.



### Задание №3.

Периметр ромба равен 40, а один из углов равен  $30^\circ$ .

Найдите площадь ромба.

**Решение:** Периметр ромба равен сумме длин всех его сторон. Так как все стороны равны, сторона ромба равна 10. Площадь ромба равна произведению сторон на синус угла между ними. Таким образом,

$$S=10*10*1/2=50$$

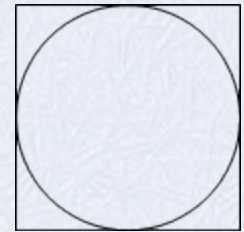
**Ответ:** 50.



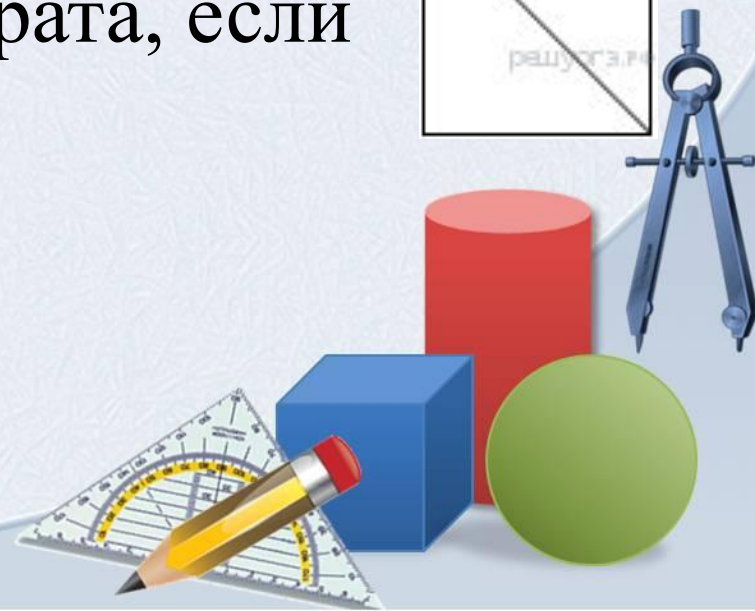


# Задания для самостоятельной проверки знаний

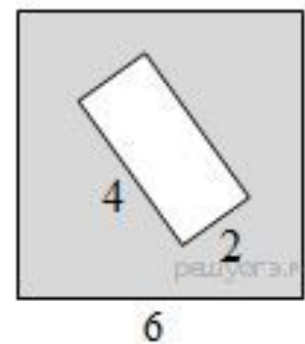
**№1.** Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.



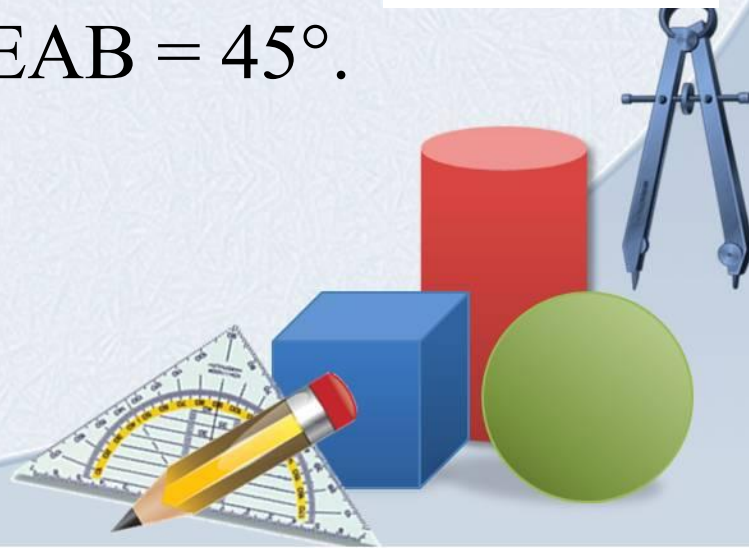
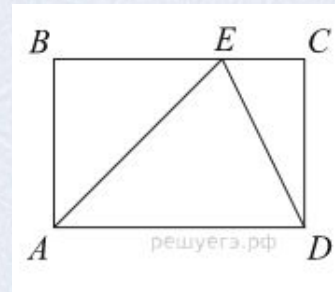
**№ 2.** Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.



**№ 3.** Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.



**№ 4.** На стороне  $BC$  прямоугольника  $ABCD$ , у которого  $AB = 12$  и  $AD = 17$ , отмечена точка  $E$  так, что  $\angle EAB = 45^\circ$ . Найдите  $ED$ .



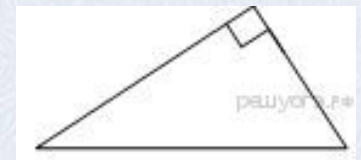


**№ 5.** В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100.

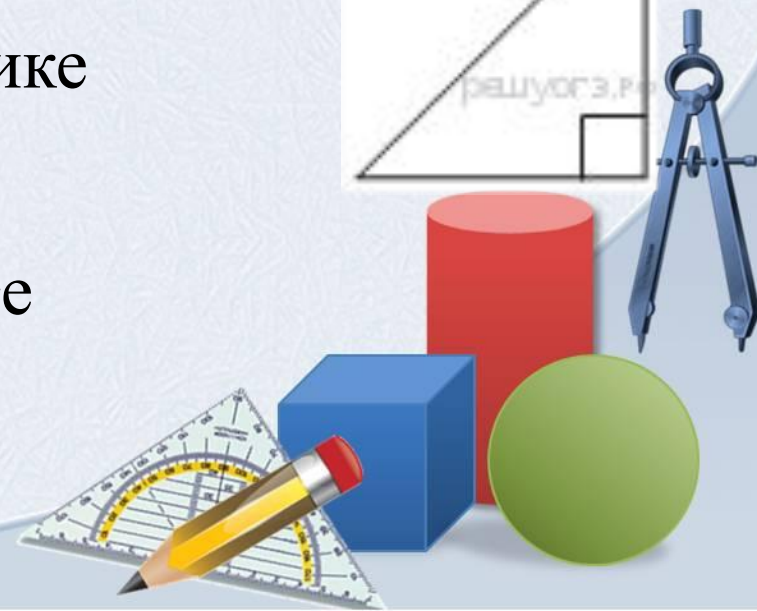
Найдите площадь прямоугольника.



**№ 6.** Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.

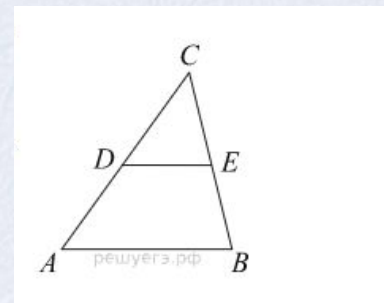


**№ 7.** В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.



**№ 8.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

**№ 9.** В треугольнике  $ABC$  отрезок  $DE$  — средняя линия. Площадь треугольника  $CDE$  равна 97. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



**№ 10.** Периметр ромба равен 116, а один из углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь ромба.

**№ 11.** Радиус круга равен 3, а длина ограничивающей его окружности равна  $6\pi$ . Найдите площадь круга. В ответ запишите площадь, деленную на  $\pi$ .

