

«Площадь фигур»



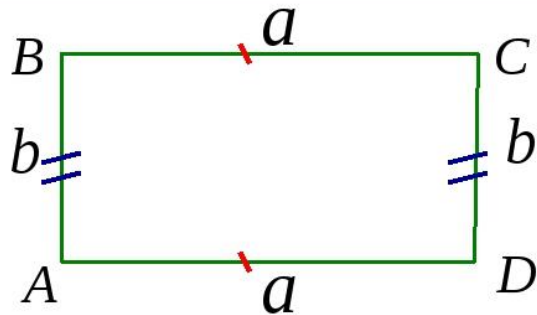
Что такое площадь: определение

- **Площадь фигуры** - это часть плоскости, ограниченная замкнутой кривой или ломаной линией. Обозначается эта величина буквой S .
- У разных фигур разные формулы для нахождения их площади.



Прямоугольник

- Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон:

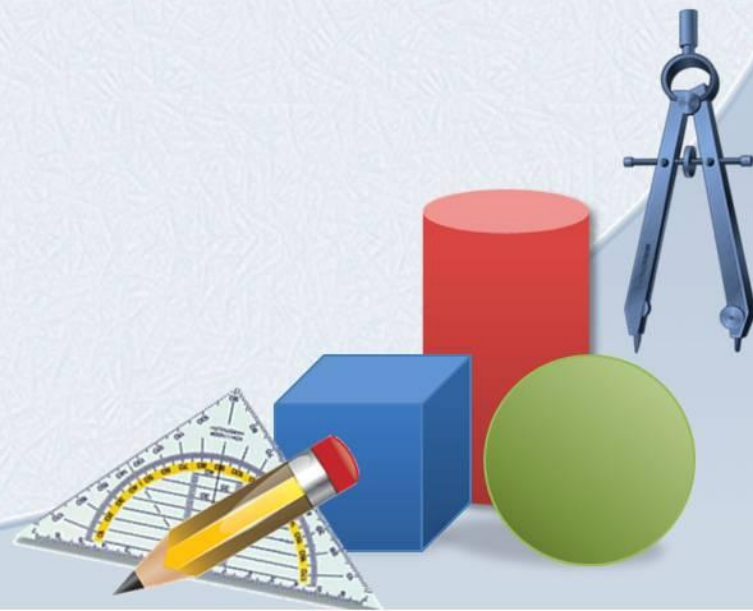


$$S_{ABCD} = ab \text{ — формула}$$

S — площадь

a — длина прямоугольника

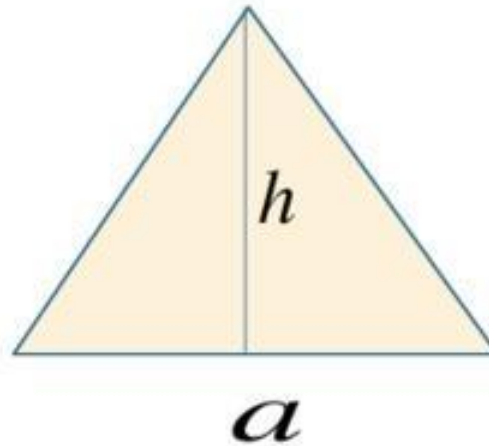
b — ширина прямоугольника



Треугольник

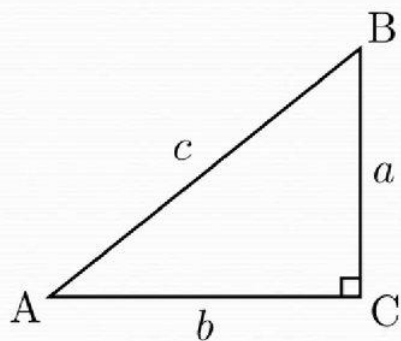
- Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

$$S = \frac{1}{2} ah$$



Прямоугольный треугольник

- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

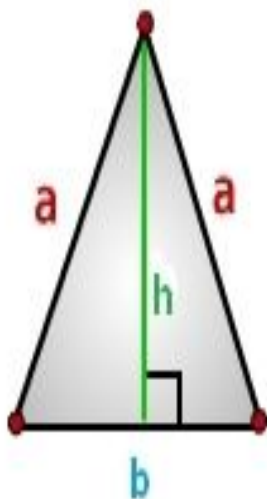


$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$



Равнобедренный треугольник

- Площадь равнобедренного треугольника равняется произведению высоты на половину длины основания.

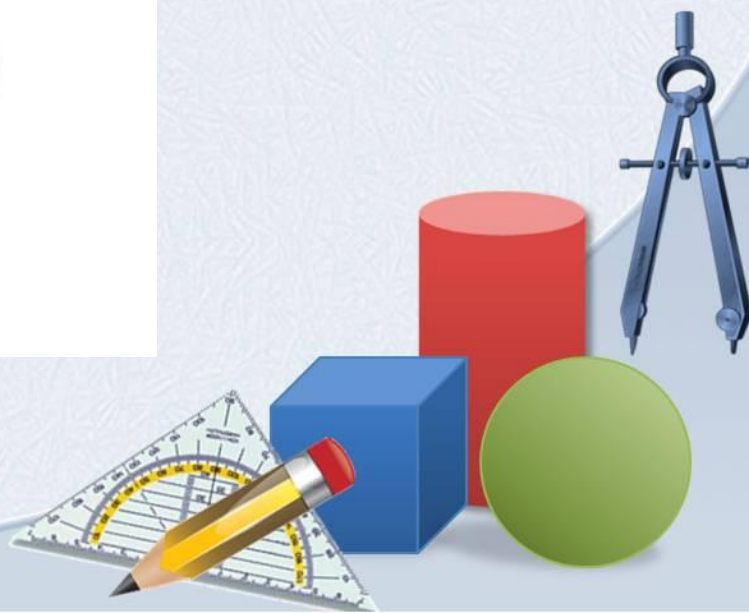


b - основание треугольника

a - равные стороны

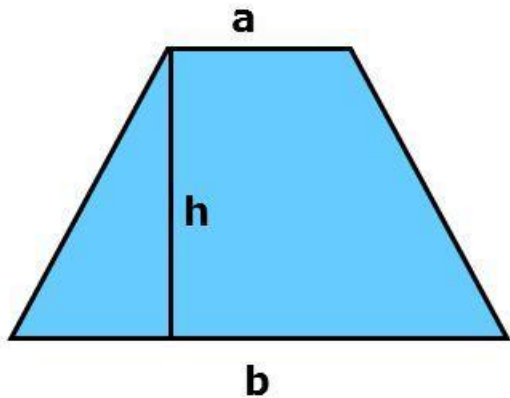
h - высота

$$S = \frac{1}{2}bh$$

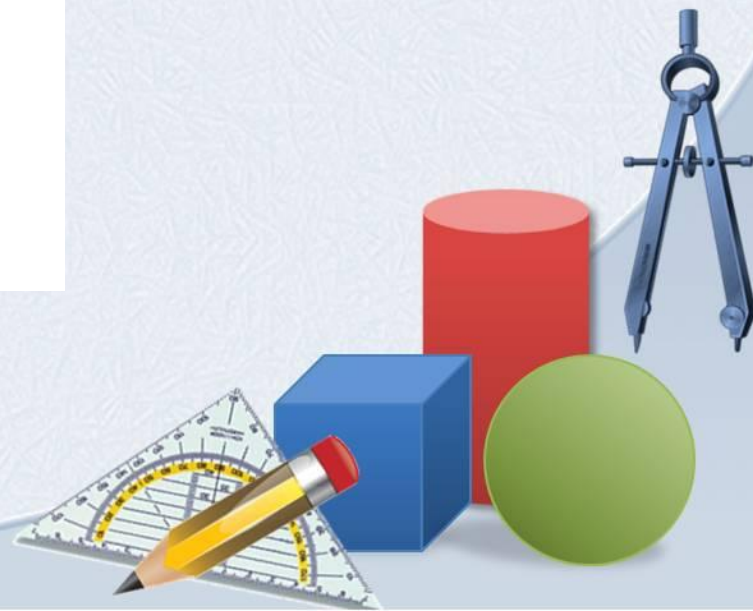


Трапеция

- Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

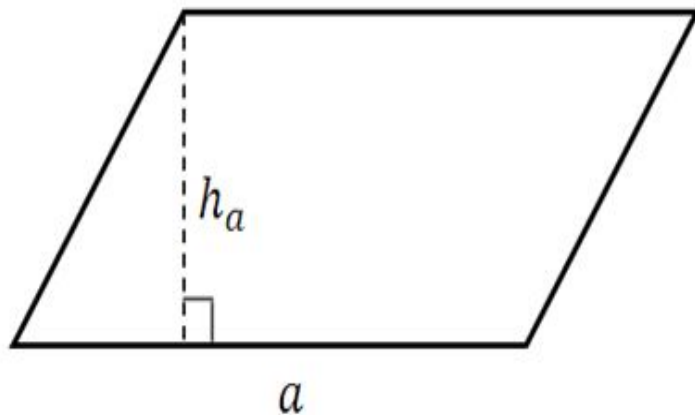


$$S = \frac{a + b}{2} h$$

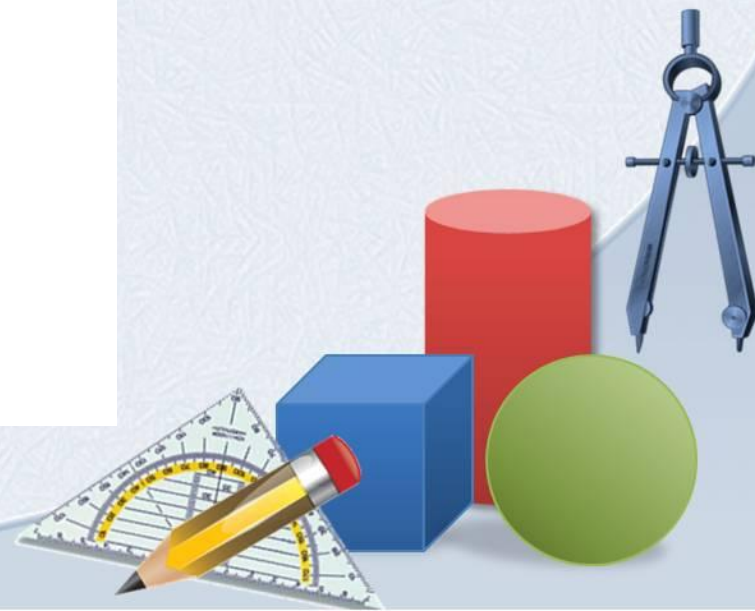


Параллелограмм

- Площадь параллелограмма равна произведению основания и высоты опущенной на это основание.



$$S = a \cdot h_a$$



Практическая часть



Квадрат

Задание № 1

Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.

Решение: Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

Ответ: 100.



Задание № 2

Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

Решение: Периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон. Таким образом, сторона квадрата равна 10. Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

Ответ: 100.



Задание № 3

Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь квадрата.

Решение: Все стороны квадрата равны, поэтому сторона длинны стороны квадрата равна $160/4 = 40$. Найдем площадь квадрата как квадрат его стороны: $S=40*40=1600$.

Ответ: 1600.



Прямоугольник

Задание №1

В прямоугольнике одна сторона равна 10, другая сторона 12. Найдите площадь прямоугольника.

Решение: Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, поэтому она равна 120.

Ответ: 120.



Задание №2

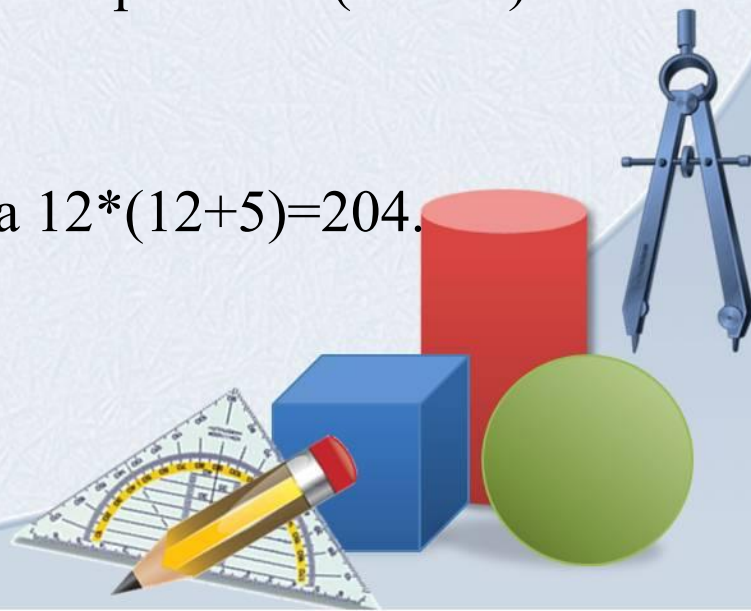
Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна сторона на 5 больше другой.

Решение: Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть x — меньшая сторона прямоугольника, тогда другая сторона равна $x+5$.

Следовательно, периметр прямоугольника равен $2*(x+x+5)=58$
откуда $4x=48$, следовательно $x=12$.

Поэтому площадь прямоугольника равна $12*(12+5)=204$.

Ответ: 204.



Задание №3.

Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

Решение: Площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Найдём стороны прямоугольника. Пусть x — меньшая сторона прямоугольника. Тогда периметр прямоугольника равен $2 \cdot (x + (x + 2)) = 44$, откуда $2x = 22 - 2$, следовательно $x = 10$. Поэтому площадь прямоугольника равна $10 \cdot 12 = 120$.

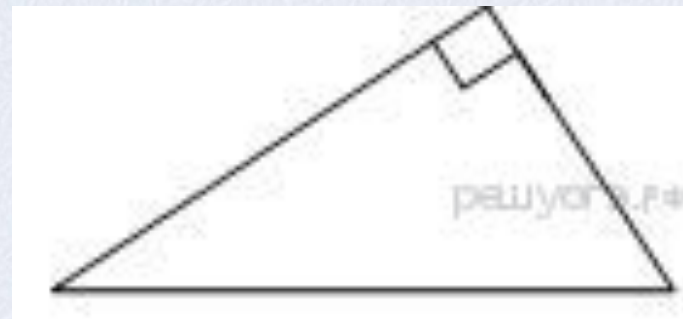
Ответ: 120.



Прямоугольный треугольник

Задание №1.

Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.



Решение: Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

Таким образом: $S = 1/2 * 4 * 9 = 18$.

Ответ: 18.



Задание №2.

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Решение: Так как в прямоугольном треугольнике один из углов равен 45° , то такой треугольник является равнобедренным.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов. Таким образом:

$$S = 1/2 * 10 * 10 = 50.$$

Ответ: 50.



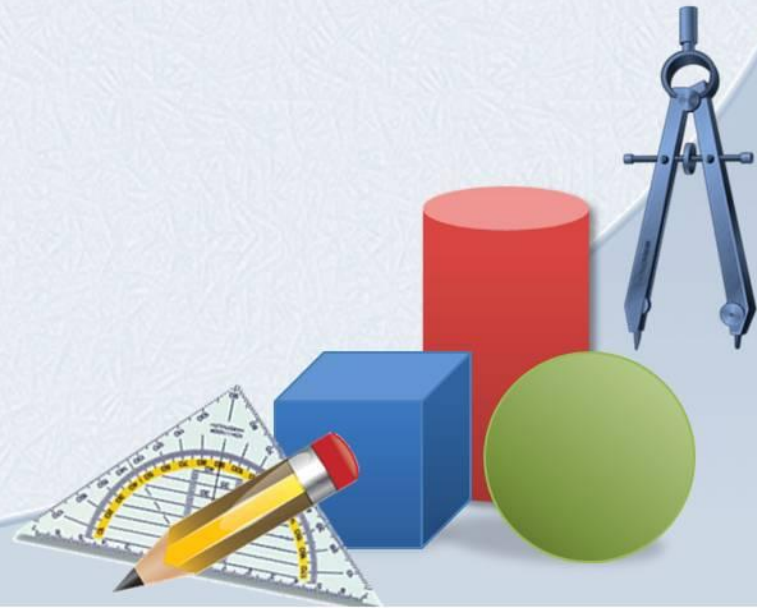
Задание № 3.

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Решение: Сумма углов в треугольнике равна 180° , поэтому второй острый угол равен $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Оба острых угла равны, следовательно, данный треугольник — равнобедренный, откуда получаем, что второй катет равен 4. Площадь прямоугольного треугольника можно найти как половину произведения катетов:

$$S = 1/2 * 4 * 4 = 8. [\text{ОБВ}]$$

Ответ: 8.



Равнобедренный треугольник

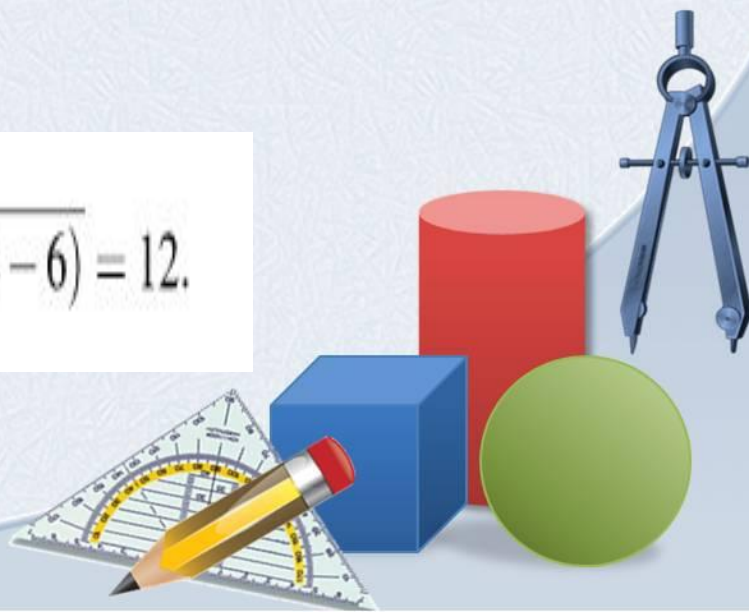
Задание №1.

Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.

Решение: Так как боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, его основание равно 6, а полупериметр: $16/2=8$, по формуле Герона имеем:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8(8-5)(8-5)(8-6)} = 12.$$

Ответ: 12.



Задание №2.

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

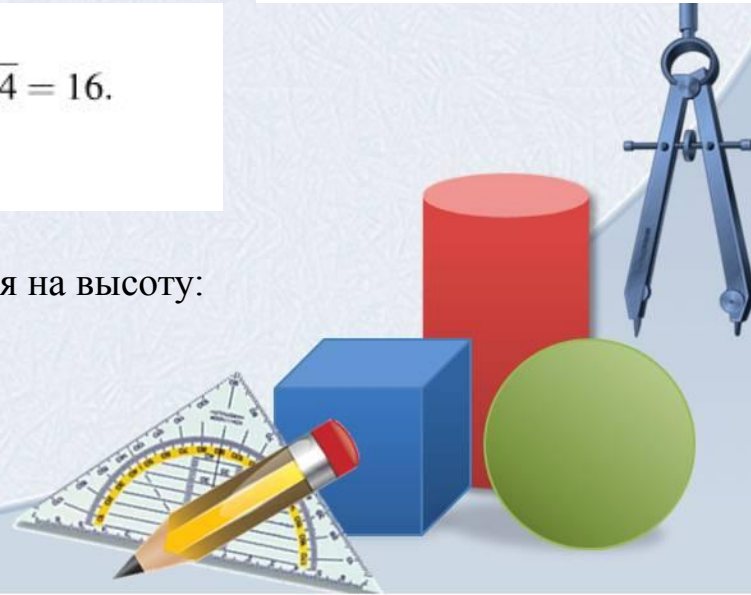
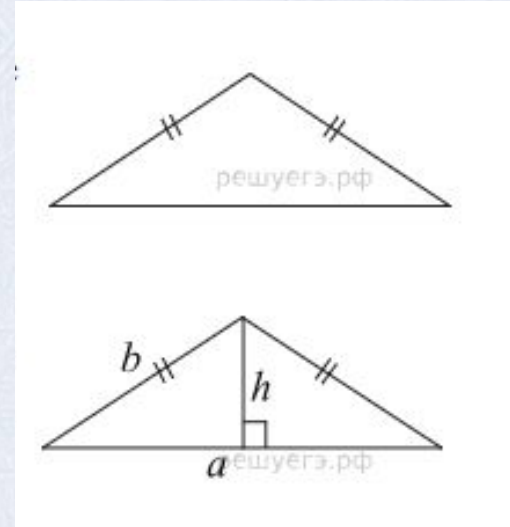
Решение: Пусть a — длина основания равнобедренного треугольника, b — длина боковой стороны равнобедренного треугольника, h — высота, проведенная к основанию. Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, также является его биссектрисой и медианой. Из прямоугольного треугольника найдём высоту по теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{2^2(17^2 - 15^2)} = 2 \cdot \sqrt{64} = 16.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

$$S = 1/2 * ah = 1/2 * 60 * 16 = 480$$

Ответ: 480.



Задание № 3.

Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона — 78. Найдите площадь треугольника.

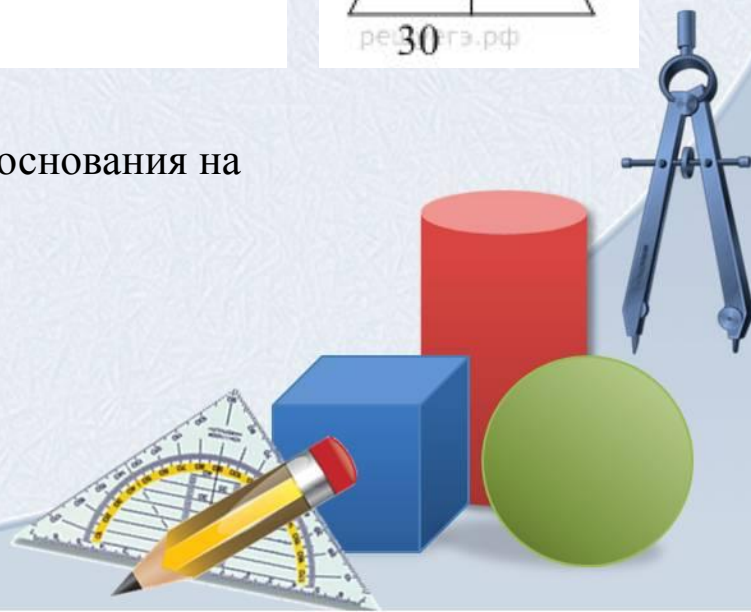
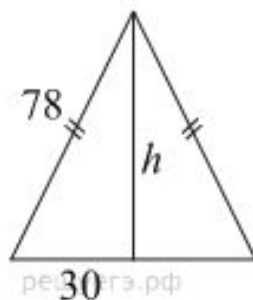
Решение: Периметр треугольника равен сумме длин его сторон, поэтому длина основания равна $216 - 78 - 78 = 60$. Высота ^[ОВ] проведённая к основанию равнобедренного треугольника, также является его биссектрисой и медианой, поэтому (см. рис.) имеем:

$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{78^2 - 30^2} = \sqrt{6^2(13^2 - 5^2)} = 6 \cdot \sqrt{144} = 72.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

$$S = 1/2 * 60 * 72 = 2160.$$

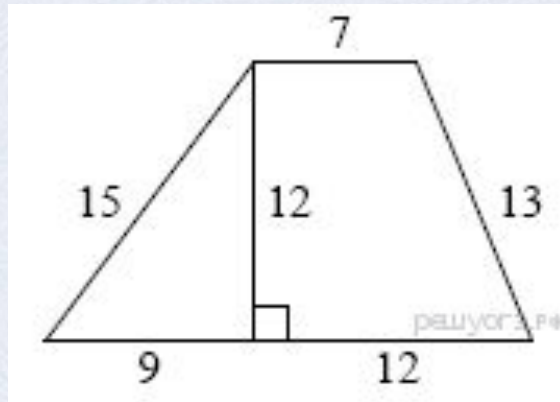
Ответ: 2160.



Трапеция

Задание №1.

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Решение: Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S = (1/2 * (7 + 9 + 12)) * 12 = 168$$

Ответ: 168.



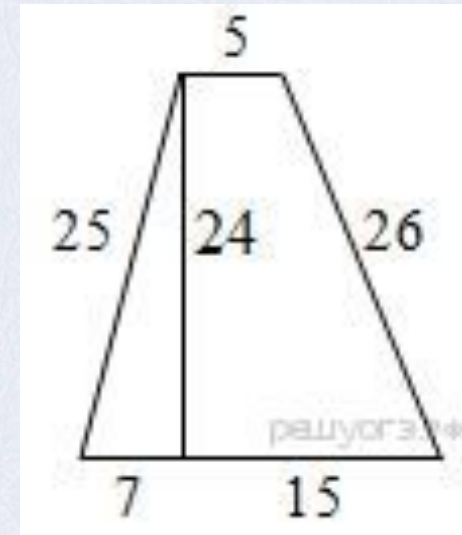
Задание №2.

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Решение: Площадь трапеции вычисляется по формуле $S = ((a+b)/2)*h$, где a и b – основания, а h – высота трапеции.

$$S = ((5+7+15)/2)*24 = 324.$$

Ответ: 324.



Задание №3.

Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

Решение:

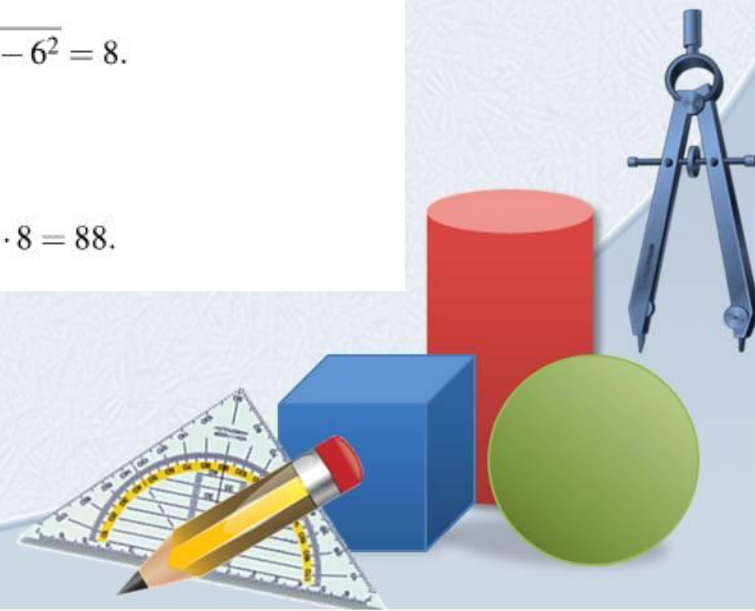
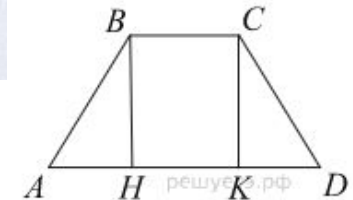
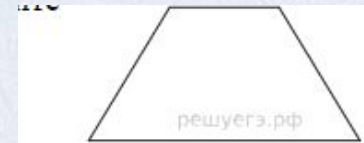
Проведём высоты в трапеции и введём обозначения как показано на рисунке. В четырёхугольнике $HBCK$ $BC \parallel HK$ и $BH \parallel CK$, следовательно, он параллелограмм. Угол $BHK = 90^\circ$, значит, $HBCK$ — прямоугольник, откуда $BH = CK$ и $BC = HK = 5$. Поскольку трапеция равнобедренная, углы BAH и CDK равны. Треугольники ABH и CDK прямоугольные, $BH = CK$, $\angle BAH = \angle CDK$, следовательно, эти треугольники равны, откуда $AH = KD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{17 - 5}{2} = 6$. Из треугольника ABH по теореме Пифагора найдём высоту BH :

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Найдём площадь трапеции:

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = \frac{5 + 17}{2} \cdot 8 = 88.$$

Ответ: 88.



Треугольники общего вида

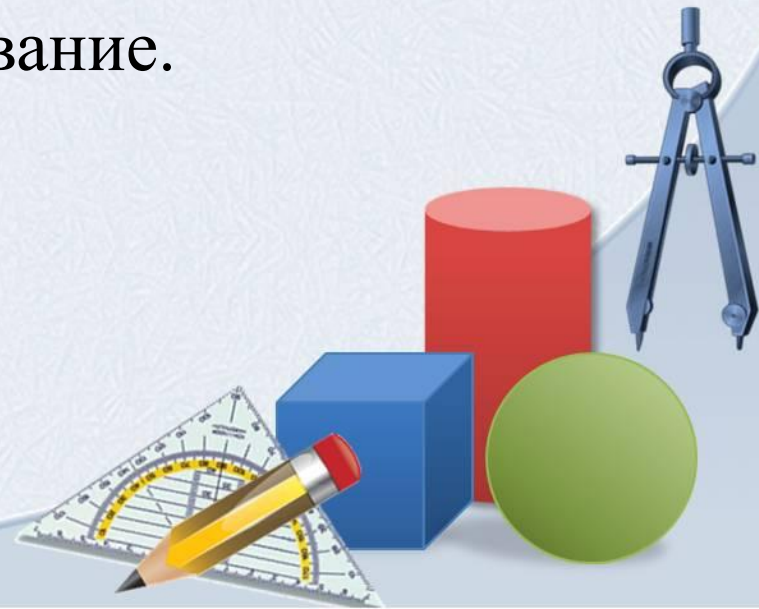
Задание №1.

В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота — 5. Найдите площадь треугольника.

Решение: Площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание.

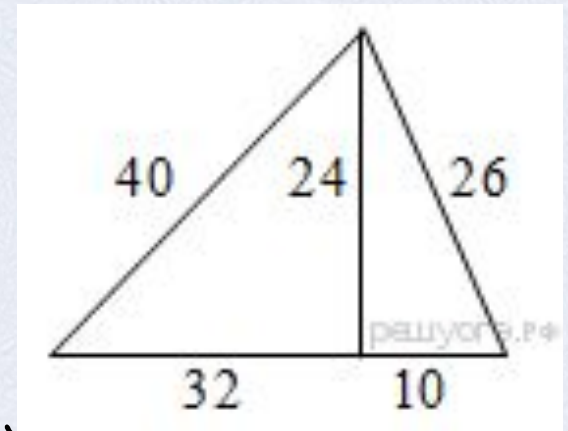
Таким образом: $S = 1/2 * 10 * 5 = 25$

Ответ: 25.



Задание №2.

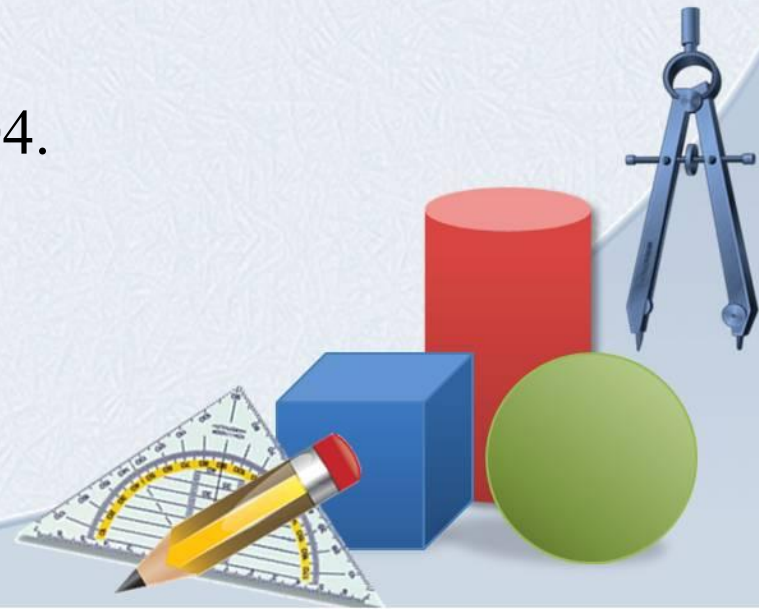
Найдите площадь треугольника,
изображённого на рисунке.



Решение: Площадь треугольника можно найти
как половину произведения основания на
высоту:

$$S = 1/2 * a * h = 1/2 * (32 + 10) * 24 = 504.$$

Ответ: 504.



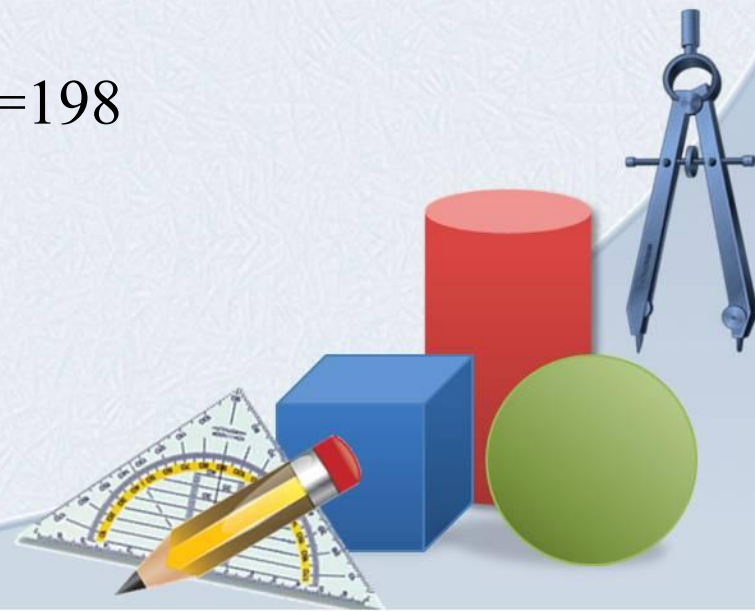
Задание №3.

Сторона треугольника равна 12, а высота, проведённая к этой стороне, равна 33. Найдите площадь этого треугольника.

Решение: Площадь треугольника равна полупроизведению стороны треугольника на высоту, проведенную к этой стороне:

$$S = 1/2 * 12 * 33 = 198$$

Ответ: 198.



Параллелограмм

Задание №1.

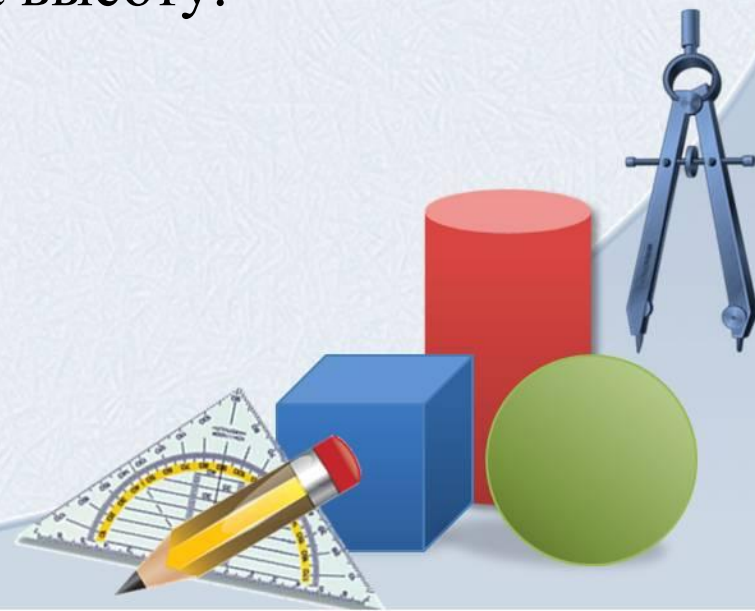
Найдите площадь параллелограмма,
изображённого на рисунке.



Решение: Площадь параллелограмма равна
произведению длины основания на высоту:

$$S=(3+7)*4=40$$

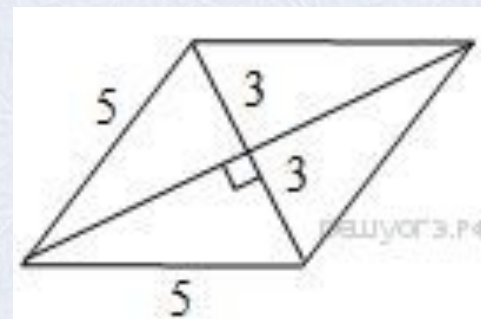
Ответ: 40.



Задание №2.

Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6.

Найдите площадь ромба.



Решение:

Диагонали ромба пересекаются под углом 90° и точкой пересечения делятся пополам. Из прямоугольного треугольника, катетами которого являются половины диагоналей ромба, а гипотенузой — сторона ромба, по теореме Пифагора найдем половину неизвестной диагонали: $\sqrt{25 - 9} = 4$. Тогда вся неизвестная диагональ равна 8.

Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:

$$\frac{1}{2} * 8 * 6 = 24$$

Ответ: 24.



Задание №3.

Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 30° .

Найдите площадь ромба.

Решение: Периметр ромба равен сумме длин всех его сторон. Так как все стороны равны, сторона ромба равна 10. Площадь ромба равна произведению сторон на синус угла между ними. Таким образом,

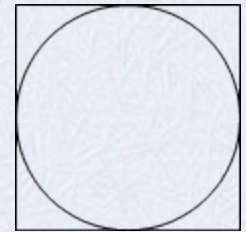
$$S=10*10*1/2=50$$

Ответ: 50.

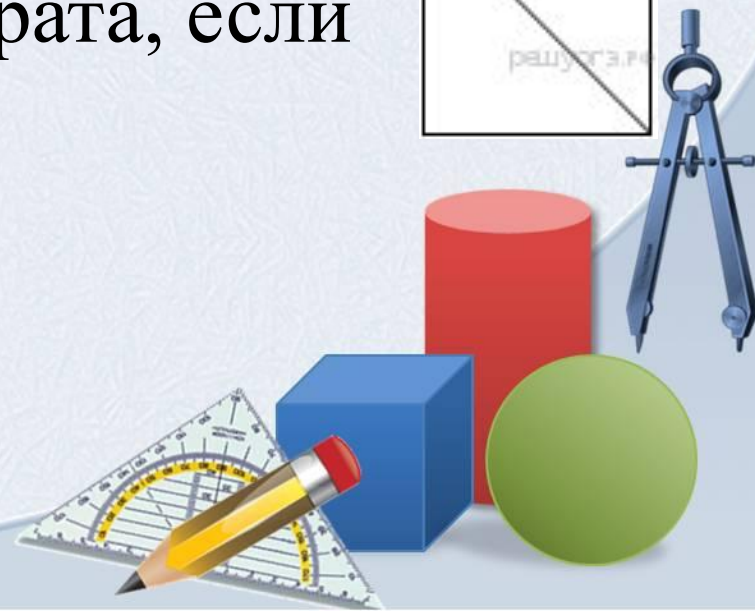
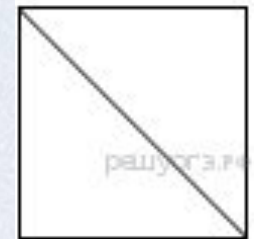


Задания для самостоятельной проверки знаний

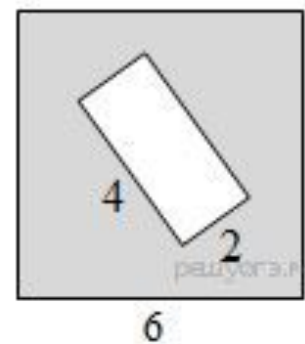
№1. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.



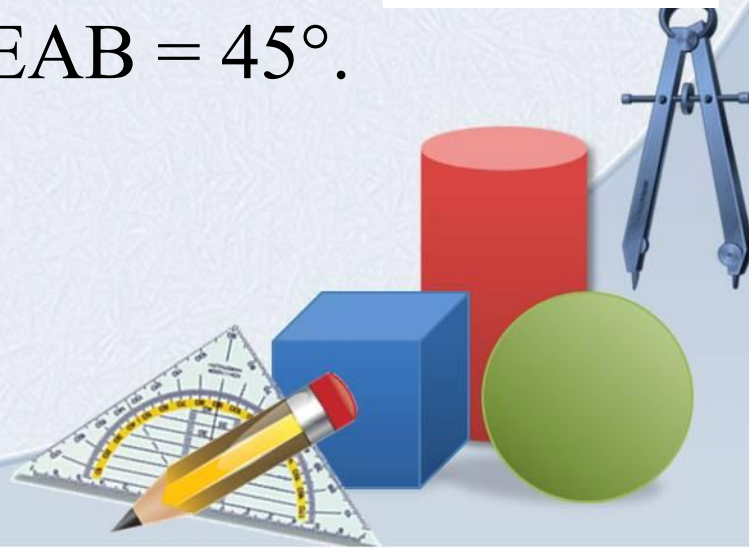
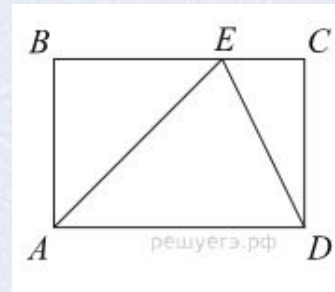
№ 2. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.



№ 3. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.

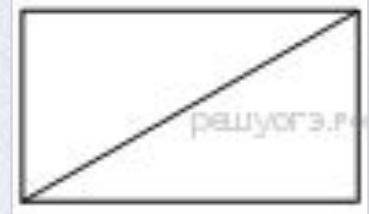


№ 4. На стороне BC прямоугольника $ABCD$, у которого $AB = 12$ и $AD = 17$, отмечена точка E так, что $\angle EAB = 45^\circ$. Найдите ED .

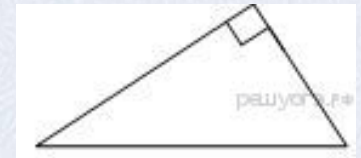


№ 5. В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100.

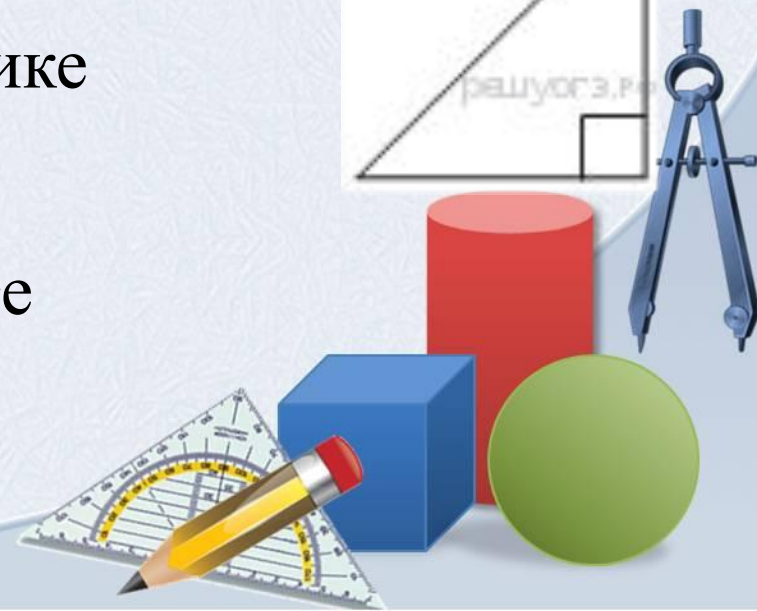
Найдите площадь прямоугольника.



№ 6. Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.

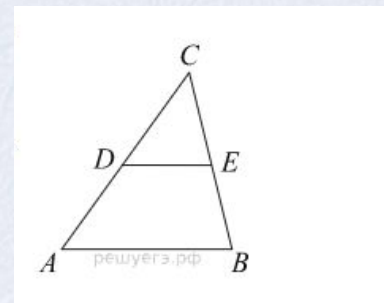


№ 7. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.



№ 8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

№ 9. В треугольнике ABC отрезок DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 97. Найдите площадь треугольника ABC .



№ 10. Периметр ромба равен 116, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

№ 11. Радиус круга равен 3, а длина ограничивающей его окружности равна 6π . Найдите площадь круга. В ответ запишите площадь, деленную на π .

