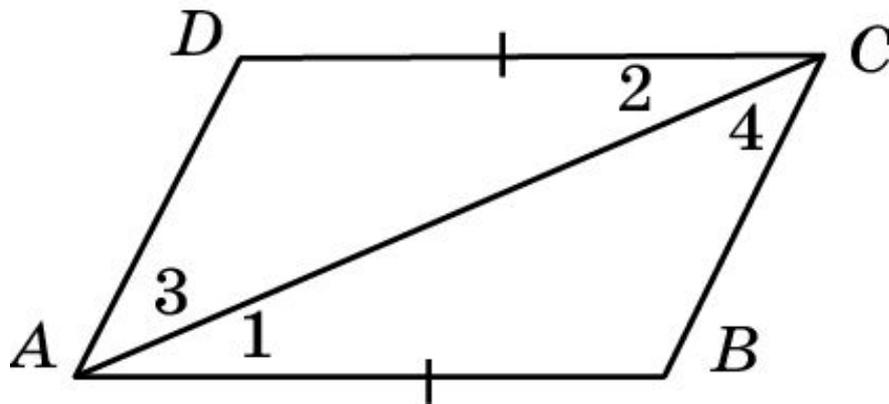


Признак параллелограмма

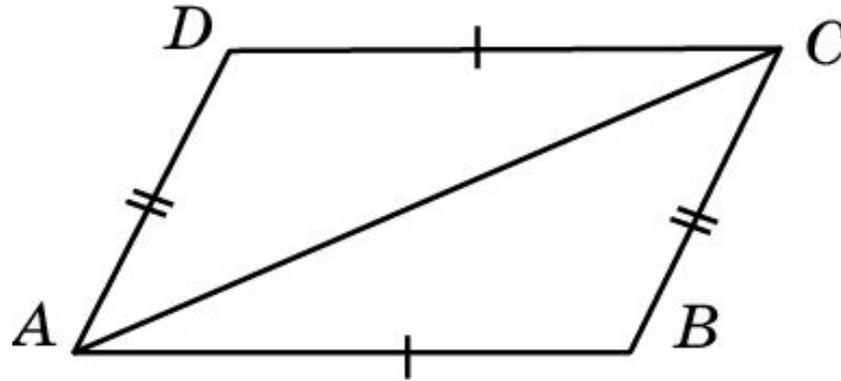
Теорема 1. (Первый признак параллелограмма.) Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



Доказательство. Пусть в четырехугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны и параллельны. Проведем диагональ AC . Треугольники ABC и CDA равны по первому признаку равенства треугольников (AC – общая сторона, $AB = CD$ по условию, $1 = 2$, как внутренние накрест лежащие углы). Поэтому внутренние накрест лежащие углы 3 и 4 равны. Следовательно, прямые AD и BC параллельны. Таким образом, противоположные стороны четырехугольника $ABCD$ параллельны, и $ABCD$ – параллелограмм.

Признак параллелограмма

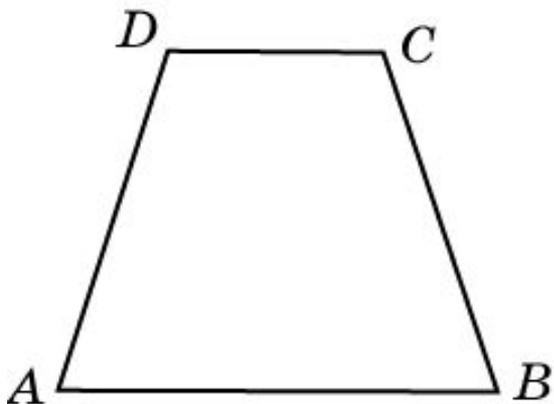
Теорема 2. (Второй признак параллелограмма.) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



Доказательство. Пусть в четырехугольнике $ABCD$ имеют место равенства $AB = CD$, $BC = AD$. Одна из диагоналей разбивает его на два треугольника. Пусть это диагональ AC . Тогда треугольники ABC и CDA равны (по третьему признаку равенства треугольников). Следовательно, $\angle CAB = \angle ACD$ и, значит, прямые AB и CD параллельны. Аналогично, $\angle ACB = \angle CAD$ и, значит, прямые BC и AD параллельны. Таким образом, противоположные стороны четырехугольника $ABCD$ параллельны и $ABCD$ – параллелограмм.

Упражнение 1

Суммы противоположных углов четырехугольника равны 180° . Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



Ответ: Нет.

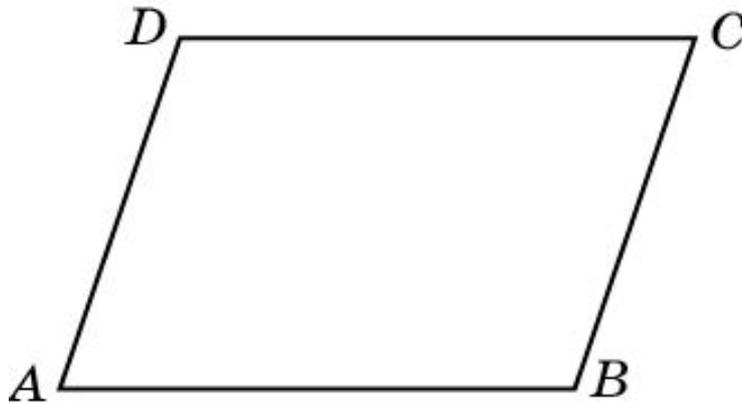
Упражнение 2

Все углы четырехугольника равны. Является ли этот четырехугольник параллелограммом?

Ответ: Да.

Упражнение 3

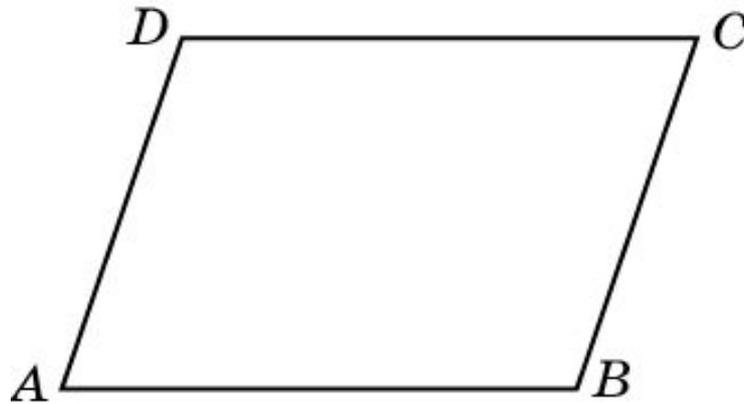
Суммы соседних углов четырехугольника равны 180° . Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



Ответ: Да. В этом случае противоположные стороны четырехугольника параллельны, значит, он является параллелограммом.

Упражнение 4

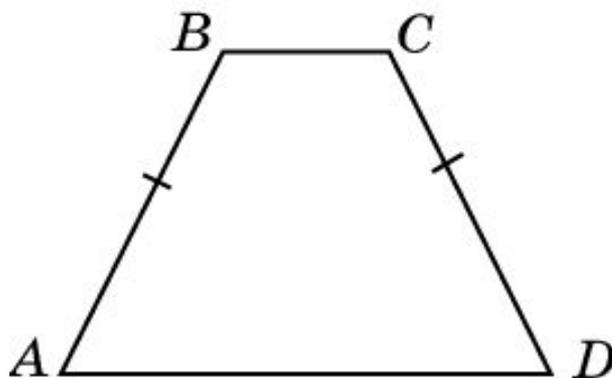
Противоположные углы четырехугольника равны. Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



Ответ: Да. В этом случае сумма соседних углов равна 180° . Следовательно, противоположные стороны четырехугольника параллельны, значит, он является параллелограммом.

Упражнение 5

Две стороны четырехугольника параллельны, а две другие равны. Верно ли утверждение о том, что этот четырехугольник является параллелограммом?

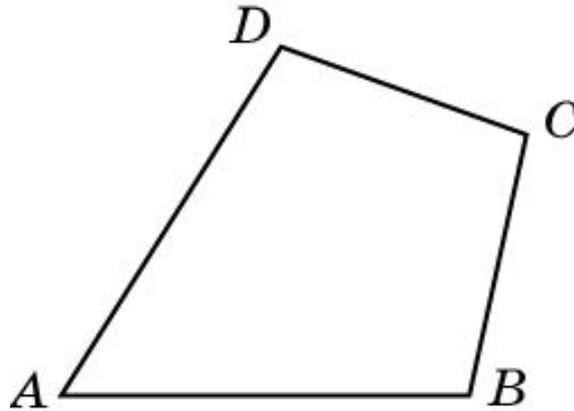


Ответ: Нет.

Упражнение 6

В четырехугольнике $ABCD$ $AB = AD$ и $BC = CD$.

Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



Ответ: Нет.

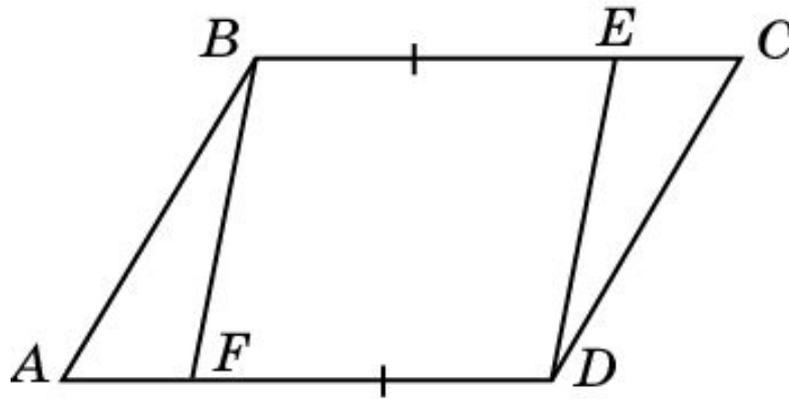
Упражнение 7

Все стороны четырехугольника равны. Является ли этот четырехугольник параллелограммом?

Ответ: Да.

Упражнение 8

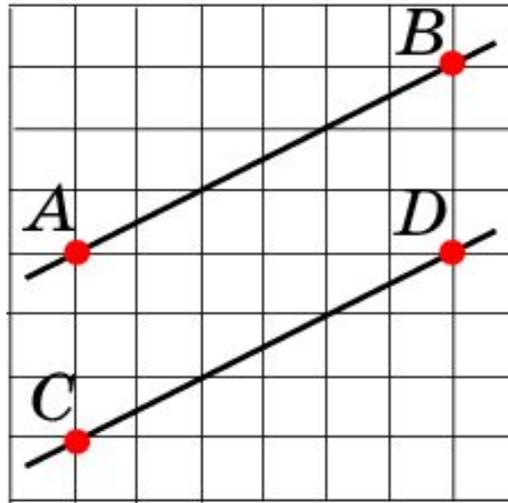
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки $BE = DF$. Является ли четырехугольник $BEDF$ параллелограммом?



Ответ: Да.

Упражнение 9

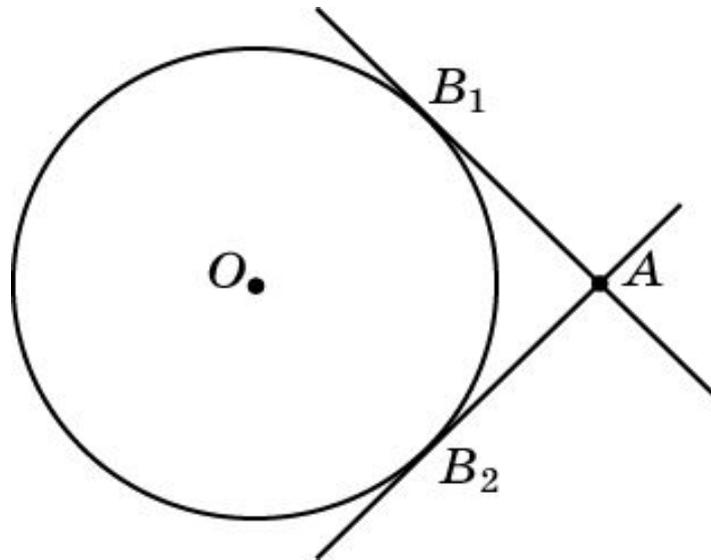
На клетчатой бумаге отмечены точки A , B , C , D . Докажите, что прямые AB и CD параллельны.



Решение: AC и BD равны и параллельны. Следовательно, четырехугольник $ABCD$ параллелограмм. Значит, $AB \parallel CD$.

Упражнение 10

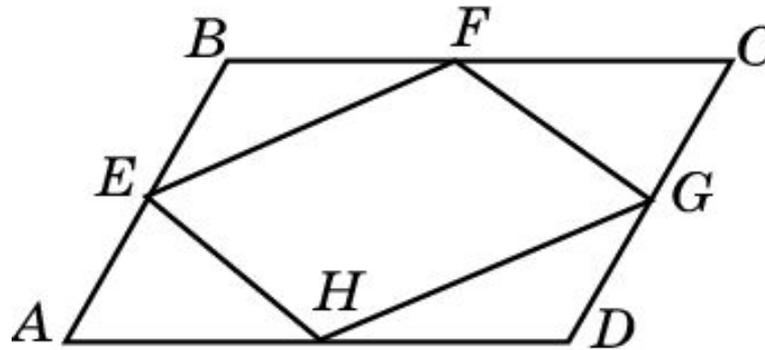
Из данной точки к окружности радиуса R проведены две взаимно перпендикулярные касательные. Чему равны отрезки этих касательных, заключенных между данной точкой и точками касания?



Ответ: R .

Упражнение 11

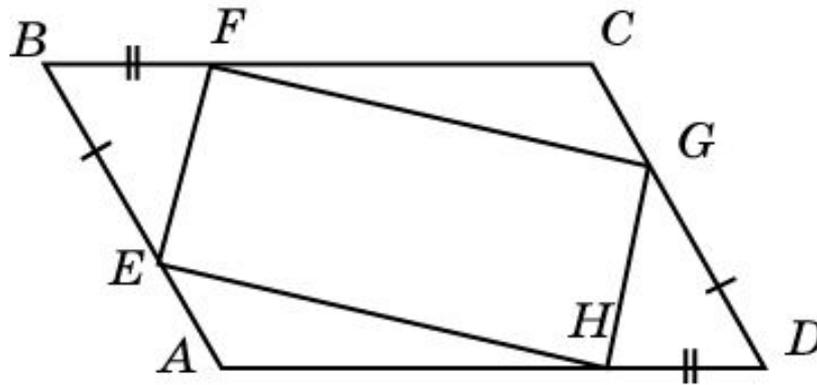
Дан параллелограмм $ABCD$. E , F , G , H – середины его сторон. Будет ли четырехугольник $EFGH$ параллелограммом? Почему?



Ответ: Треугольники AHE и CFG равны по первому признаку равенства треугольников. Следовательно, $HE = FG$. Аналогично, $EF = HG$. Таким образом, $EFGH$ – параллелограмм по второму признаку.

Упражнение 12

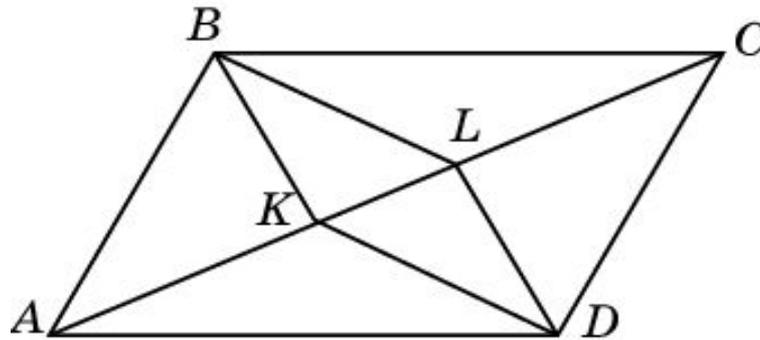
На сторонах параллелограмма $ABCD$ отложены две пары равных отрезков: $BE = DG$ и $BF = DH$. Будет ли четырехугольник $EFGH$ параллелограммом?



Ответ: Да. Решение аналогично предыдущей задаче.

Упражнение 13

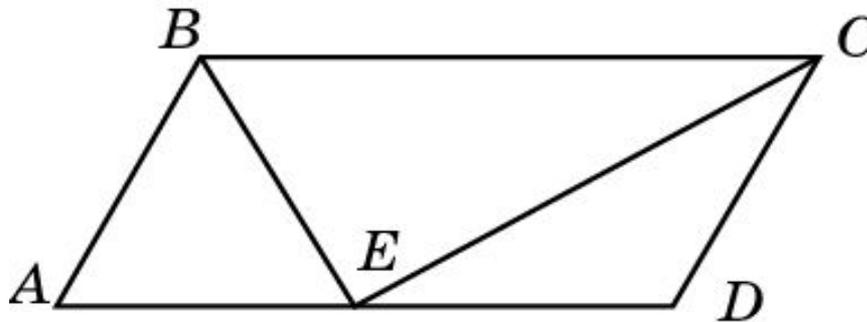
В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов B и D пересекают диагональ AC в точках K и L , которые соединены соответственно с вершинами параллелограмма D и B . Является ли четырехугольник $KBLD$ параллелограммом?



Ответ: Да.

Упражнение 14

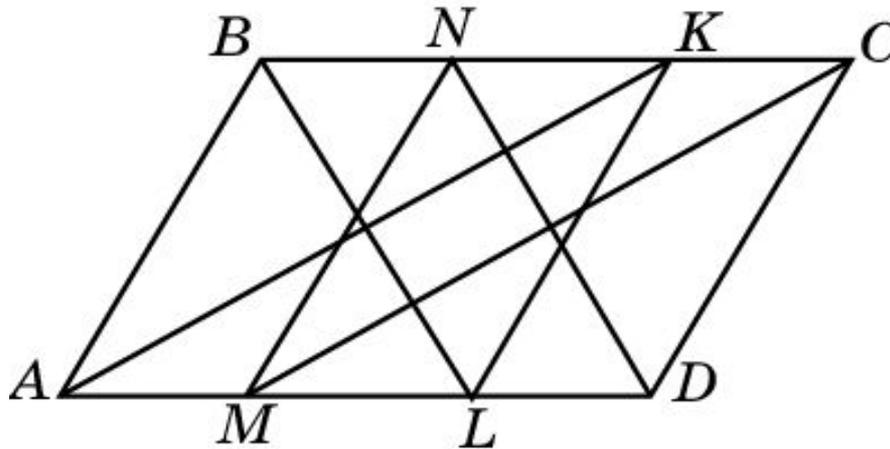
Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Как связаны между собой стороны данного параллелограмма?



Ответ: Одна сторона в два раза больше другой.

Упражнение 15

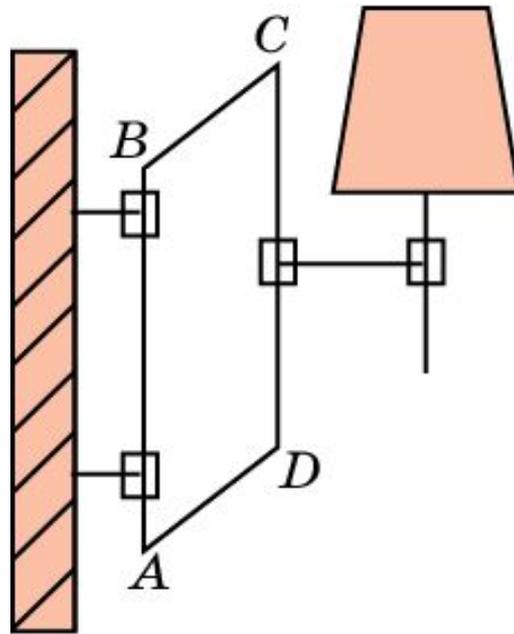
Биссектрисы углов параллелограмма $ABCD$ пересекают его стороны в точках K , L , M и N . Определите вид четырехугольника $KLMN$.



Ответ: Параллелограмм.

Упражнение 16

Объясните, почему ось от лампы, изображенной на рисунке всегда вертикальна.



Ответ: $ABCD$ – параллелограмм, стороны AB и CD которого вертикальны. Ось лампы параллельна CD и, следовательно, вертикальна.