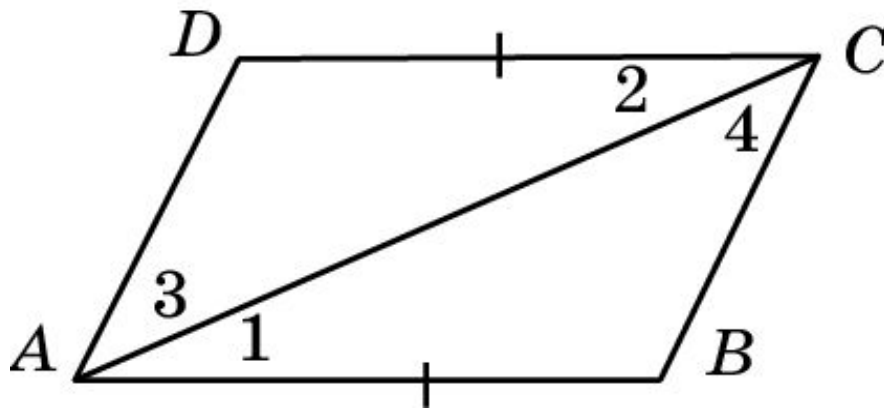


# Признак параллелограмма

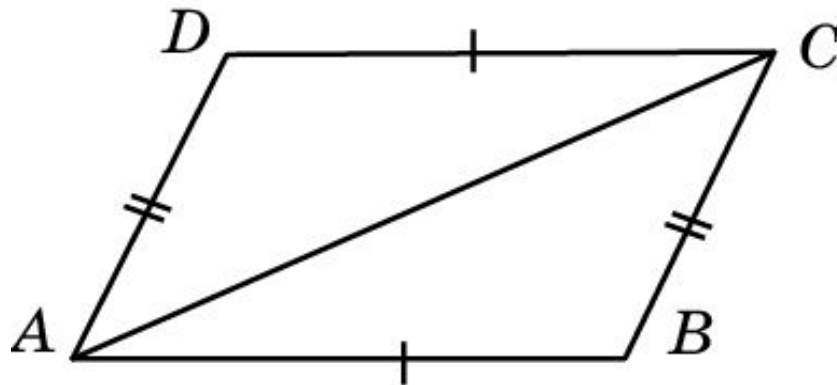
**Теорема 1.** (Первый признак параллелограмма.) Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



**Доказательство.** Пусть в четырехугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $CD$  равны и параллельны. Проведем диагональ  $AC$ . Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AC$  – общая сторона,  $AB = CD$  по условию,  $1 = 2$ , как внутренние накрест лежащие углы). Поэтому внутренние накрест лежащие углы 3 и 4 равны. Следовательно, прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны. Таким образом, противоположные стороны четырехугольника  $ABCD$  параллельны, и  $ABCD$  – параллелограмм.

## Признак параллелограмма

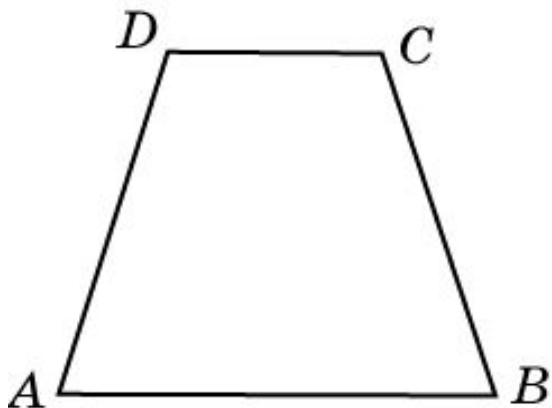
**Теорема 2.** (Второй признак параллелограмма.) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



**Доказательство.** Пусть в четырехугольнике  $ABCD$  имеют место равенства  $AB = CD$ ,  $BC = AD$ . Одна из диагоналей разбивает его на два треугольника. Пусть это диагональ  $AC$ . Тогда треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны (по третьему признаку равенства треугольников). Следовательно,  $\angle CAB = \angle ACD$  и, значит, прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны. Аналогично,  $\angle ACB = \angle CAD$  и, значит, прямые  $BC$  и  $AD$  параллельны. Таким образом, противоположные стороны четырехугольника  $ABCD$  параллельны и  $ABCD$  – параллелограмм.

## Упражнение 1

Суммы противоположных углов четырехугольника равны  $180^\circ$ . Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



Ответ: Нет.

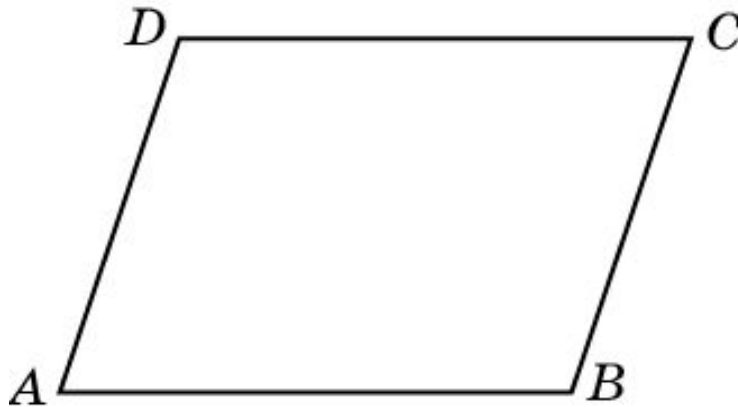
## Упражнение 2

Все углы четырехугольника равны. Является ли этот четырехугольник параллелограммом?

Ответ: Да.

## Упражнение 3

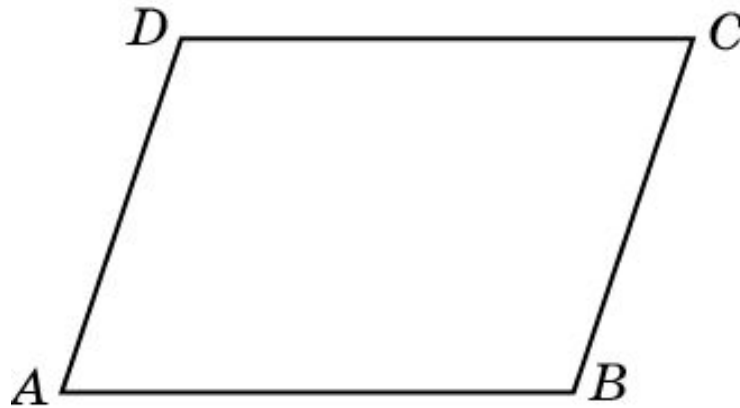
Суммы соседних углов четырехугольника равны  $180^\circ$ . Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



**Ответ:** Да. В этом случае противоположные стороны четырехугольника параллельны, значит, он является параллелограммом.

## Упражнение 4

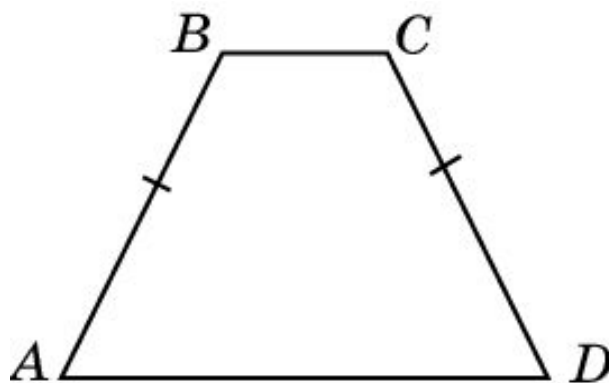
Противоположные углы четырехугольника равны. Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



**Ответ:** Да. В этом случае сумма соседних углов равна  $180^\circ$ . Следовательно, противоположные стороны четырехугольника параллельны, значит, он является параллелограммом.

## Упражнение 5

Две стороны четырехугольника параллельны, а две другие равны. Верно ли утверждение о том, что этот четырехугольник является параллелограммом?

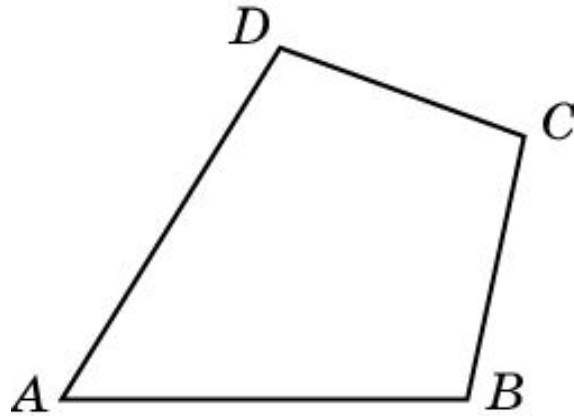


Ответ: Нет.

## Упражнение 6

В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = AD$  и  $BC = CD$ .

Является ли этот четырехугольник параллелограммом?



Ответ: Нет.



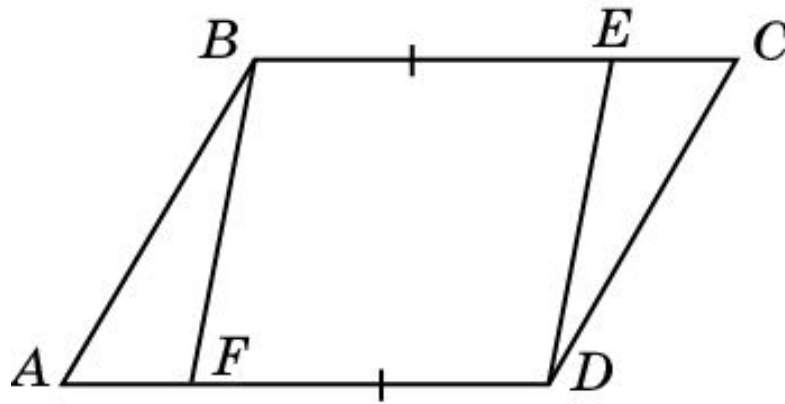
## Упражнение 7

Все стороны четырехугольника равны. Является ли этот четырехугольник параллелограммом?

Ответ: Да.

## Упражнение 8

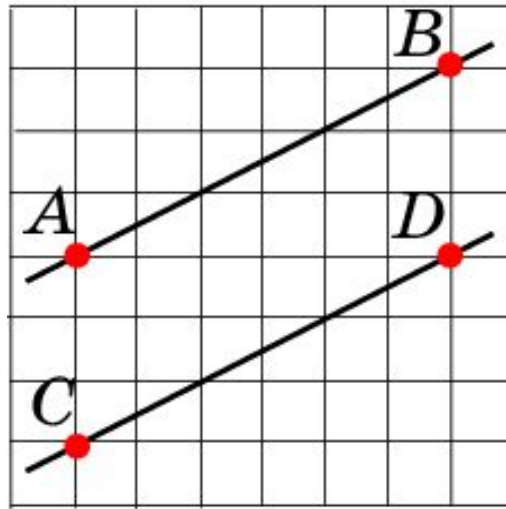
На сторонах параллелограмма  $ABCD$  отложены равные отрезки  $BE = DF$ . Является ли четырехугольник  $BEDF$  параллелограммом?



Ответ: Да.

## Упражнение 9

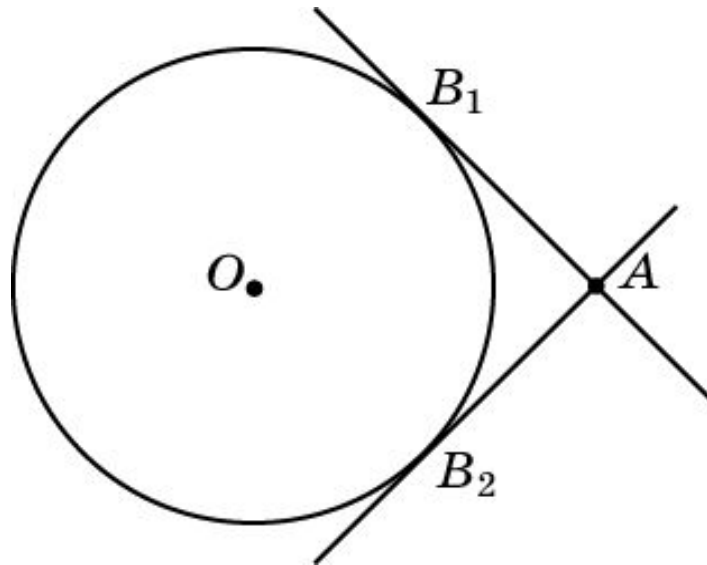
На клетчатой бумаге отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны.



**Решение:**  $AC$  и  $BD$  равны и параллельны. Следовательно, четырехугольник  $ABCD$  параллелограмм. Значит,  $AB \parallel CD$ .

## Упражнение 10

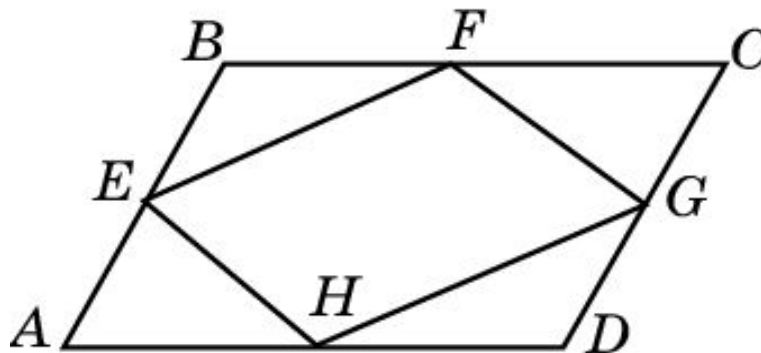
Из данной точки к окружности радиуса  $R$  проведены две взаимно перпендикулярные касательные. Чему равны отрезки этих касательных, заключенных между данной точкой и точками касания?



Ответ:  $R$ .

## Упражнение 11

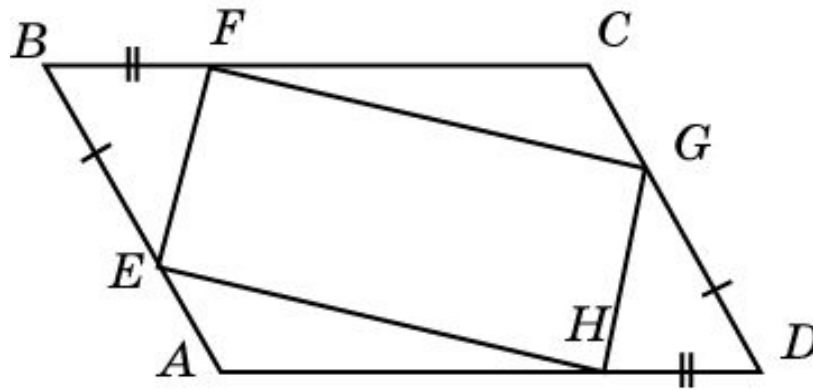
Дан параллелограмм  $ABCD$ .  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  – середины его сторон. Будет ли четырехугольник  $EFGH$  параллелограммом? Почему?



**Ответ:** Треугольники  $AHE$  и  $CFG$  равны по первому признаку равенства треугольников. Следовательно,  $HE = FG$ . Аналогично,  $EF = HG$ . Таким образом,  $EFGH$  – параллелограмм по второму признаку.

## Упражнение 12

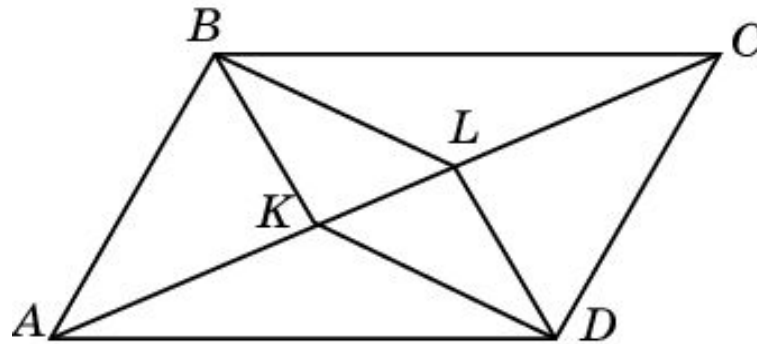
На сторонах параллелограмма  $ABCD$  отложены две пары равных отрезков:  $BE = DG$  и  $BF = DH$ . Будет ли четырехугольник  $EFGH$  параллелограммом?



**Ответ:** Да. Решение аналогично предыдущей задаче.

## Упражнение 13

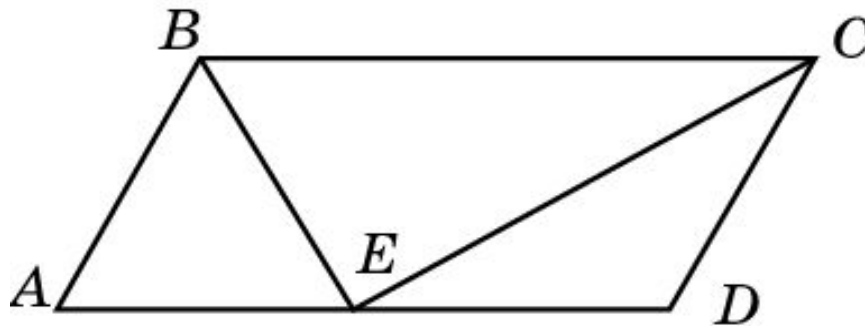
В параллелограмме  $ABCD$  биссектрисы углов  $B$  и  $D$  пересекают диагональ  $AC$  в точках  $K$  и  $L$ , которые соединены соответственно с вершинами параллелограмма  $D$  и  $B$ . Является ли четырехугольник  $KBLD$  параллелограммом?



Ответ: Да.

## Упражнение 14

Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Как связаны между собой стороны данного параллелограмма?

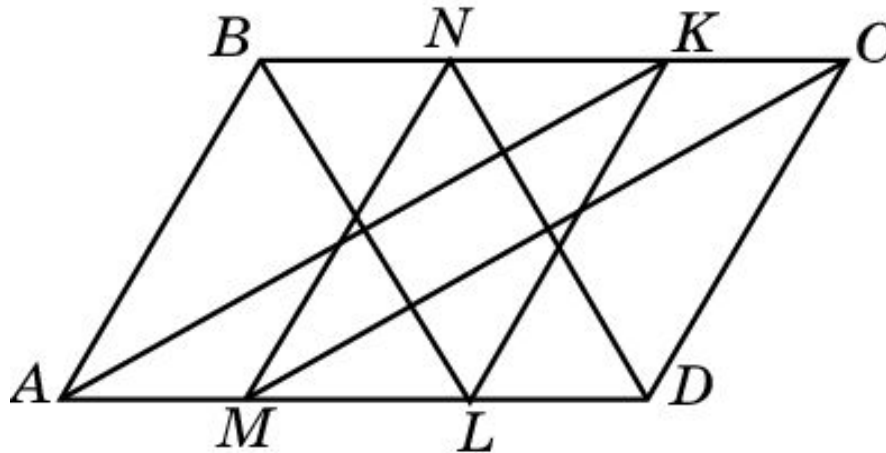


**Ответ:** Одна сторона в два раза больше другой.



## Упражнение 15

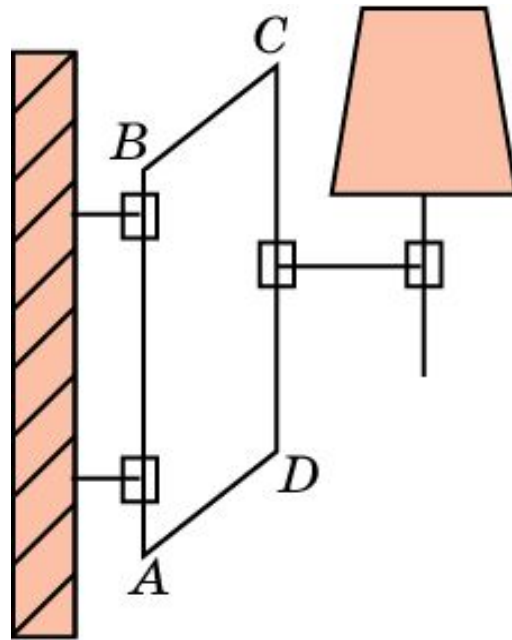
Биссектрисы углов параллелограмма  $ABCD$  пересекают его стороны в точках  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$ . Определите вид четырехугольника  $KLMN$ .



**Ответ:** Параллелограмм.

## Упражнение 16

Объясните, почему ось от лампы, изображенной на рисунке всегда вертикальна.



**Ответ:**  $ABCD$  – параллелограмм, стороны  $AB$  и  $CD$  которого вертикальны. Ось лампы параллельна  $CD$  и, следовательно, вертикальна.