

Правила нахождения производной

1. Если функции $u(x)$ и $v(x)$ имеют в точке x производные, то их сумма $u(x) + v(x)$ также имеет в этой точке производную, причем

$$(u + v)' = u' + v'$$

2. Если функция $u(x)$ имеет в точке x производную и C – данное число, то функция $C \cdot u(x)$ также имеет в этой точке производную, причем

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

Правило 1. Если функции U и V дифференцируемы в т.х, то их сумма (разность) дифференцируема в этой точке

$$(U \pm V)' = U' \pm V'$$

Пример. $(x^2 + x + 5)' = (x^2)' + (x)' + 5' =$
 $2x + 1 + 0 = 2x + 1$



Правила нахождения производной

3. Если функции $u(x)$ и $v(x)$ имеют в точке x производные, то их произведение $u(x) \cdot v(x)$ также имеет в этой точке производную, причем

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

4. Если функция $v(x)$ имеет в точке x производную и $v(x) \neq 0$, то функция $\frac{1}{v(x)}$ также имеет в этой точке производную, причем

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

Правило 2. Если функции U и V дифференцируемы в т.х, то их произведение дифференцируемо в этой точке

$$(UV)' = U'V + UV'$$

Например: Найти производную функции $y = (5x - 8) \cdot x^2$

Решение.

$$y_1 = 5x - 8, \quad y_1' = 5 ; \quad y_2 = x^2, \quad y_2' = 2x.$$

$$\begin{aligned} y' &= ((5x - 8) \cdot x^2)' = (5x - 8)' \cdot x^2 + (x^2)' \cdot (5x - 8) = \\ &= 5 \cdot x^2 + 2x \cdot (5x - 8) = 5x^2 + 10x^2 - 16x = 15x^2 - 16x \end{aligned}$$

Правила нахождения производной

5. Если функции $u(x)$ и $v(x)$ имеют в точке x производные и $v(x) \neq 0$, то функция $\frac{u(x)}{v(x)}$ также имеет в этой точке производную, причем

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Правило 3. Если функции U и V дифференцируемы в т.х и функция V не равна 0 в этой точке, то частное $\frac{U}{V}$ дифференцируемо в x

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$



$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{x^2}{5x-8}\right)' = \frac{(x^2)'(5x-8) - (5x-8)'x^2}{(5x-8)^2} = \\ &= \frac{2x(5x-8) - 5x^2}{(5x-8)^2} = \frac{10x^2 - 16x - 5x^2}{(5x-8)^2} = \frac{5x^2 - 16x}{(5x-8)^2} \end{aligned}$$

Задание 1.

Найдите производную функции

$$f(x) = \sin x + 3x^2 + 6x + 5$$

Решение:

$$f'(x) = \cos x + 6x + 6$$

Задание 2.

Найдите производную функции

$$f(x) = \sqrt{x} + x^3 - 5x + \sin x$$

Решение:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3x^2 - 5 + \cos x$$



Задание 3.

Найдите производную функции

$$f(x) = \cos x + 8x^2 + 5x + 8$$

Решение:

$$f'(x) = -\sin x + 16x + 5$$

Задание 4.

Найдите производную функции

$$f(x) = \frac{1}{x} + 4x^3 - 5x^2 - \cos x$$

Решение:



$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 12x^2 - 10x + \sin x$$

Задание 5

Найдите производную функции

$$f(x) = \ln x + 5x^2 + 8x + 15$$

Решение:

$$f'(x) = \frac{1}{x} + 10x + 8$$

Задание 6

Найдите производную функции

$$f(x) = \frac{3}{x^3} - \ln x + 8x^5 + x$$

Решение:



$$f'(x) = -\frac{9}{x^4} - \frac{1}{x} + 40x^4 + 1$$

Задание 7

Найдите производную функции

$$f(x) = e^x - 3x^4 + 7$$

Решение:

$$f'(x) = e^x - 12x^3$$

Задание 8

Найдите производную функции

$$f(x) = -\frac{2}{x^4} - e^x + \frac{1}{2}x^2$$

Решение:



$$f'(x) = \frac{8}{x^5} - e^x + x$$

Домашнее задание

Найти производную функции

1) $2x^4 - x^3 + 3x + 4;$

2) $-x^5 + 2x^3 - 3x^2 - 1;$

3) $3x^2 - 6x + 5$

4) $6x^4 - 9e^x;$