
Тема 10.

Построение асимптотических ЛАЧХ
и ЛФЧХ для передаточных функций
общего вида

Обсуждаемые вопросы

1. *Правило вычисления модуля и аргумента произведения комплексных чисел*
2. *Неминимально-фазовые звенья*
3. *Построение асимптотических ЛАЧХ*
4. *Построение ЛФЧХ*

Правило вычисления модуля и аргумента произведения комплексных чисел

3

$$\begin{aligned} z &= z_1 z_2 \cdots z_n \\ z_i &= |z_i| e^{j \arg z_i} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} |z| &= |z_1| |z_2| \cdots |z_n| \\ \arg z &= \arg z_1 + \arg z_2 \cdots \arg z_n \end{aligned}$$

$$W(s) = W_1(s) W_2(s) \cdots W_n(s) \Rightarrow W(j\omega) = W_1(j\omega) W_2(j\omega) \cdots W_n(j\omega)$$

$$W_i(j\omega) = |W_i(j\omega)| e^{j \arg W_i(j\omega)} = A_i(\omega) e^{j \varphi_i(\omega)}$$

$$A(\omega) = A_1(\omega) A_2(\omega) \cdots A_n(\omega)$$

$$20 \lg A(\omega) = 20 \lg A_1(\omega) + 20 \lg A_2(\omega) + \cdots + 20 \lg A_n(\omega)$$

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + \cdots + L_n(\omega)$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) \cdots \varphi_n(\omega)$$

Неминимально-фазовые звенья

Определение: Динамическое звено называется неминимально-фазовым звеном, если его передаточная функция содержит нуль или полюс в правой части комплексной плоскости.

**Неустойчивое апериодическое звено
(полюс в правой части комплексной плоскости):**

$$T \frac{dy}{dt} - y = ku \quad T > 0 \quad k > 0 \quad \Rightarrow \quad W(s) = \frac{k}{Ts - 1}$$

Форсирующее звено с нулем в правой части комплексной плоскости:

$$y = k \left(T \frac{du}{dt} - u \right), \quad k > 0, \quad T > 0 \quad \Rightarrow \quad W(s) = k(Ts - 1)$$

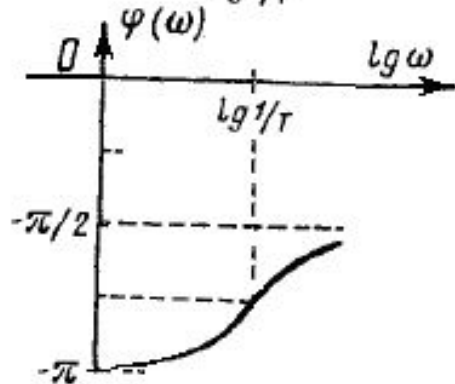
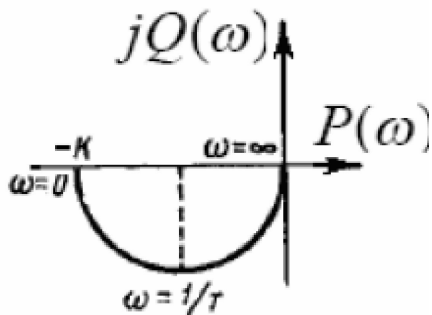
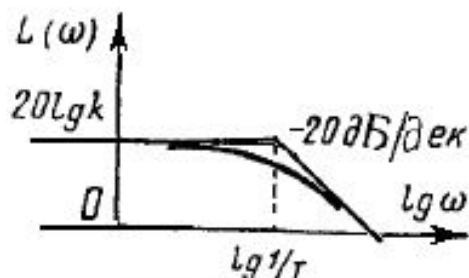
Неустойчивое апериодическое звено (полюс в правой части комплексной плоскости):

$$W(s) = \frac{k}{Ts - 1}$$

$$W(j\omega) = \frac{-k}{1 + (T\omega)^2} + j \frac{(-1)kT\omega}{1 + (T\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = -\pi + \text{arctg}(T\omega)$$

$$A(\omega) = \frac{|k|}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}}$$



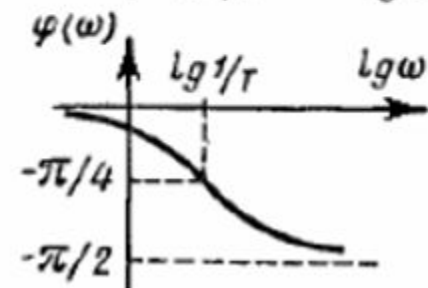
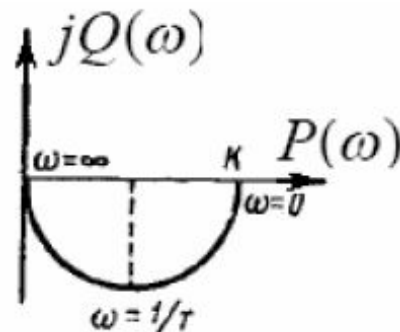
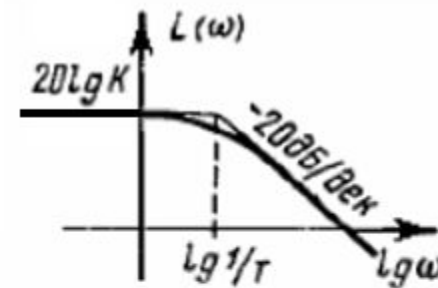
Устойчивое апериодическое звено (полюс в левой части комплексной плоскости):

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + (T\omega)^2} + j \frac{(-1)kT\omega}{1 + (T\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg}(T\omega)$$

$$A(\omega) = \frac{|k|}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}}$$



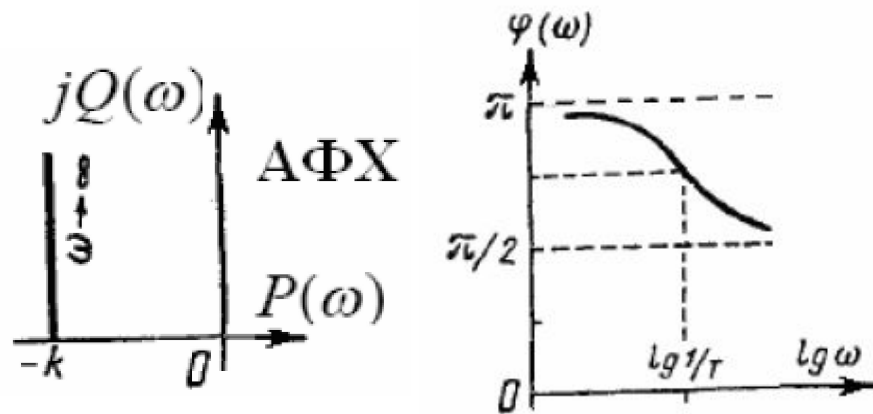
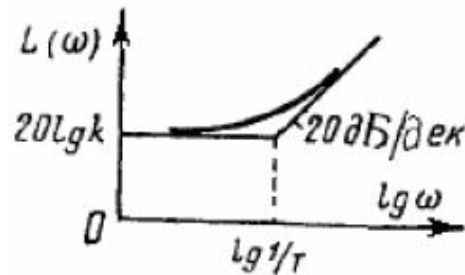
Форсирующее звено с нулем в правой части комплексной плоскости:

$$W(s) = k(Ts - 1)$$

$$W(j\omega) = -k + jkT\omega$$

$$|W(j\omega)| = |k| \sqrt{(T\omega)^2 + 1}$$

$$\varphi(\omega) = \pi - \text{arctg}(T\omega)$$



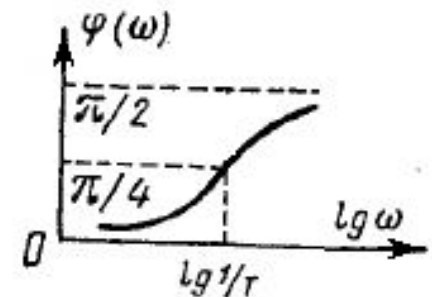
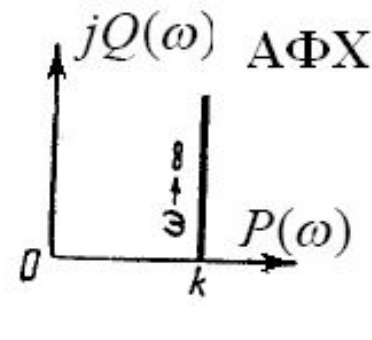
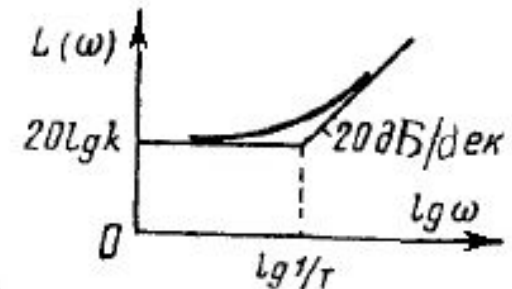
Форсирующее звено с нулем в левой части комплексной плоскости:

$$W(s) = k(Ts + 1)$$

$$W(j\omega) = k + jkT\omega$$

$$|W(j\omega)| = |k| \sqrt{(T\omega)^2 + 1}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}(T\omega)$$



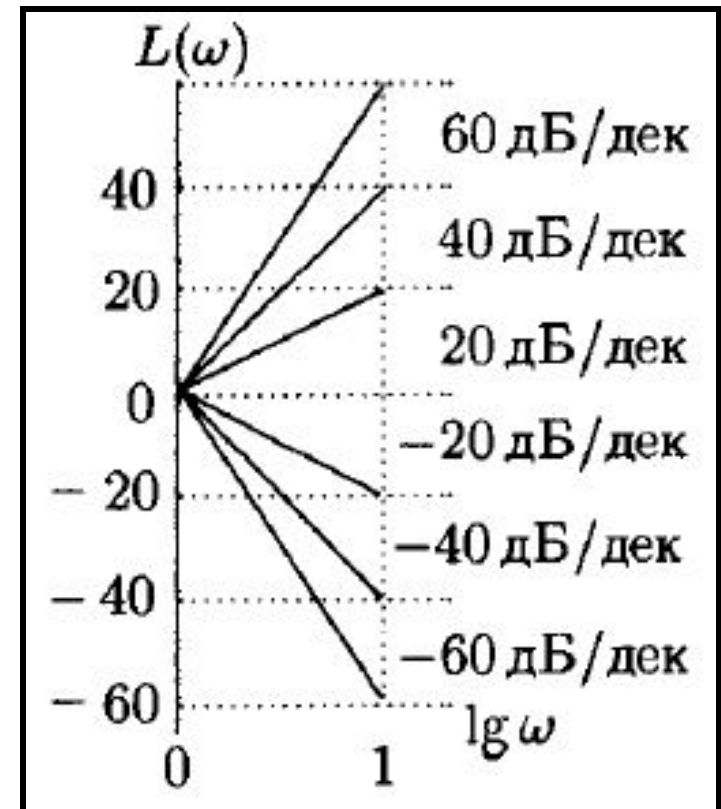
Построение асимптотических ЛАЧХ

$$W(s) = \frac{k}{s^\nu} W_0(s)$$

$W_0(s)$ - произведение элементарных множителей и элементарных дробей 1-го и 2-го порядка с единичными коэффициентами передачи

Правило построения асимптотических ЛАЧХ

1. Представить передаточную функцию в виде произведения элементарных множителей.
2. Вычислить коэффициент усиления k .
3. Вычислить сопрягающие частоты $\omega_i = 1/T_i$ и пронумеровать их в порядке возрастания: $\omega_1 < \omega_2 < \dots$.
4. Построить прямую с наклоном $-20 \cdot \nu$ дБ/дек через точку с координатой $20 \lg k$ на оси ординат.
5. Перемещаясь по оси частот от частоты ω_1 в сторону увеличения частот, изменять угол наклона прямой на ± 20 дБ/дек или ± 40 дБ/дек в зависимости от вида и расположения элементарного множителя, соответствующего частоте ω_i .



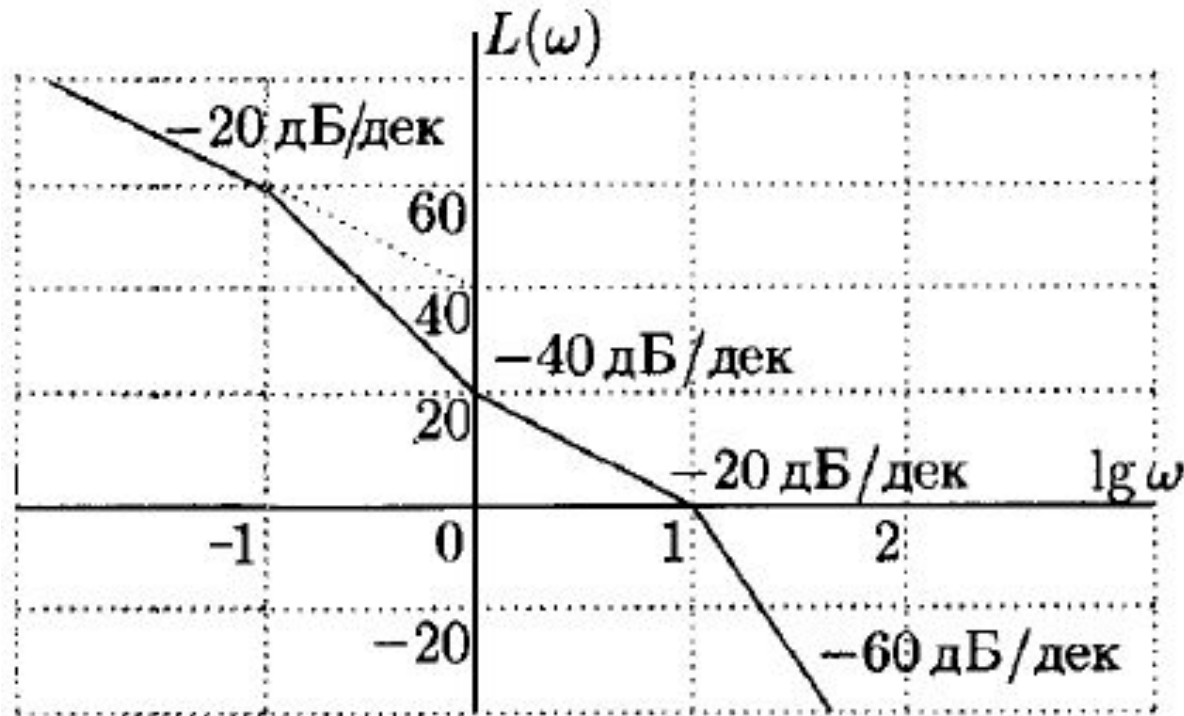
$$W(s) = \frac{k}{s^v} W_0(s) \quad 8$$

Пример 1

$$W(s) = \frac{100(s+1)}{s(10s+1)(0.01s^2+0.1s+1)} \quad v=1, \quad 20 \lg 100 = 40$$

$$T_1 = 10, \quad T_2 = 1, \quad T_3 = 0.1 \Rightarrow \omega_1 = 1/10, \quad \omega_2 = 1, \quad \omega_3 = 1/0.1$$

$$\lg \omega_1 = -1, \quad \lg \omega_2 = 0, \quad \lg \omega_3 = 1$$



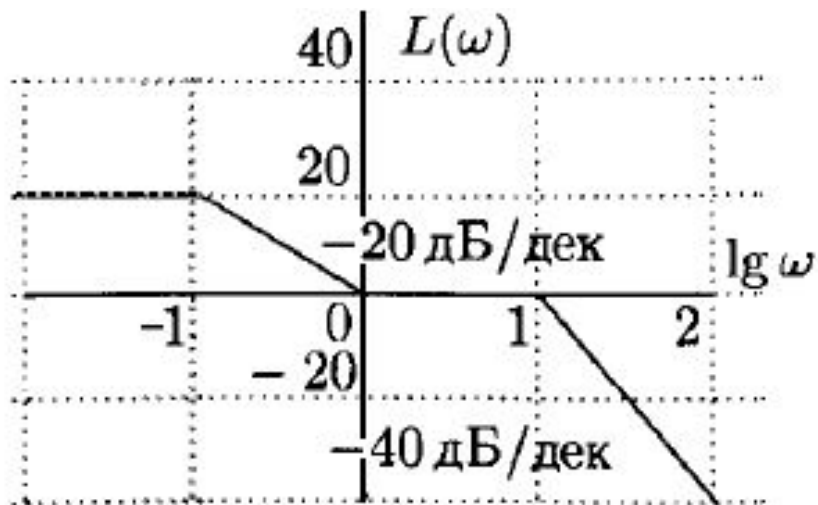
Пример 2

$$W(s) = \frac{10(s+1)}{(10s+1)(0.01s^2+0.1s+1)}$$

$$\nu = 0, \quad 20 \lg 10 = 20$$

$$\omega_1 = 1/10, \quad \omega_2 = 1, \quad \omega_3 = 1/0.1$$

$$\lg \omega_1 = -1, \quad \lg \omega_2 = 0, \quad \lg \omega_3 = 1$$



Пример 3

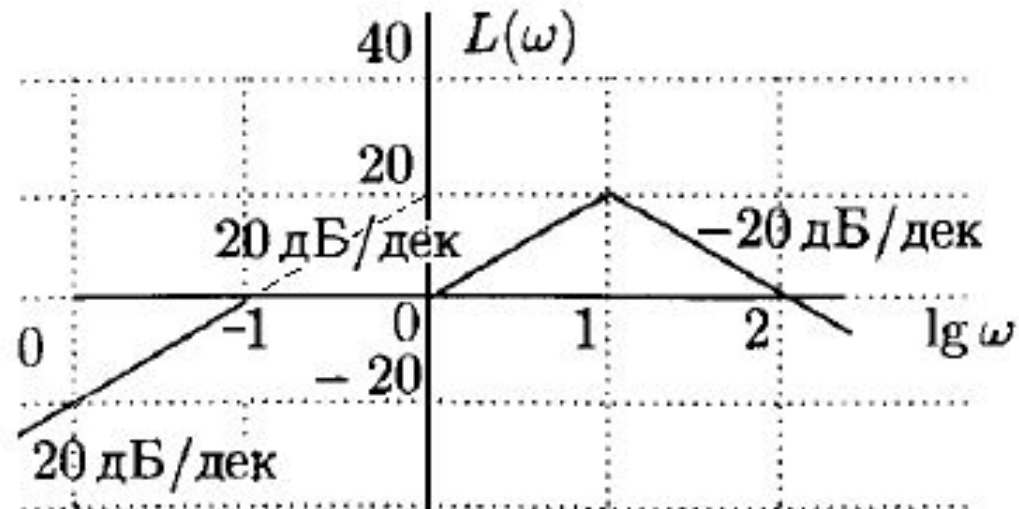
$$W(s) = \frac{k}{s^\nu} W_0(s)$$

$$W(s) = \frac{10s(s+1)}{(10s+1)(0.01s^2+0.1s+1)}$$

$$\nu = -1, \quad 20 \lg 10 = 20$$

$$\omega_1 = 1/10, \quad \omega_2 = 1, \quad \omega_3 = 1/0.1$$

$$\lg \omega_1 = -1, \quad \lg \omega_2 = 0, \quad \lg \omega_3 = 1$$



Построение ЛФЧХ

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) \cdots \varphi_n(\omega)$$

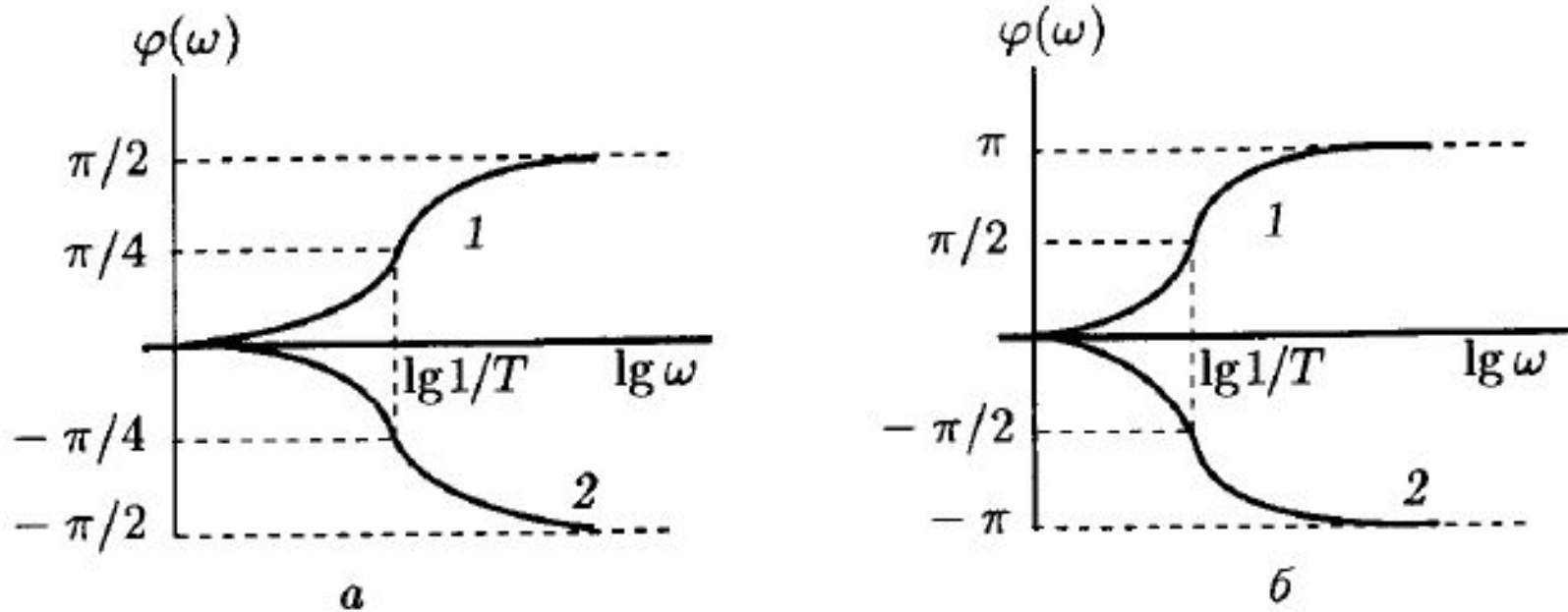


Рис. Шаблоны ЛФЧХ элементарных звеньев: *a* — форсирующего (кривая 1) и апериодического (2) звеньев; *б* — форсирующего 2-го порядка (1) и колебательного (2) звеньев

Тема 11.

Частотный метод синтеза
корректирующего звена по
ЛАЧХ разомкнутой системы
