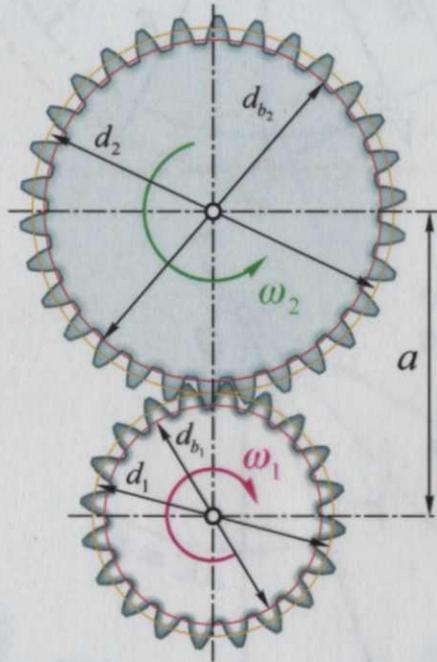


Параметры эвольвентного зубчатого зацепления

внешнее зацепление



Зацепляются колеса одного модуля m .

Передаточное отношение $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ может быть подсчитано как соотношение углов поворота колес при переборе ими одного зуба:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{2\pi \cdot z_2}{2\pi \cdot z_1} \Rightarrow i = \pm \frac{z_2}{z_1};$$

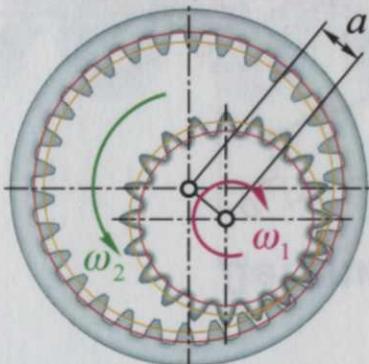
z_1 — количество зубьев на меньшем колесе (**шестеренке**);

z_2 — количество зубьев на большем колесе (**колесе**);

«+» — признак **внутреннего** зацепления (шестерня и колесо вращаются в одну сторону);

«-» — признак **внешнего** зацепления (шестерня и колесо вращаются в противоположные стороны).

внутреннее зацепление



Межосевое расстояние: $a_T = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$.

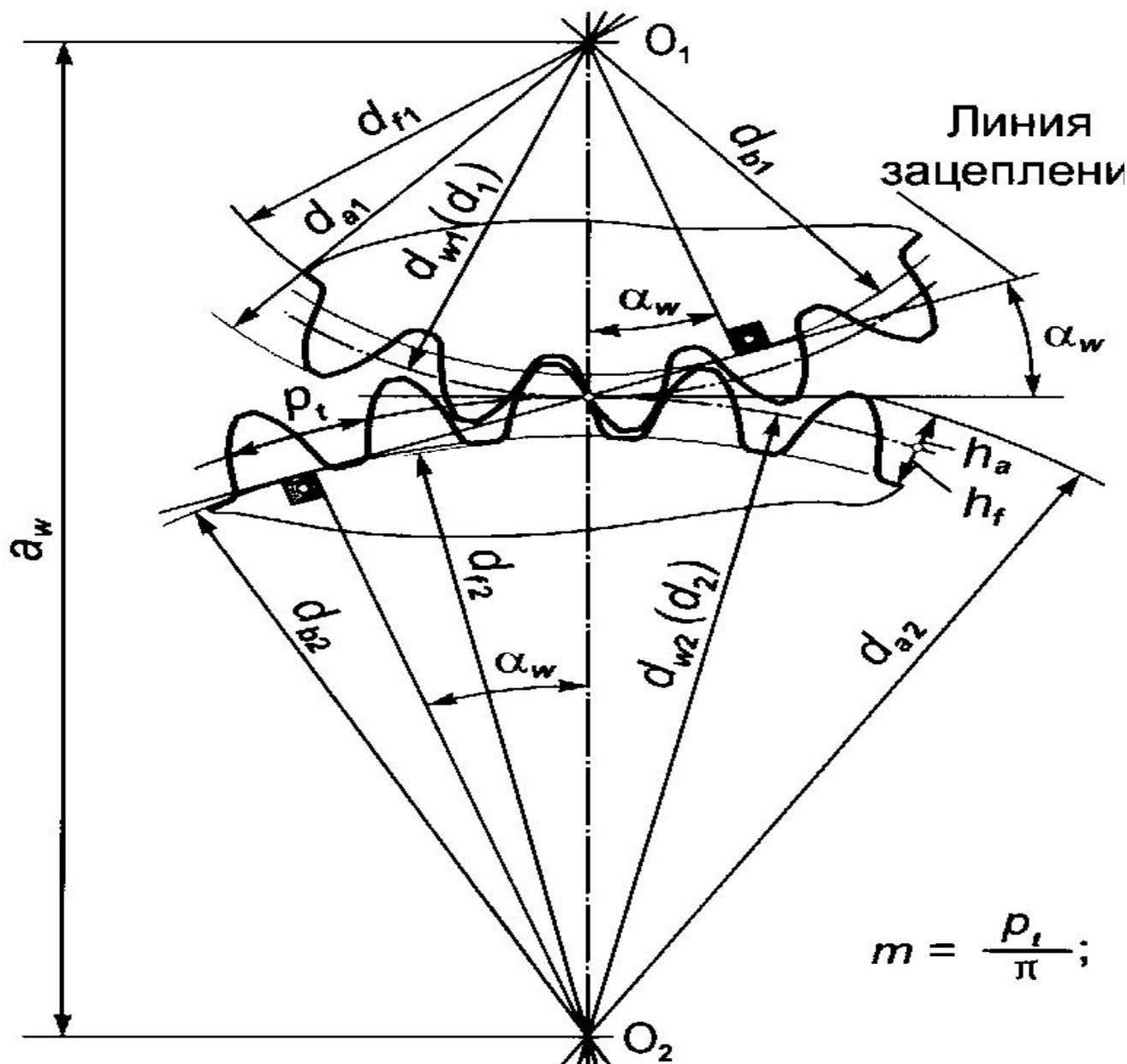
$u = \frac{z_2}{z_1}$ — передаточное число (просто цифра).

$$a_T = \frac{m}{2} z_1 (u \pm 1);$$

«+» — внешнее зацепление;
«-» — внутреннее зацепление.

a_T — теоретическое межосевое расстояние, при котором делительные окружности колес соприкасаются. Для выполнения межосевых расстояний в соответствии со стандартом колеса могут нарезаться со смещением инструмента.

**ГЕОМЕТРИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ПЕРЕДАЧИ
С ИСХОДНЫМ КОНТУРОМ ПО ГОСТ 13755-81 БЕЗ СМЕЩЕНИЯ**



$$m = \frac{p_t}{\pi};$$

m - модуль зацепления, мм;

p_f - окружной шаг зубьев, мм;

z_1, z_2 - числа зубьев шестерни и колеса;

d_1, d_2 - делительные диаметры шестерни и колеса, мм;

d_{w1}, d_{w2} - начальные диаметры шестерни и колеса, мм;

d_{a1}, d_{a2} - диаметры вершин зубьев шестерни и колеса, мм;

d_{f1}, d_{f2} - диаметры впадин зубьев шестерни и колеса, мм;

d_{b1}, d_{b2} - диаметры основных окружностей шестерни и колеса, мм;

h_a - высота головки зуба, мм;

h_f - высота ножки зуба, мм;

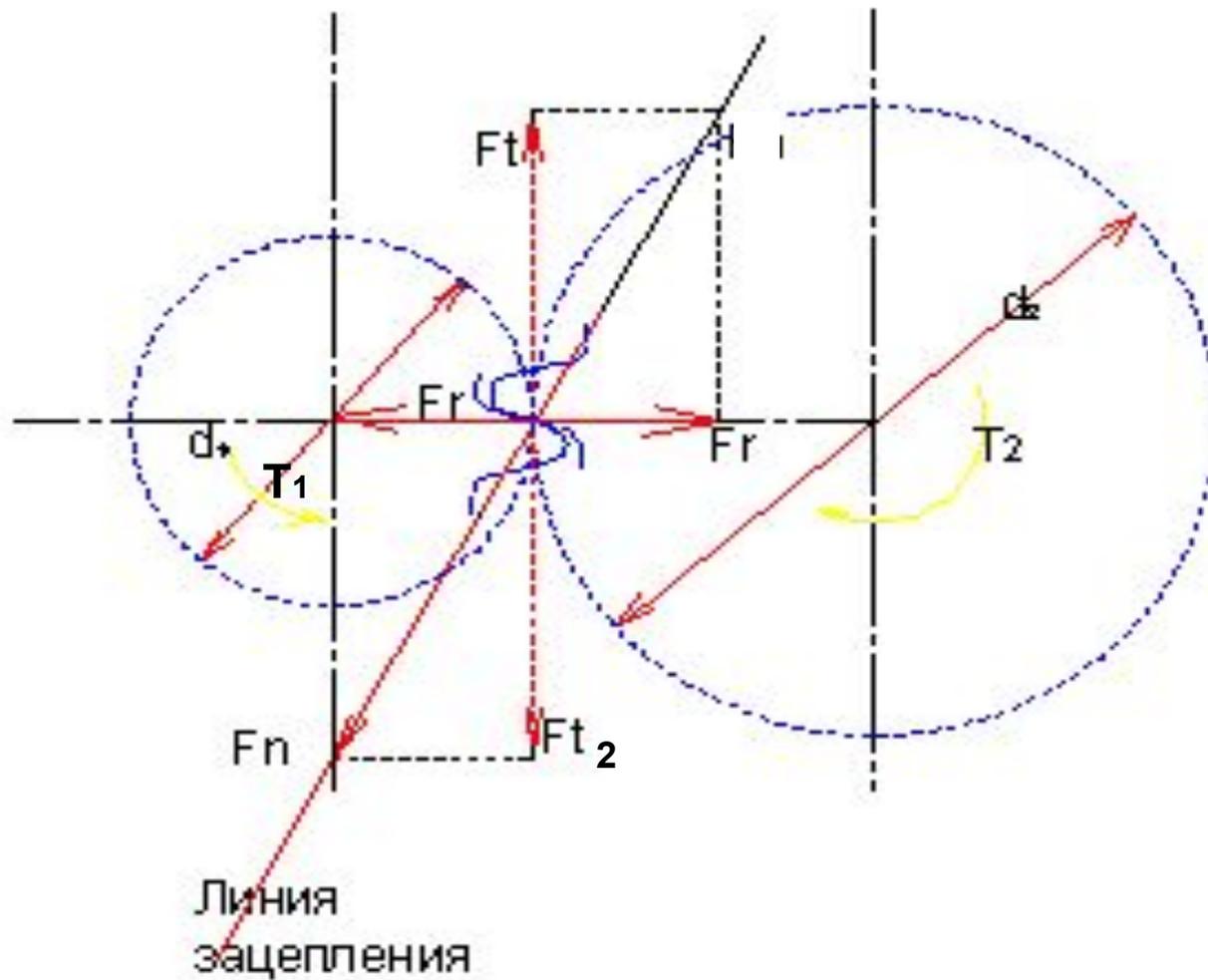
h - высота зуба, мм;

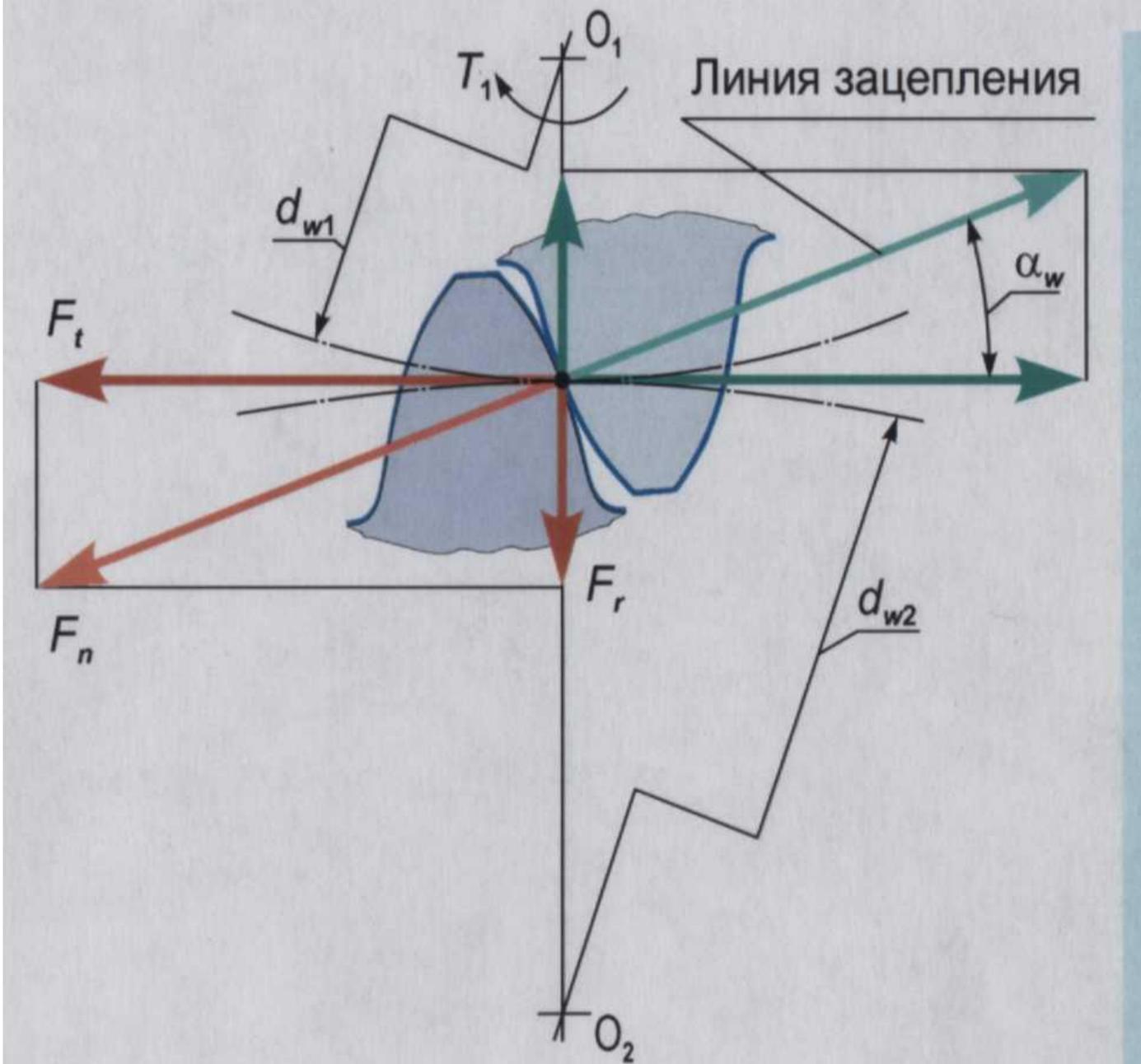
α_w - угол зацепления, °;

a_w - межосевое расстояние, мм.

$$\begin{array}{llll} d_1 = m z_1; & d_{w1} = d_1; & d_{a1} = d_1 + 2h_a; & h = h_a + h_f; \\ d_2 = m z_2; & d_{w2} = d_2; & d_{a2} = d_2 + 2h_a; & h_a = m; \\ d_{b1} = d_1 \cos \alpha_w; & & d_{f1} = d_1 - 2h_f; & h_f = 1,25m; \\ d_{b2} = d_2 \cos \alpha_w; & & d_{f2} = d_2 - 2h_f; & a_w = 0,5(d_{w1} + d_{w2}). \end{array}$$

Силы действующие в зацеплении.





d_{w1} - начальный диаметр шестерни, мм;

d_{w2} - начальный диаметр колеса, мм;

F_n - нормальная сила, действующая по линии зацепления, Н;

F_t - окружная сила, действующая по касательной к начальным окружностям, Н;

F_r - радиальная сила, действующая по радиусу к центру, Н;

T_1 - вращающий момент на шестерне, Нм;

α_w - угол зацепления, °;

$$F_t = \frac{2000 T_1}{d_{w1}} ; \quad F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w ; \quad F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2} .$$

СХЕМА К РАСЧЕТУ

ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ

Наибольшие напряжения σ_H на площадке контакта цилиндров при их сжатии вдоль образующих вычисляется по формуле Герца

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{w_n}{\rho_v}} \leq \sigma_{HP},$$

где σ_H - расчетные напряжения, МПа;
 σ_{HP} - допускаемые напряжения, МПа;
 Z_E - коэффициент, учитывающий механические свойства материалов цилиндров,

$$Z_E = \sqrt{1/\{\pi[(1-\nu_1^2)/E_1+(1-\nu_2^2)/E_2]\}};$$

ν_1, ν_2 - коэффициенты поперечного сжатия материалов цилиндров;
 E_1, E_2 - модули упругости материалов цилиндров.

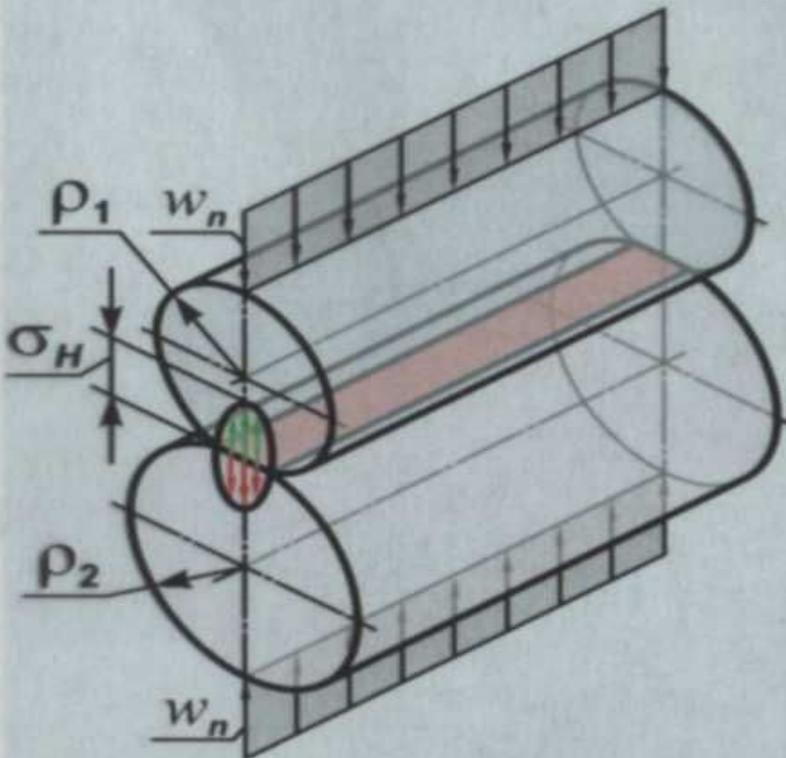
Для стальных цилиндров: $\nu_1=\nu_2=0,3$; $E_1=E_2=2,1 \cdot 10^5$, МПа; $Z_E=190$.

w_n - интенсивность нагрузки, Н / мм;

ρ_1, ρ_2, ρ_v - радиусы цилиндров и эквивалентный радиус кривизны в контакте, мм;

$$\frac{1}{\rho_v} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2};$$

«+» - внешний контакт, «-» - внутренний контакт цилиндров.



Проектный расчет закрытой зубчатой передачи

Процессом, принципиально ограничивающим срок службы таких передач, является **усталостное выкрашивание** на рабочей поверхности зуба, которое определяется контактными напряжениями, вычисляемыми по формуле Герца:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{q \cdot E_{np}}{\rho_{np}}} \quad (*)$$

Приведенный модуль упругости:

$$\frac{1}{E_{np}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \Rightarrow E_{np} = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}. \text{ Если } E_1 = E_2, \text{ то } E_{np} = \frac{E}{2}.$$

Для прямозубой передачи:

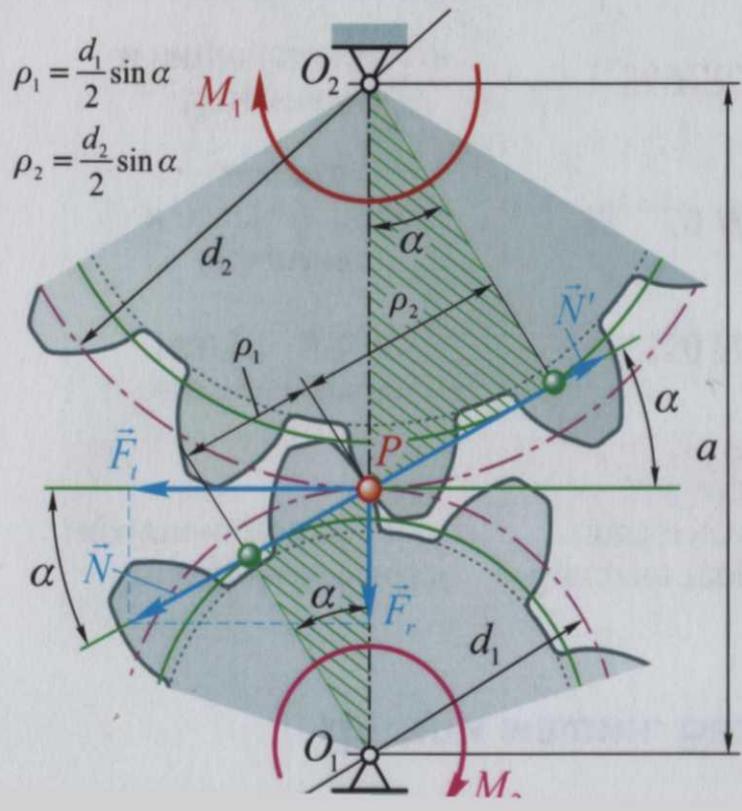
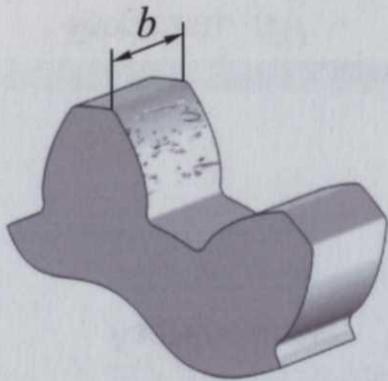
Приведенный радиус кривизны профиля зуба:

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} + \frac{2}{d_2 \sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right);$$

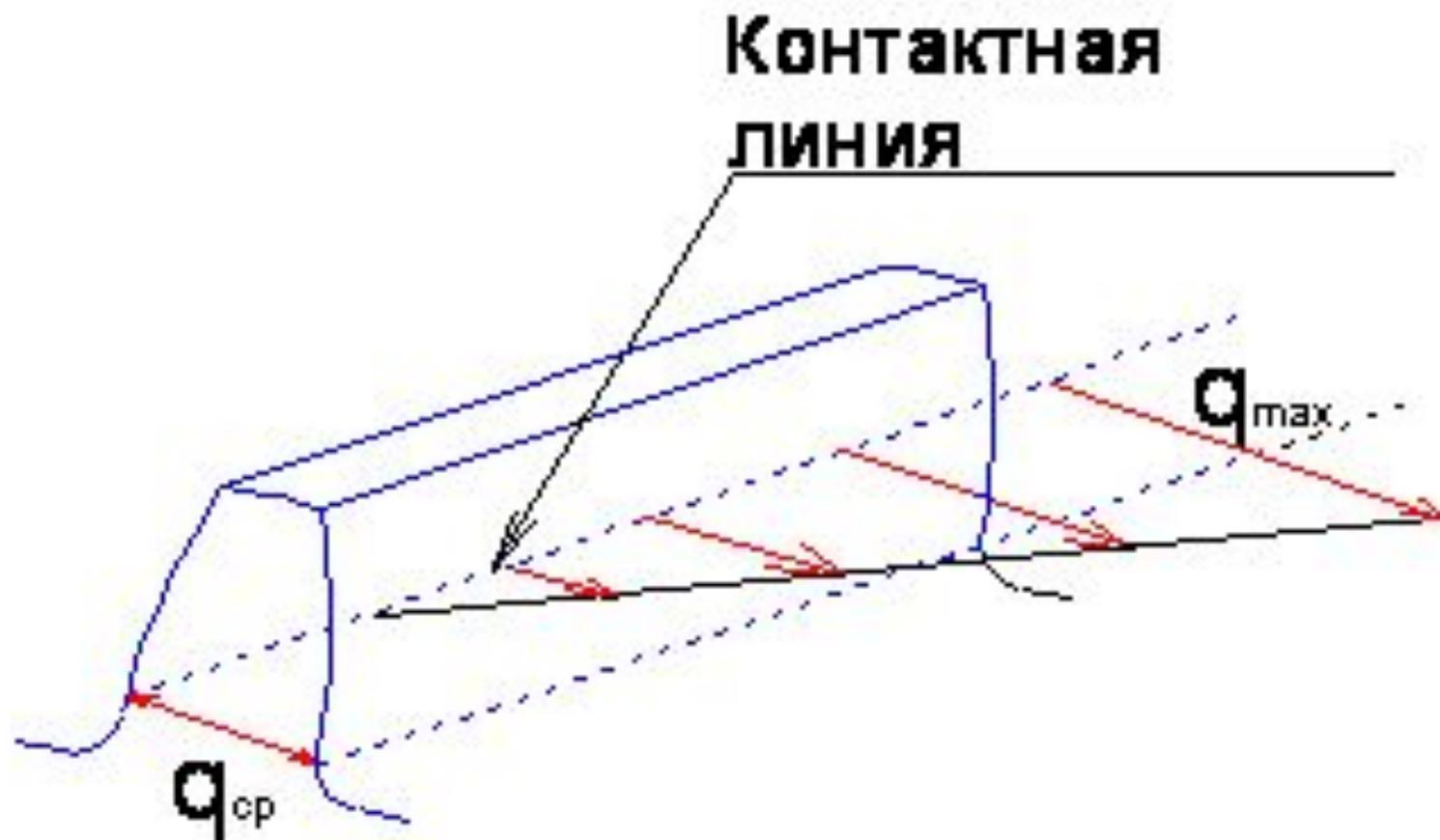
Нагрузка на единицу длины зуба: $q = \frac{N}{b} = \frac{F_t}{b \cos \alpha} = \frac{2M_1}{d_1 b \cos \alpha}.$

Межосевое расстояние: $a = \frac{d_1 + d_2}{2}; d_2 = u \cdot d_1.$

После подстановки и преобразований для колес с $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ получим (при размерности $[H], [M]$):



Расчетная нагрузка



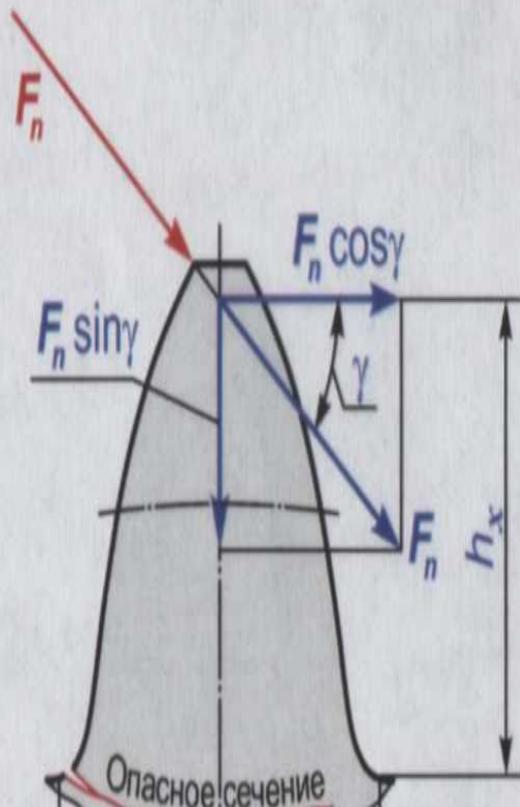
Расчет на контактную прочность. Формула Герца.(окончательно)

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q}{\rho_{np}} * \frac{E}{2\pi(1-\mu^2)}} \leq [\sigma_H]$$

Определение межосевого расстояния

$$a = (U + 1) \sqrt[3]{\left(\frac{340}{U[\sigma_H]}\right)^2 \frac{K_H T_2}{\psi_{ba}}}$$

СХЕМА К РАСЧЕТУ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ НА ИЗГИБ ЗУБЬЕВ



Приняты допущения:

1. Вся нагрузка F_n передается одним зубом (однопарное зацепление), приложена к его вершине и действует по нормали к его поверхности.
2. Силами трения пренебрегают в связи с их малостью.
3. Зуб прямозубой передачи рассматривается как консольная балка прямоугольного сечения с размерами S_x и b у основания.
4. Возникновение усталостных трещин и разрушение начинаются на растянутой стороне зуба.

Расчетные местные напряжения у корня зуба

$$\sigma_F = \sigma_{изг} - \sigma_{сж} = \frac{K_F F_t}{mb} Y_{FS} Y_{\epsilon} Y_{\beta} \leq \sigma_{FP};$$

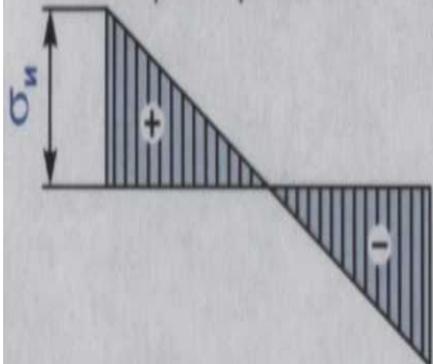
$$\sigma_{изг} = \frac{M_{изг}}{W_x}; \quad \sigma_{сж} = \frac{F_n \sin \gamma}{S_x b}; \quad M_{изг} = F_n \cos \gamma h_x; \quad F_n = \frac{K_F F_t}{\cos \alpha_w}; \quad W_x = \frac{b S_x^2}{6}.$$

Где:

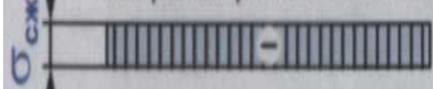
В формулах:

- | | |
|---|--|
| $\sigma_{изг}$ - напряжения изгиба в опасном сечении; | α_w - угол зацепления; |
| $\sigma_{сж}$ - напряжения сжатия в опасном сечении; | m - модуль зацепления; |
| σ_{FP} - допускаемые напряжения; | Y_{FS} - коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений у корня зуба; |
| $M_{изг}$ - изгибающий момент; | Y_{ϵ} - коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев; |
| W_x - момент сопротивления изгибу; | Y_{β} - коэффициент, учитывающий наклон зубьев. |
| F_t - окружная сила в зацеплении; | |
| K_F - коэффициент нагрузки при расчете напряжений изгиба; | |

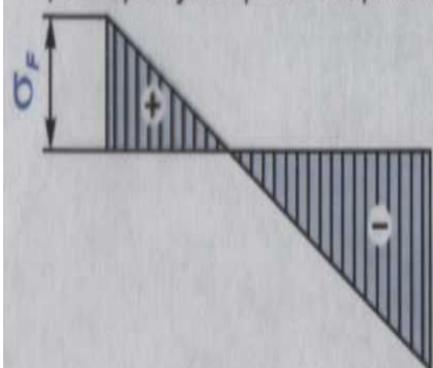
Эпюра напряжений изгиба



Эпюра напряжений сжатия



Эпюра суммарных напряжений



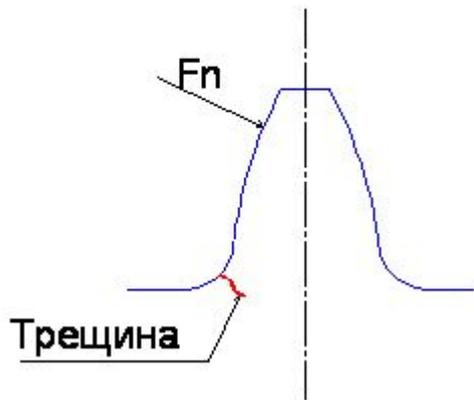
От чего зависит $K_{H\beta}$

Коэффициент $K_{H\beta}$ (или $K_{F\beta}$) зависит:

- От жесткости валов (особенно вала шестерни).
- От характера расположения шестерни относительно опор.
- От коэффициента безразмерной ширины $\psi_{bd} = \frac{b}{d_1}$
- От твердостей рабочих поверхностей зубьев.

Виды разрушения зубчатых колес

Поломка зубьев

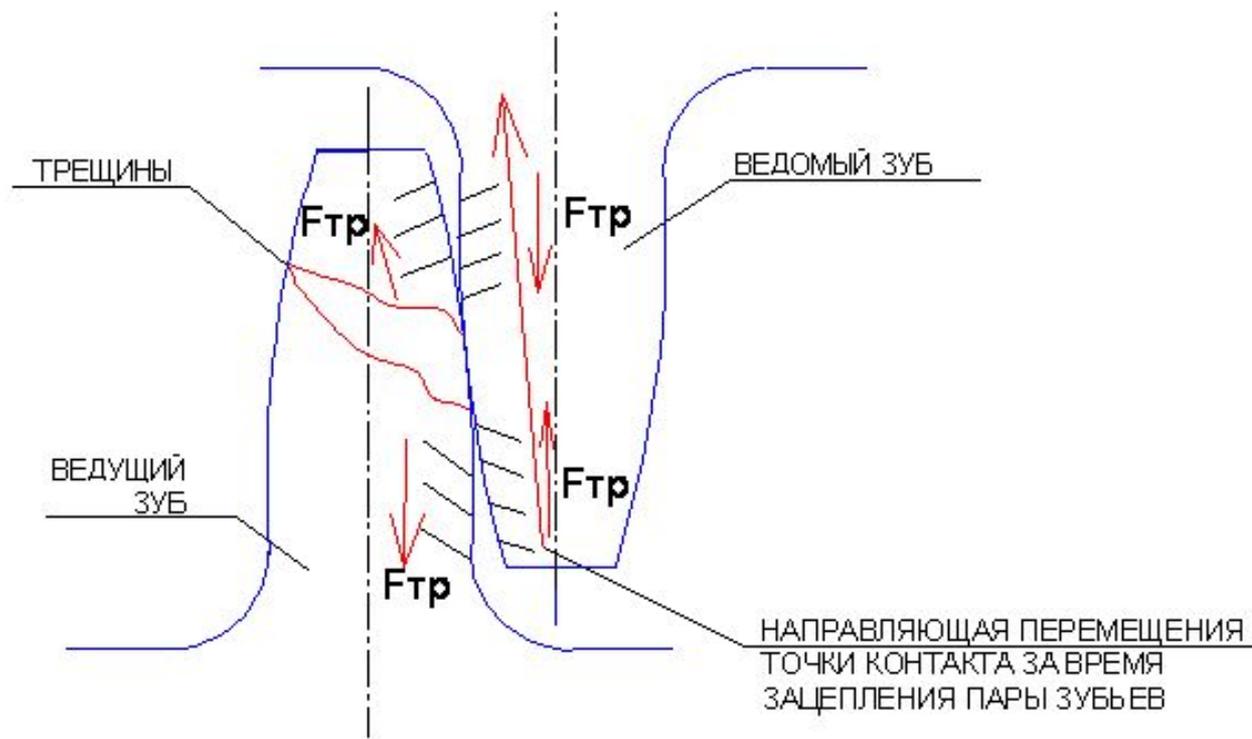


Износ зубьев



проскальзывание

Выкрашивание рабочих поверхностей зубьев

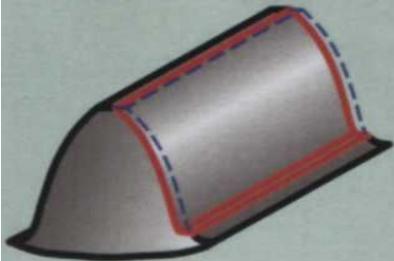


Поломка зубьев



Излом зуба по сечению у основания может носить усталостный характер или являться следствием перегрузок. При циклическом нагружении микротрещины у основания зуба разрастаются, что может привести к его разрушению. Приоритетное значение имеет оптимальное сочетание коэффициентов формы зуба γ и перекрытия ε . Необходимо учитывать, что увеличение коэффициента смещения x увеличивает γ , но уменьшает ε .

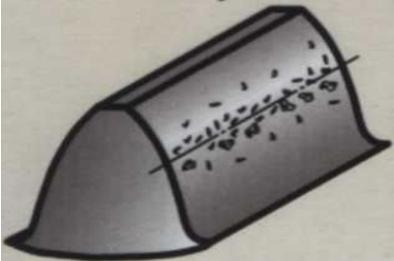
Абразивный износ



При работе **открытой** зубчатой передачи превалирует абразивный износ и **приоритетное** значение имеют коэффициенты скольжения λ_1 и λ_2 . Для обеспечения равнопрочности по износу желательно при термообработке обеспечить

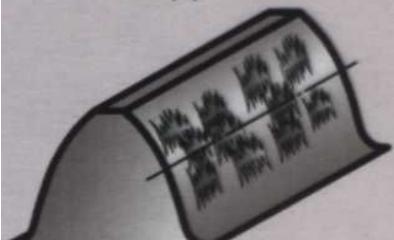
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{H_{b1}}{H_{b2}}$$

Выкрашивание поверхностных слоев зубьев



При работе **закрытой** зубчатой передачи в условиях **хорошей смазки** при циклическом нагружении у полюсной линии разрастаются микротрещины, что приводит к образованию оспинок, переходящих в раковины. На первое место выступают угол давления α_w и коэффициент удельного давления p .

Заедание



При высокой удельной нагрузке происходит разрыв масляной пленки, нагрев и схватывание сопряженных поверхностей с образованием микротрещин и следов задира в направлении скольжения зубьев.

Базовые характеристики выносливости

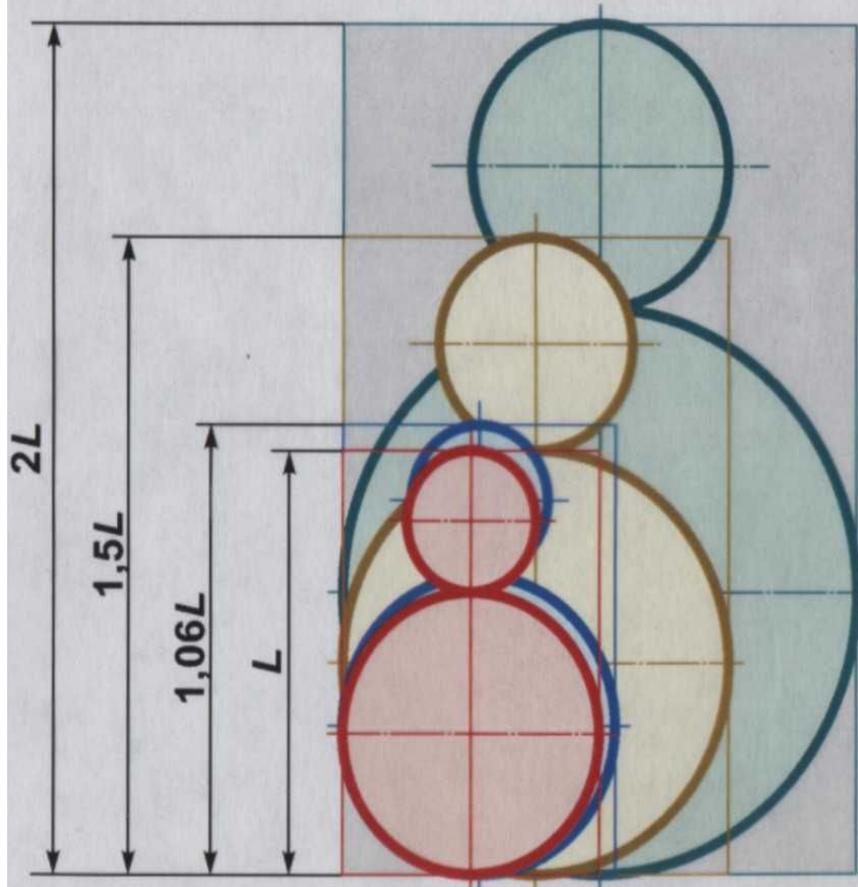
Способ термической и химической обработки	Средняя твердость поверхностей зубьев	Стали, например	$\sigma_{H\lim b}$, МПа	$\sigma_{F\lim b}$, МПа
Отжиг, нормализация или улучшение	$\leq 350 HB$	45, 50, 40X, 45X, 40XH	$2H_{HB} + 70$	$1,75H_{HB}$
Объемная и поверхностная закалка	38...50 HRC	40X, 35XM 35XГСА, 40XH	$17H_{HRC} + 200$	500...700
Цементация и нитроцементация	56 HRC	20X, 12XH3A, 18XГТ, 20XH	$23H_{HRC}$	700...950
Азотирование	350...750 HV	40X, 38XMЮА	1050	580...770

Базовое число циклов

Твердость HB	200	250	300	350	400	450	500	550	600
$N_{H\lim}$, млн. циклов	10	17	25	37	50	64	80	100	120

ЗАВИСИМОСТЬ РАЗМЕРОВ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ОТ ВИДА ТЕРМООБРАБОТКИ ЗУБЬЕВ

Нормализация
 $H = 190...220 \text{ HB}$



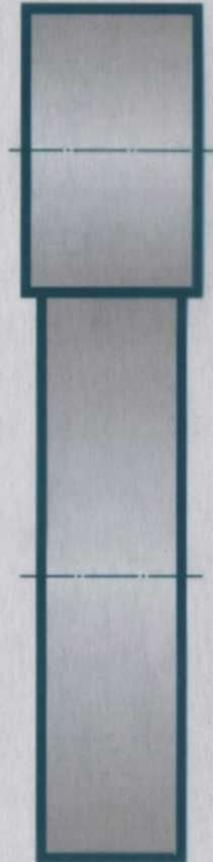
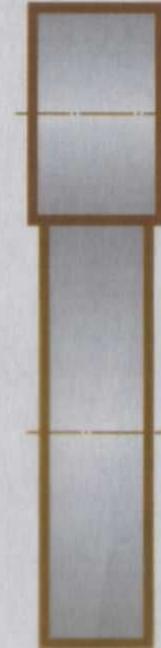
Химико-термические
упрочнения
 $H = 55...63 \text{ HRC}$



Закалка
с нагревом ТВЧ
 $H = 50...55 \text{ HRC}$



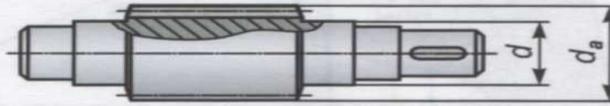
Улучшение
 $H = 230...280 \text{ HB}$



КОНСТРУКЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Шестерня, выполненная заодно с валом (вал-шестерня)

прокат при $d_a \leq 200$ мм и $d_a \leq 2d$



Насадные колеса

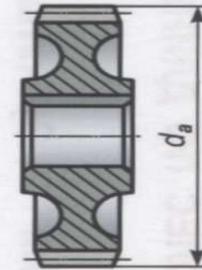
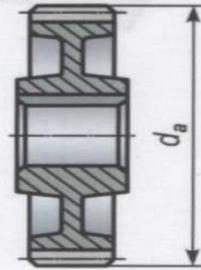
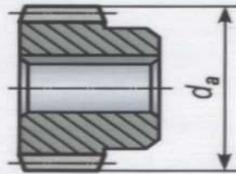
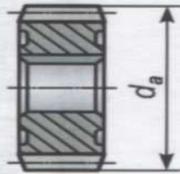
кованые или штампованные

$d_a = 150 \dots 250$ мм

$d_a = 250 \dots 600$ мм

$H \leq 350$ HB

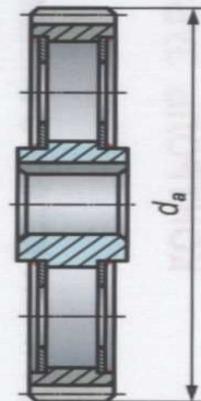
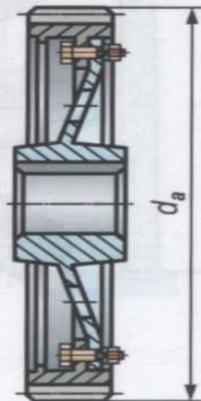
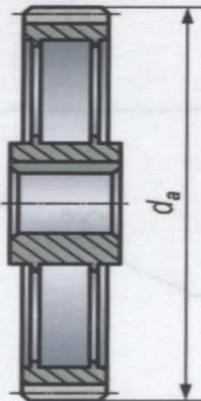
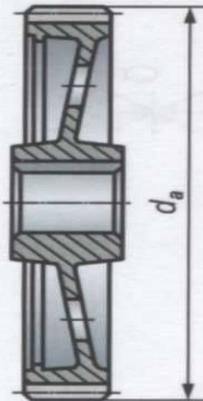
$H > 350$ HB



литые
 $d_a = 600 \dots 900$ мм $d_a \geq 900$ мм

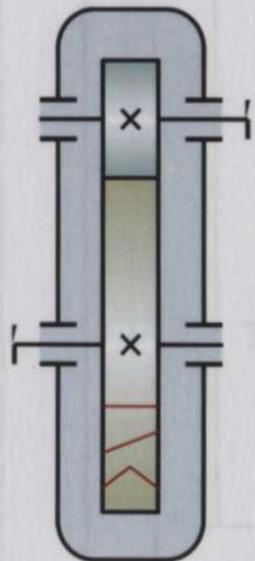
бандажированное
 $d_a \geq 600$ мм

сварное
 $d_a \geq 600$ мм



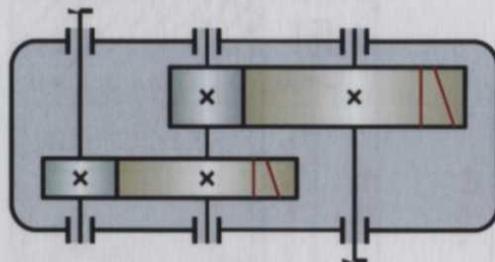
СХЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕДУКТОРОВ

Одноступенчатый
 $i \leq 6,3$

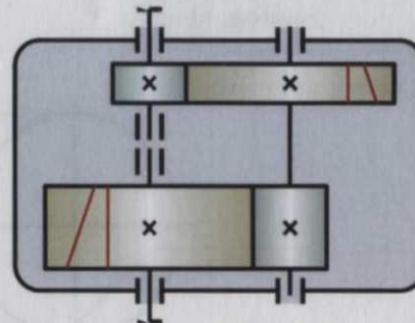


Двухступенчатые $i = 6,3 \dots 40$

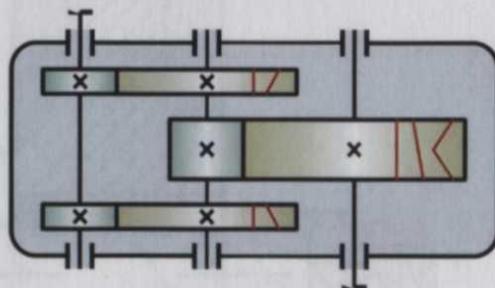
по развернутой схеме



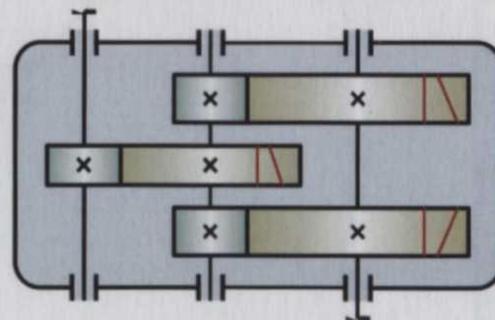
соосный



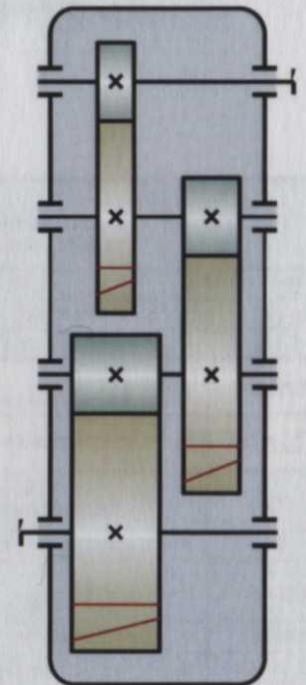
с раздвоенной
быстроходной ступенью



с раздвоенной
тихоходной ступенью



Трехступенчатый
 $i = 25 \dots 250$

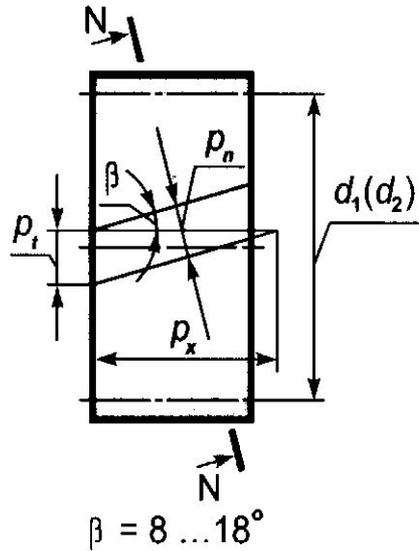


Косозубая цилиндрическая передача

Обеспечивает большие коэффициенты перекрытия, и тем самым, пониженные значения шума, вибрации, динамических нагрузок. Зубья колес входят в зацепление постепенно,

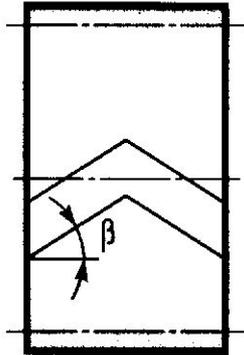
ОСОБЕННОСТИ ГЕОМЕТРИИ КОСОЗУБЫХ И ШЕВРОННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Зуб косоый

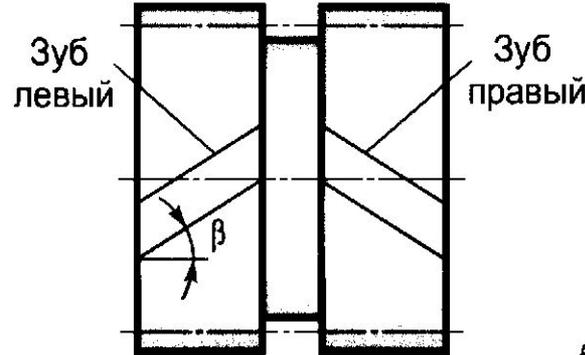


Зуб шевронный

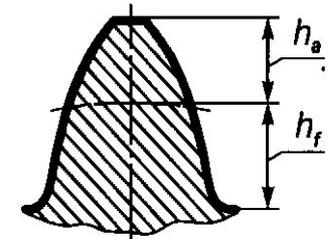
а) без канавки



б) с канавкой для выхода фрезы



N - N ⊙ (увеличено)



h_a - высота головки зуба, мм;

h_f - высота ножки зуба, мм;

p_n, p_t, p_x - шаги нормальный, окружной, осевой, мм;

β - угол наклона зубьев, °;

m_n, m_t, m_x - модули нормальный, окружной, осевой, мм;

z_1, z_2 - числа зубьев шестерни и колеса;

d_1, d_2 - делительные диаметры шестерни и колеса, мм;

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta};$$

$$p_x = \frac{p_n}{\sin \beta};$$

$$m_n = \frac{p_n}{\pi};$$

$$m_t = \frac{p_t}{\pi};$$

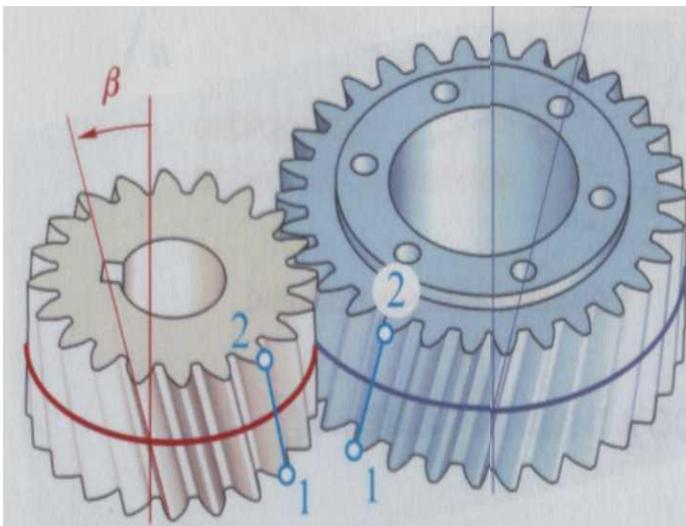
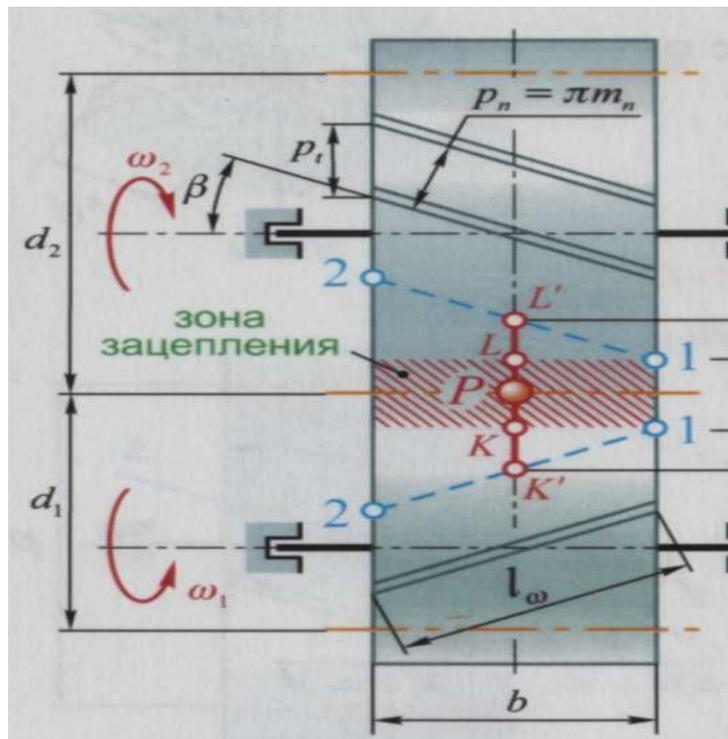
$$m_x = \frac{p_x}{\pi};$$

$$d_1 = m_t z_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta};$$

$$d_2 = m_t z_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta};$$

$$h_a = m_n;$$

$$h_f = 1,25 m_n.$$



P_t — окружной шаг зубьев, $P_t = \frac{\pi d}{z}$.

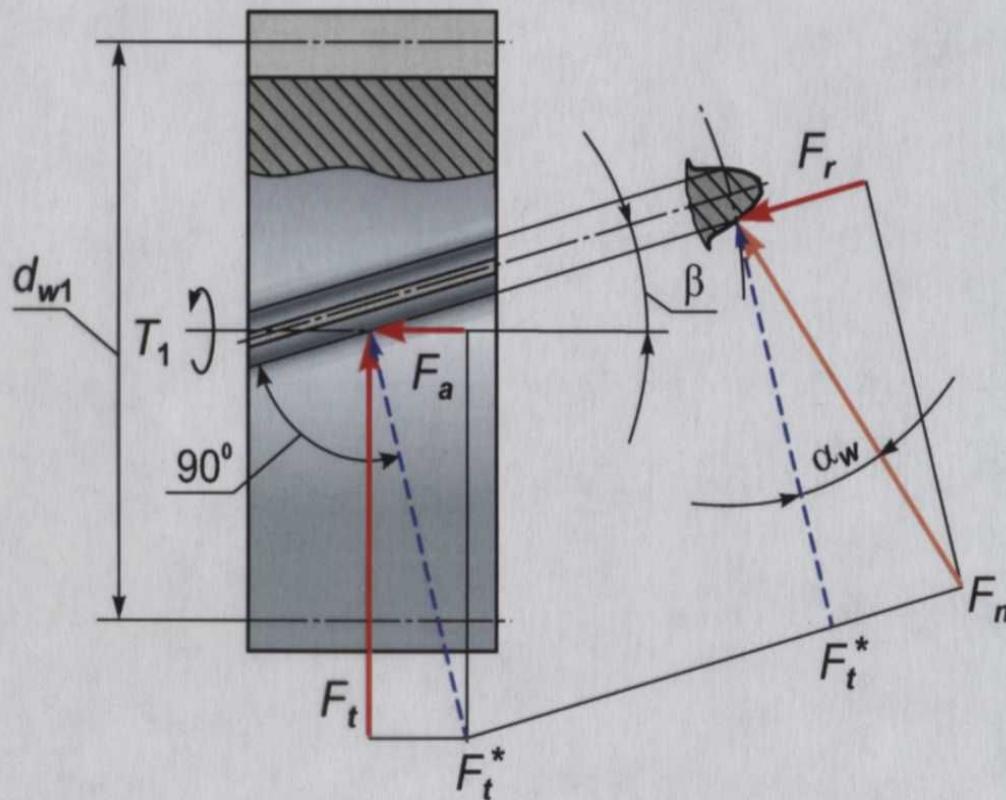
p_n — нормальный шаг зубьев, $p_n = p_t \cos \beta$.

m_t — окружной модуль, $m_t = \frac{P_t}{\pi}$;

m_n — нормальный модуль, $m_n = \frac{P_n}{\pi}$;

$m_n = m_t \cos \beta$.

СИЛЫ В КОСОЗУБОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧЕ



- d_{w1} - начальный диаметр шестерни, мм;
- F_n - нормальная сила, действующая в полюсе зацепления по нормали к сопряженным поверхностям, Н;
- F_t - окружная сила, действующая по касательной к начальным окружностям, Н;
- F_r - радиальная сила, действующая по радиусу к центру, Н;
- F_a - осевая сила, параллельная осям зубчатых колес, Н;
- T_1 - вращающий момент на шестерне, Нм;
- α_w - угол зацепления в нормальном сечении, °;
- β - угол наклона зуба, °;

$$F_t = \frac{2000 T_1}{d_{w1}} ; \quad F_r = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta} ;$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta ; \quad F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2 + F_a^2} .$$

В шевронной передаче осевые силы на полушевронах замыкаются на зубчатых колесах и на валы и опоры не передаются.