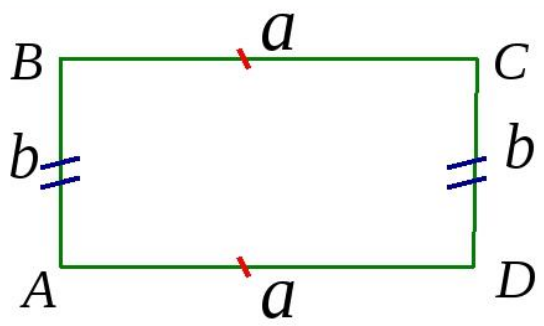
«Площадь фигур»

Что такое площадь: определение

- **Площадь фигуры** - это часть плоскости, ограниченная замкнутой кривой или ломаной линией. Обозначается эта величина буквой **S**.
- У разных фигур разные формулы для нахождения их площади.

Прямоугольник

- Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон:



$$S_{ABCD} = ab \ - формула$$

S – площадь

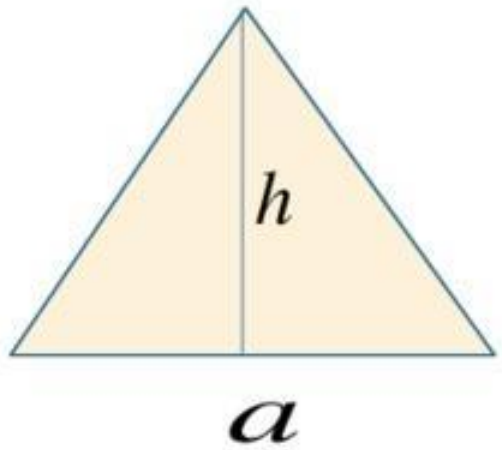
a – длина прямоугольника

b – ширина прямоугольника

Треугольник

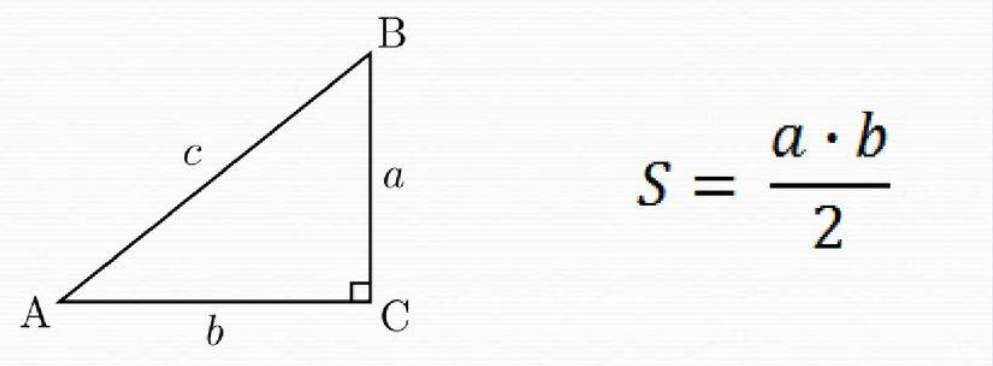
- Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

$$S = \frac{1}{2}ah$$



Прямоугольный треугольник

- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

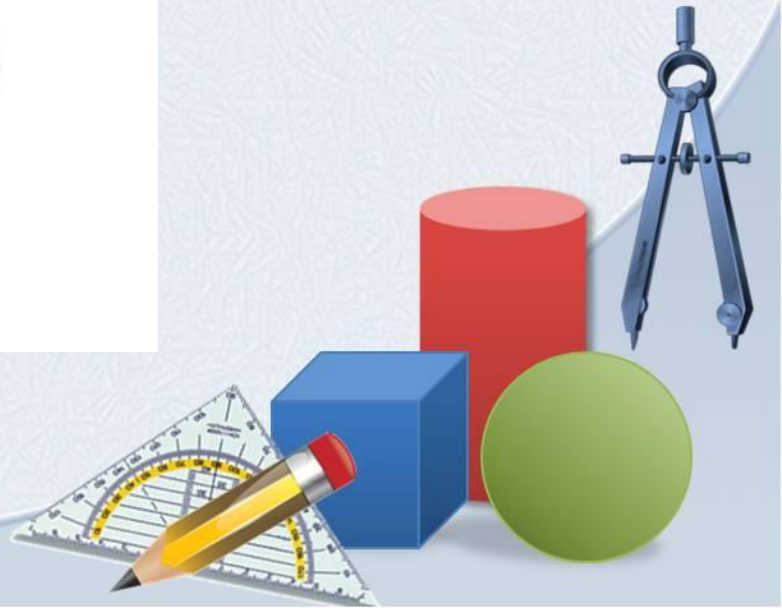


$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$

Равнобедренный треугольник

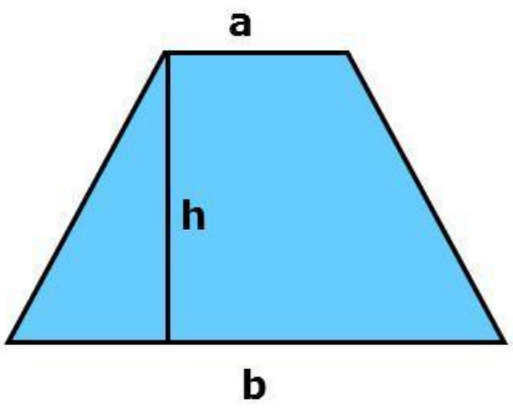
- Площадь равнобедренного треугольника равняется произведению высоты на половину длины основания.

$$S = \frac{1}{2}bh$$



Трапеция

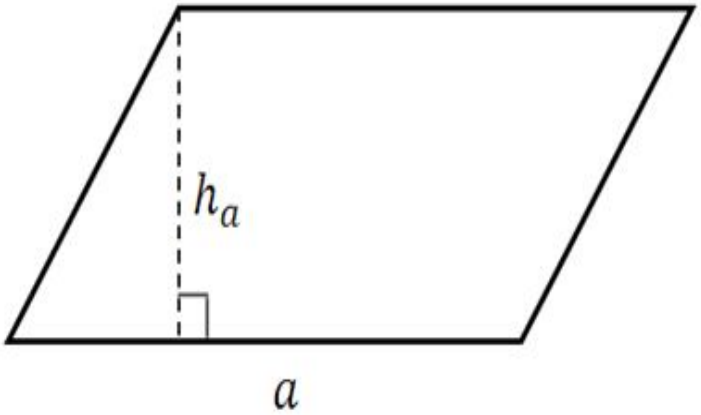
- Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.



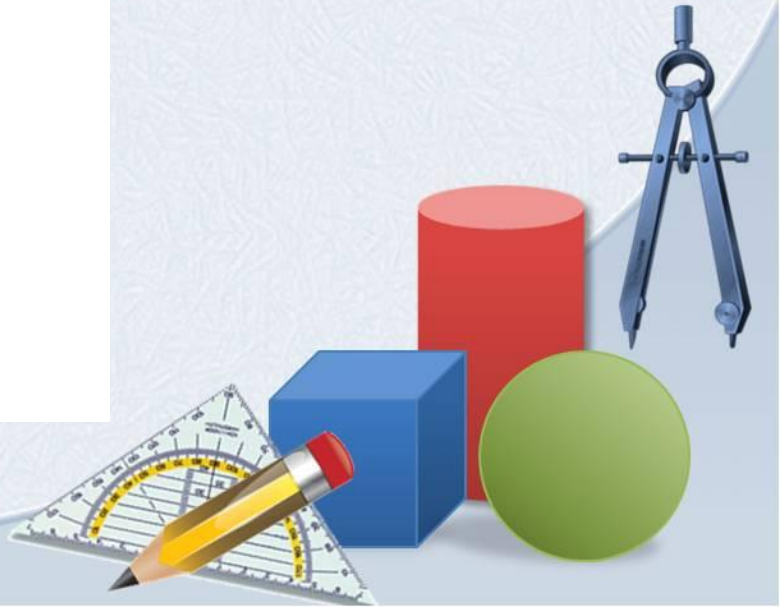
$$S = \frac{a+b}{2}h$$

Параллелограмм

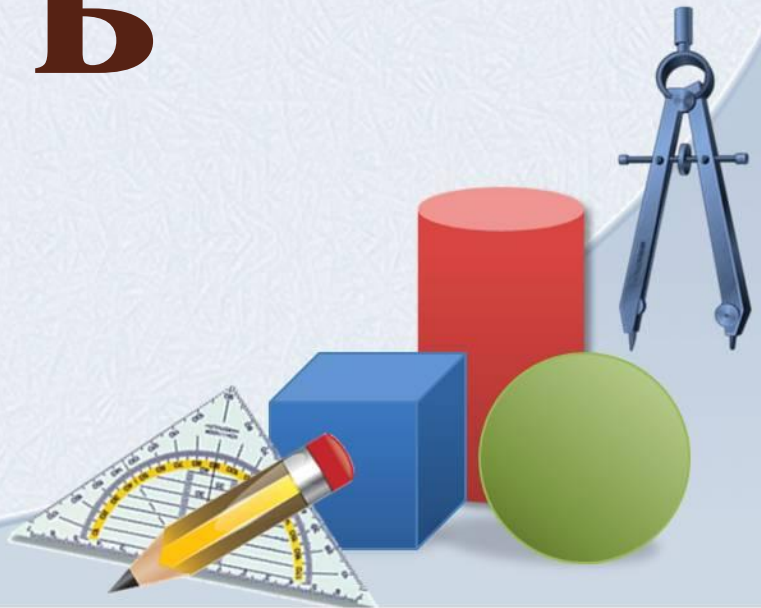
- Площадь параллелограмма равна произведению основания и высоты опущенной на это основание.



$$S = a \cdot h_a$$



Практическая часть



Квадрат

Задание № 1

Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.

Решение: Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

Ответ: 100.

Задание № 2

Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

Решение: Периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон. Таким образом, сторона квадрата равна 10. Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

Ответ: 100.

Задание № 3

Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь квадрата.

Решение: Все стороны квадрата равны, поэтому сторона длинны стороны квадрата равна 160/4 = 40. Найдем площадь квадрата как квадрат его стороны: S=40*40=1600.

Ответ: 1600.

Прямоугольник

Задание №1

В прямоугольнике одна сторона равна 10, ругая сторона 12. Найдите площадь прямоугольника.

Решение: Площадь треугольника равна произведению его смежных сторон, поэтому она равна 120.

Ответ: 120.

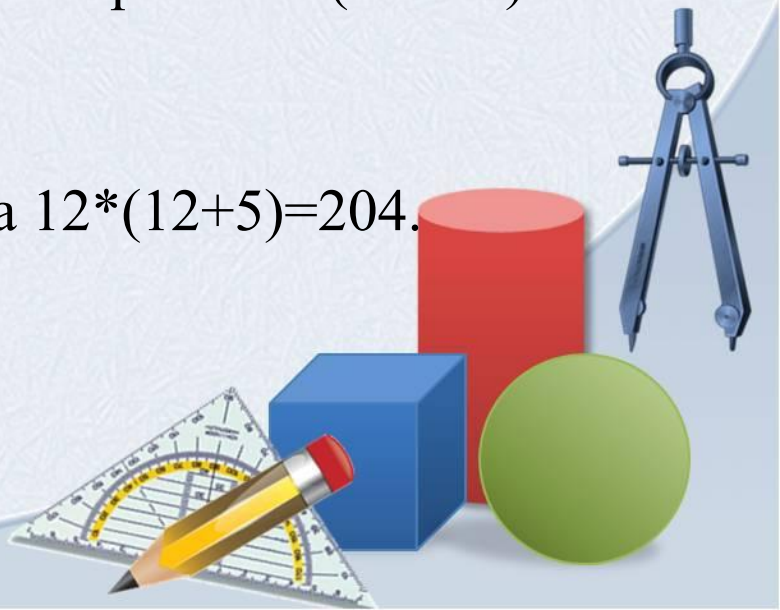
Задание №2

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна сторона на 5 больше другой.

Решение: Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть x — меньшая сторона прямоугольника, тогда другая сторона равна x+5. Следовательно, периметр прямоугольника равен 2*(x+x+5)=58 откуда 4x=48, следовательно x=12.

Поэтому площадь прямоугольника равна 12*(12+5)=204.

Ответ: 204.



Задание №3.

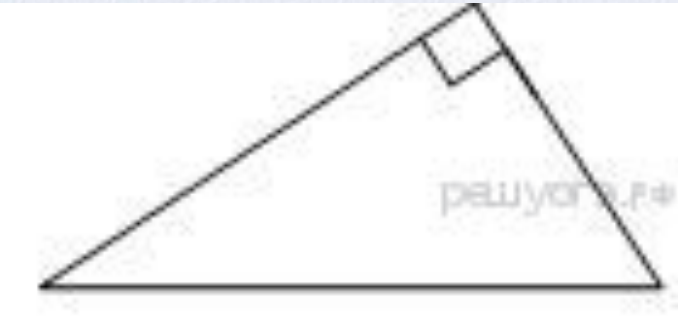
Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

Решение: Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть x — меньшая сторона прямоугольника. Тогда периметр прямоугольника равен 2*(x+(x+2))=44, откуда 2x=22-2, следовательно x=10. Поэтому площадь прямоугольника равна 10*12=120.

Ответ: 120.

Прямоугольный треугольник

Задание №1.

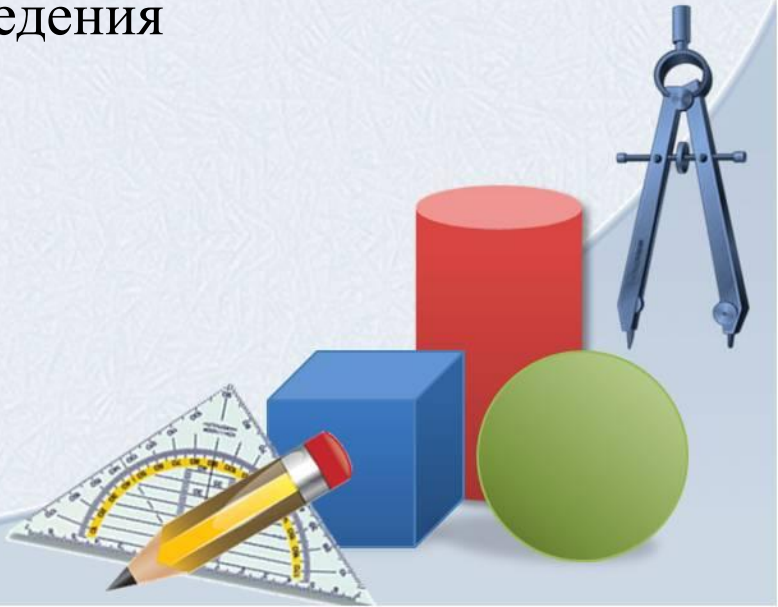


Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.

Решение: Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

Таким образом: S=1/2*4*9=18.

Ответ: 18.



Задание №2.

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 45°. Найдите площадь треугольника.

Решение: Так как в прямоугольном треугольнике один из углов равен 45°, то такой треугольник является равнобедренным. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов. Таким образом:

$S=1/2*10*10=50.$

Ответ: 50.

Задание № 3.

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен 45°. Найдите площадь треугольника.

Решение: Сумма углов в треугольнике равна 180°, поэтому второй острый угол равен 180° − 90° − 45° = 45°. Оба острых угла равны, следовательно, данный треугольник — равнобедренный, откуда получаем, что второй катет равен 4. Площадь прямоугольного треугольника можно найти как половину произведения катетов:

S=1/2*4*4=8.

Ответ: 8.

Равнобедренный треугольник

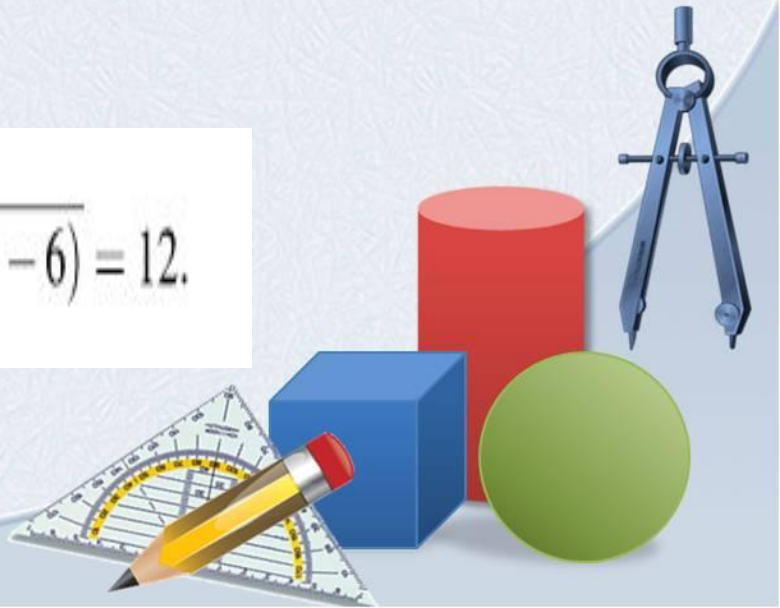
Задание №1.

Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.

Решение: Так как боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, его основание равно 6, а полупериметр: 16/2=8, по формуле Герона имеем:

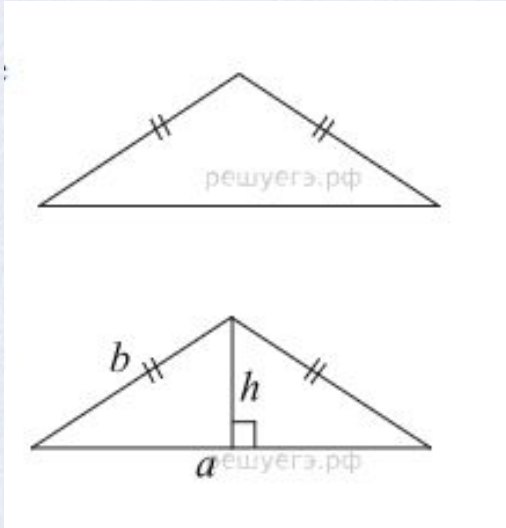
$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{8(8-5)(8-5)(8-6)}=12.$$

Ответ: 12.



Задание №2.

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.



Решение: Пусть **a** — длина основания равнобедренного треугольника, **b** — длина боковой стороны равнобедренного треугольника, **h** — высота, проведенная к основанию . Высота равнобедренного треугольника, проедённая к основанию, также является его биссектрисой и медианой. Из прямоугольного треугольника найдём высоту по теореме Пифагора:

$$h=\sqrt{b^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{34^2-30^2}=\sqrt{2^2(17^2-15^2)}=2\cdot\sqrt{64}=16.$$

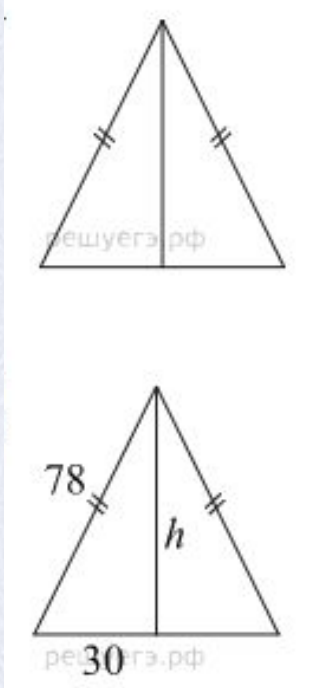
Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

S=1/2*ah=1/2*60*16=480

Ответ: 480.

Задание № 3.

Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона — 78. Найдите площадь треугольника.



Решение: Периметр треугольника равен сумме длин его сторон, поэтому длина основания равна 216 − 78 − 78 = 60. Высота проведённая к основанию равнобедренного треугольника, также является его биссектрисой и медианой, поэтому (см. рис.) имеем:

$$h=\sqrt{b^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{78^2-30^2}=\sqrt{6^2(13^2-5^2)}=6\cdot\sqrt{144}=72.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

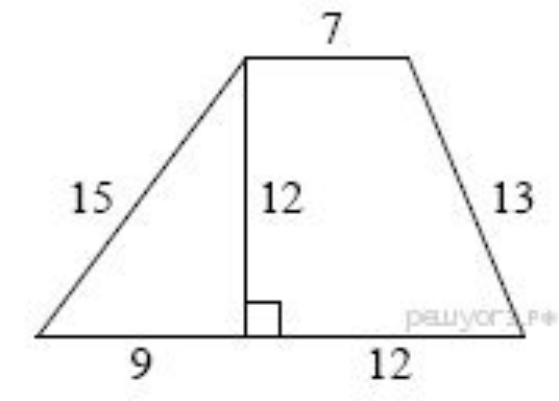
S=1/2*60*72=2160.

Ответ: 2160.

Трапеция

Задание №1.

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



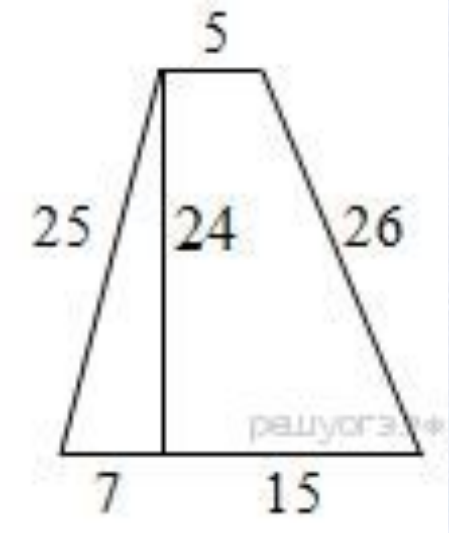
Решение: Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S=(1/2*(7+9+12))*12=168$$

Ответ: 168.

Задание №2.

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



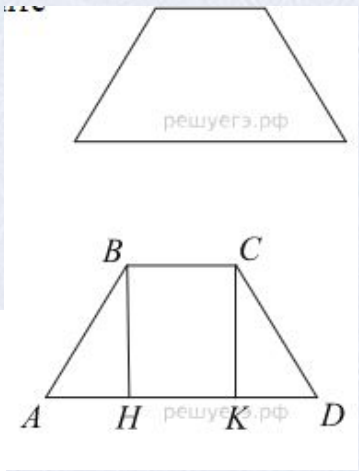
Решение: Площадь трапеции вычисляется по формуле S= ((a+b)/2)*h, где a и b – основания, а h – высота трапеции.

S=((5+7+15)/2)*24=324.

Ответ: 324.

Задание №3.

Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.



Решение:

Проведём высоты в трапеции и введём обозначения как показано на рисунке. В четырёхугольнике $HBCK$ $BC||HK$ и $BH||CK$, следовательно, он параллелограмм. Угол $BHK = 90^\circ$, значит, $HBCK$ — прямоугольник, откуда $BH = CK$ и $BC = HK = 5$. Поскольку трапеция равнобедренная, углы BAH и CDK равны. Треугольники ABH и CDK прямоугольные, $BH = CK$, $\angle BAH = \angle CDK$, следовательно, эти треугольники равны, откуда $AH = KD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{17-5}{2} = 6$. Из треугольника ABH по теореме Пифагора найдём высоту BH:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Найдём площадь трапеции:

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = \frac{5+17}{2} \cdot 8 = 88.$$

Ответ: 88.

Треугольники общего вида

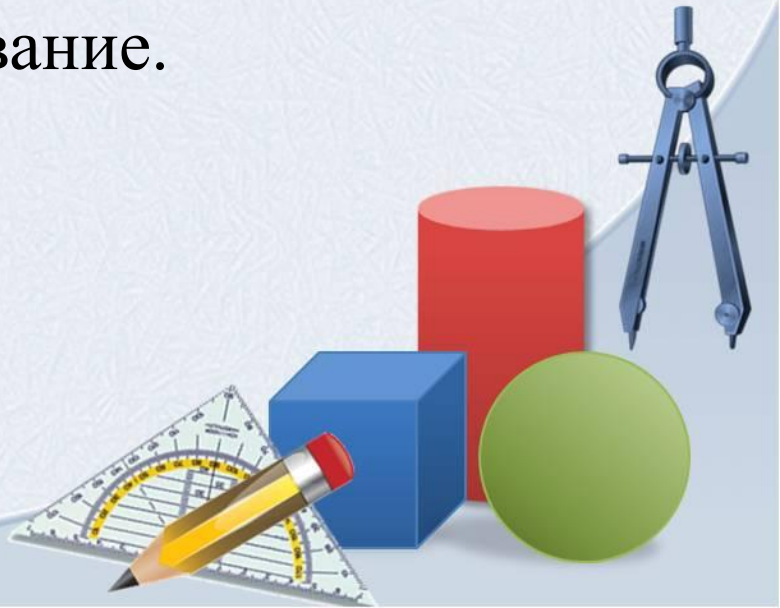
Задание №1.

В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота — 5. Найдите площадь треугольника.

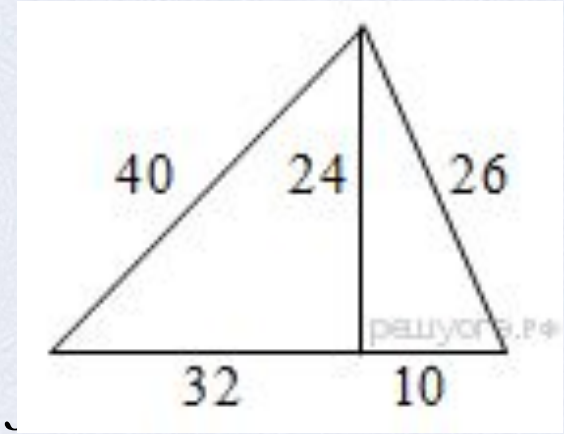
Решение: Площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание.

Таким образом: S=1/2*10*5=25

Ответ: 25.



Задание №2.



Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.

Решение: Площадь треугольника можно найти как половину произведения основания на высоту:

$$S=1/2*a*h=1/2*(32+10)*24=504.$$

Ответ: 504.

Задание №3.

Сторона треугольника равна 12, а высота, проведённая к этой стороне, равна 33. Найдите площадь этого треугольника.

Решение: Площадь треугольника равна полупроизведению стороны треугольника на высоту, проведенную к этой стороне:

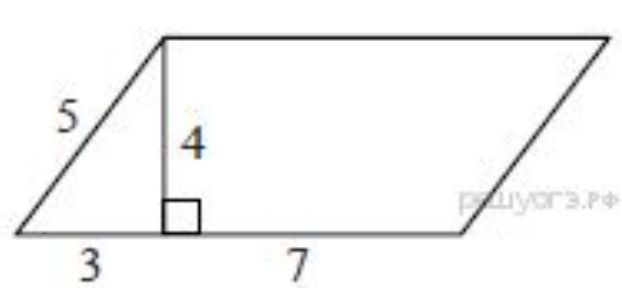
$$S=1/2*12*33=198$$

Ответ: 198.

Параллелограмм

Задание №1.

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Решение: Площадь параллелограмма равна произведению длины основания на высоту:

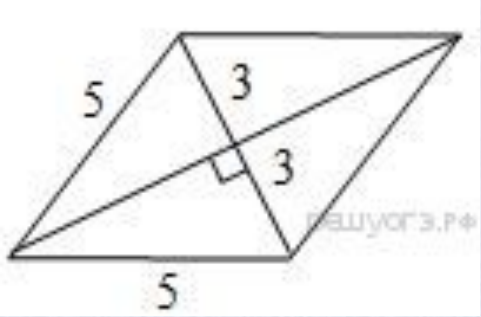
S=(3+7)*4=40

Ответ: 40.

Задание №2.

Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6.

Найдите площадь ромба.



Решение:

Диагонали ромба пересекаются под углом 90° и точкой пересечения делятся пополам. Из прямоугольного треугольника, катетами которого являются половины диагоналей ромба, а гипотенузой — сторона ромба, по теореме Пифагора найдем половину неизвестной диагонали: $\sqrt{25-9}=4$. Тогда вся неизвестная диагональ равна 8.

Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

$$\frac{1}{2}*8*6=24$$

Ответ: 24.

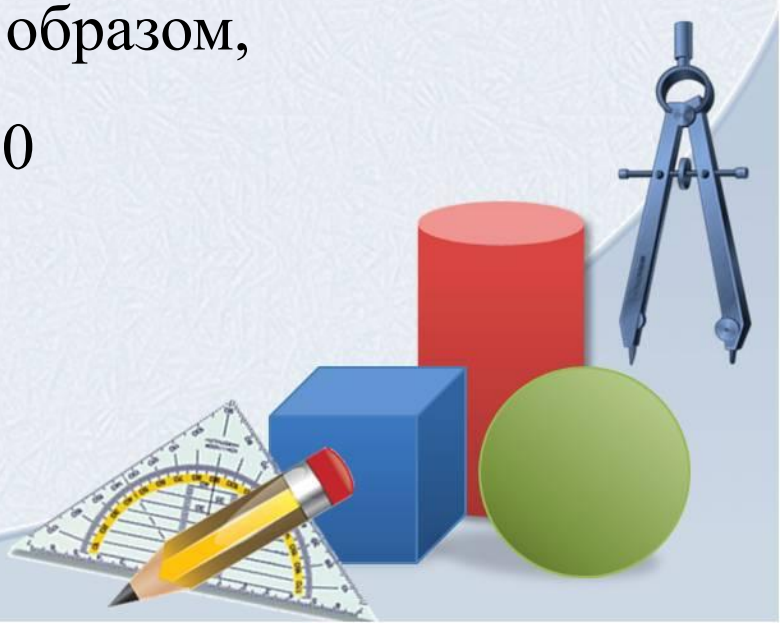
Задание №3.

Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

Решение: Периметр ромба равен сумме длин всех его сторон. Так как все стороны равны, сторона ромба равна 10. Площадь ромба равна произведению сторон на синус угла между ними. Таким образом,

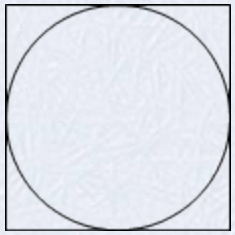
$$S=10*10*1/2=50$$

Ответ: 50.



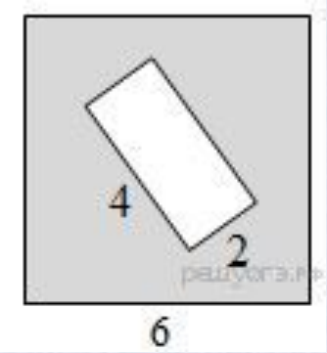
Задания для самостоятельной проверки знаний

№1. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.

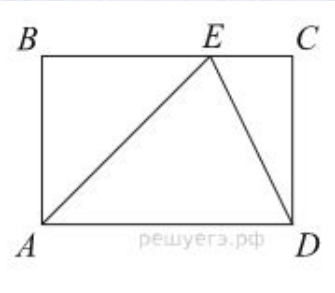


№ 2. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.

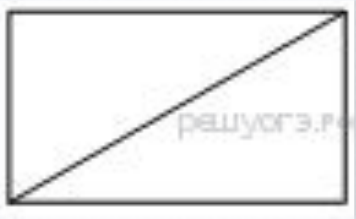
№ 3. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.



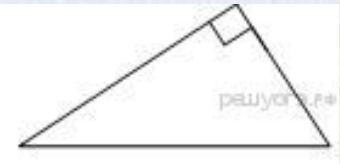
№ 4. На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого AB = 12 и AD = 17, отмечена точка E так, что $\angle EAB = 45°$. Найдите ED.



№ 5. В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100. Найдите площадь прямоугольника.



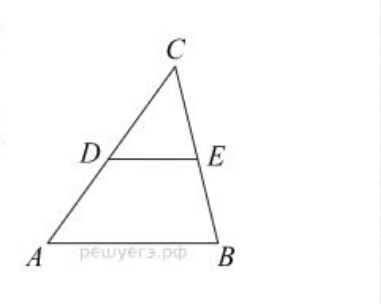
№ 6. Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.



№ 7. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен 45°. Найдите площадь треугольника.

№ 8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

№ 9. В треугольнике ABC отрезок DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 97. Найдите площадь треугольника ABC.



№ 10. Периметр ромба равен 116, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

№ 11. Радиус круга равен 3, а длина ограничивающей его окружности равна 6π. Найдите площадь круга. В ответ запишите площадь, деленную на π.