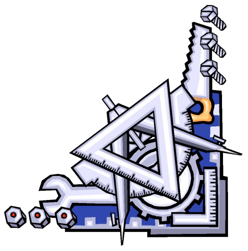
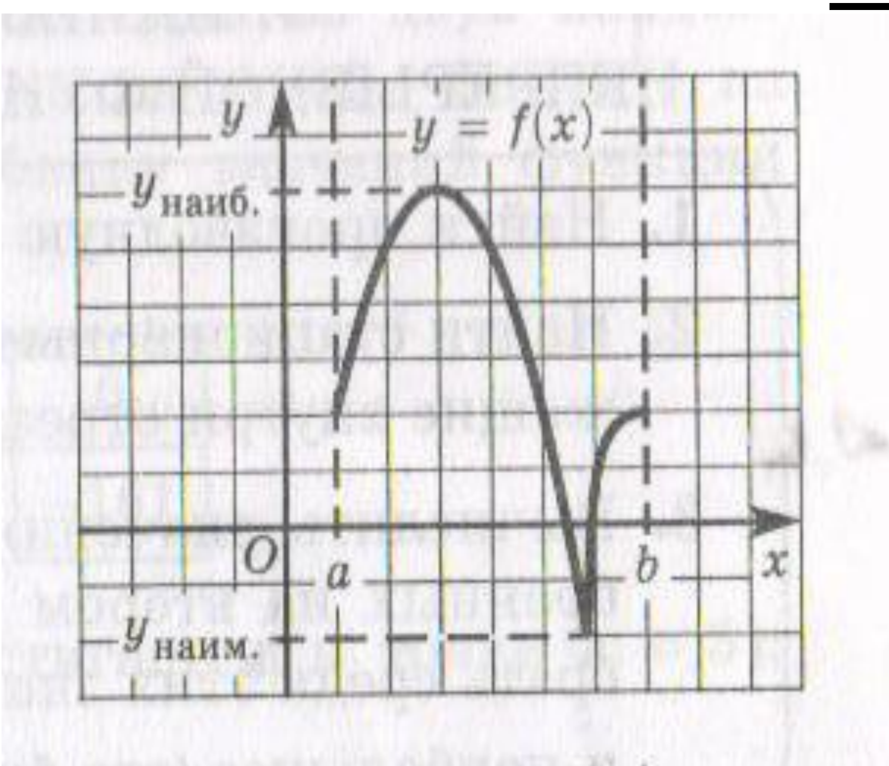
Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин.

Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на

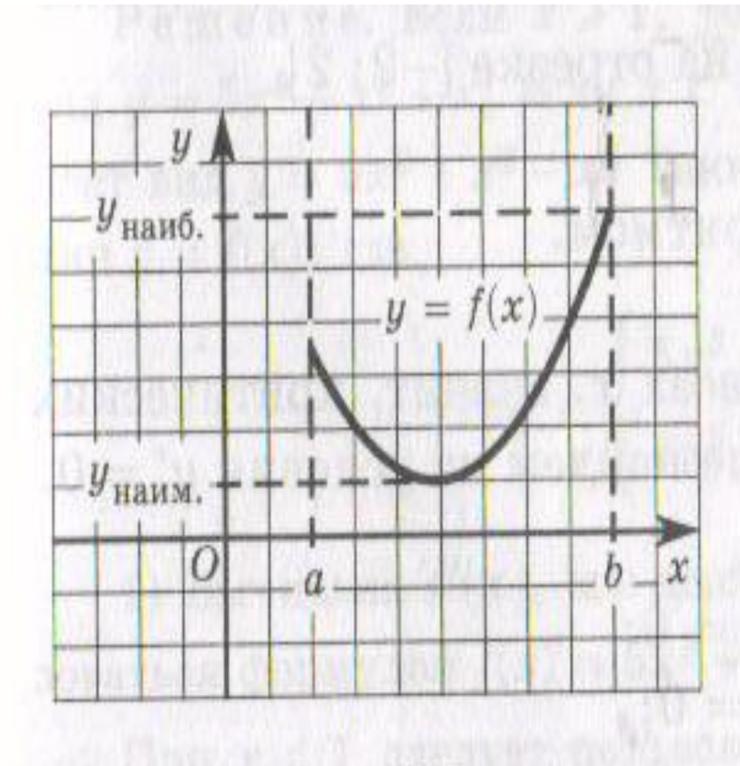
- Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем и наибольшего, и наименьшего значений.



Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.

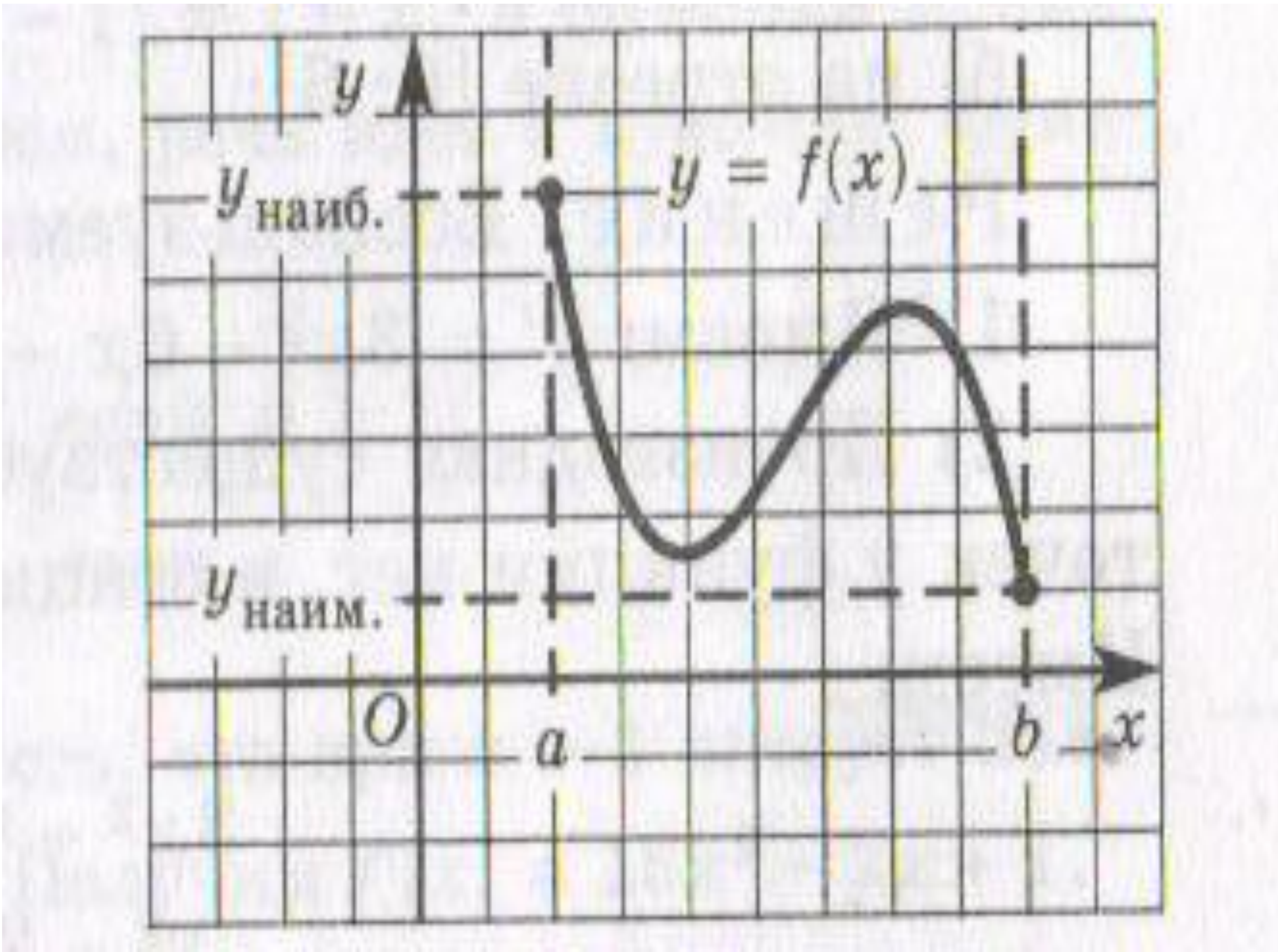


Наибольшее и наименьшее значения достигаются внутри отрезка.



Наименьшее значение достигается внутри отрезка, а наибольшее на его конце.

Наибольшее и наименьшее значения функции достигаются на концах отрезка.



Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции y=f(x) на отрезке [а;в].

1. Найти производную функции $f^{/}\left(x\right)$ ***.***

2.Найти точки, в которых производная обращается в 0

3. На числовой прямой отметить отрезок [a;b]и отметить точки, лежащие внутри отрезка [а;в].

4.Вычислить значения функции y=f(x) в точках, отобранных на втором шаге, и в точках а и в .

5. Выбрать среди этих значений наименьшее и наибольшее.

<u>Пример</u>. *Найти наименьшее и наибольшее значения функции* $f(x) = 12x - x^3 + 5$ ***на отрезке [-4;0].***

Решение:

$$D(f) - R.$$

$$1. f'(x) = 12 - 3x^2.$$

$$D(f') - R.$$

2.***Решим уравнение*** $f'(x) = 0$

$12 - 3x^2 = 0;$

$3x^2 = 12;$

$x_1 = 2; x_2 = -2.$

3.*определимпринадлежностьточекотрезку*

$2 \notin [-4;0], -2 \in [-4;0].$

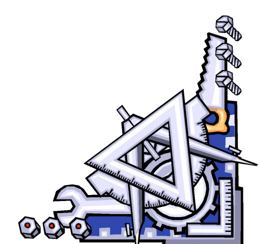
$4. f(-2) = 12 \cdot (-2) - (-2)^3 + 5 = -11;$

$f(-4) = 12 \cdot (-4) - (-4)^3 + 5 = 21;$

$f(0) = 5;$

$$\mathbf{5.}\ \max_{[-4;0]} f(x) = f(-4) = 21;$$

$$\min_{[-4;0]} f(x) = f(-2) = -11$$



Пример. ***Найти наименьшее и наибольшее значения функции*** $f(x)=-x^3+3x^2+4$ ***на отрезке [-3;3].***

Решение:

$D(f)-R.$

$1.f'(x)=-3x^2+6x.$

$D(f')-R.$

2. Решим уравнение

$-3x^2+6x=0;$

$x(-3x+6)=0;$

$x_1=0; x_2=2.$

$3.проверимпр\,и$

$0\in[-3;3], 2\in[3;3].$

$4.f(0)=4;$

$f(2)=-2^3+3\cdot2^2+4=8;$

$f(-3)=-(-3)^3+3\cdot(-3)^2+4=58;$

$f(3)=-3^3+3\cdot3^2+4=4.$

Ответ: f(-3)=58 – наибольшее значение функции;
f(0)=f(3)=4 – наименьшее значение функции.