



Системы счисления

Лекция №3

Системой счисления называют определенные правила записи чисел и связанные с ними способы выполнения

вычислений.

Системы счисления

Позиционные

Значение цифры в записи числа зависит от самой цифры и от места расположения этой цифры в числе (**позиции**)

Непозиционные

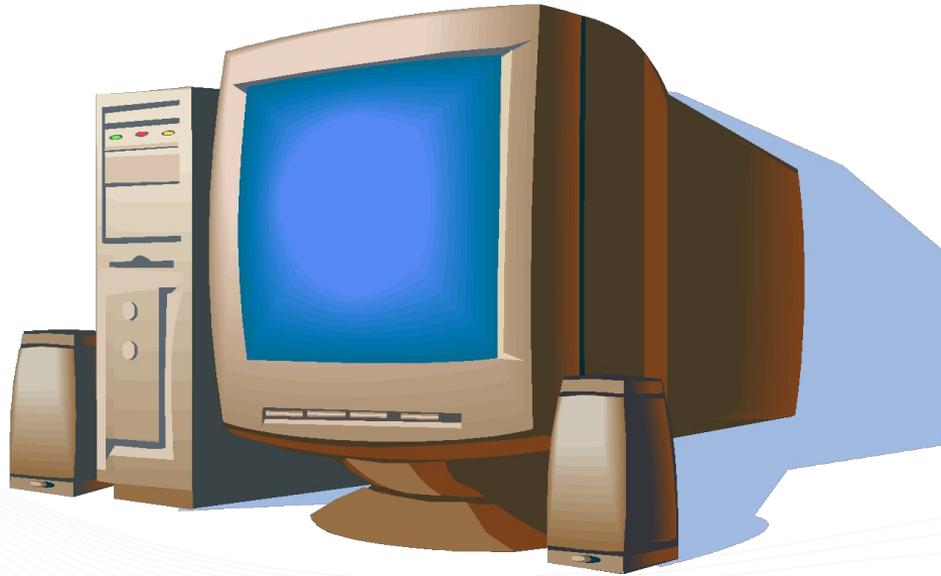
Значение цифры в записи числа не зависит от расположения цифры в числе

Примеры систем счисления

Позиционные: десятичная,
двоичная, троичная....

Непозиционные: римская...

Компьютер работает с числами в **двоичной** системе счисления.



Эта идея принадлежит Джону фон Нейману, сформулировавшему в 1946 году принципы устройства и работы ЭВМ.

Десятичная система счисления

Система счисления называется **десятичной** потому , что для записи любого числа в ней используются десять цифр:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Число цифр определяет основание системы счисления.

В **десятичной** системе счисления основание равно **десяти**.

Двоичная система счисления

Система счисления называется **двоичной**, потому что для записи любого числа в ней используются две цифры:

0, 1.

В **двоичной** системе счисления основание равно **двум**.

Развернутая форма записи числа

В позиционных системах счисления значение цифры в записи числа зависит не только от самой цифры, но и от места расположения этой цифры в числе.

Например в числе **333** первая справа цифра обозначает три единицы, следующая — три десятка, следующая — три сотни. Этот факт можно выразить равенством:

$$333_{10} = 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 = 300 + 30 + 3.$$

Выражение, стоящее справа от знака «равно», называется **развернутой формой записи многозначного числа**.

Задание.

Запишите число в развернутой форме:

Основание системы **10**

3210

8257

$$= 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$= 8000 + 200 + 50 + 7$$

Перевод двоичной системы счисления чисел в десятичную

Задание: перевести число 110101_2 ,
записанное в двоичной системе
счисления в десятичную.

Для выполнения задания необходимо
записать это число в развернутой форме:

$$\begin{aligned} 110101_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 53_{10} \end{aligned}$$

Соответствие записи чисел в десятичной и двоичной системе счисления:

1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

Задание

Переведите числа из двоичной системы счисления в десятичную:

1. $1000001=$

2. $10000001=$

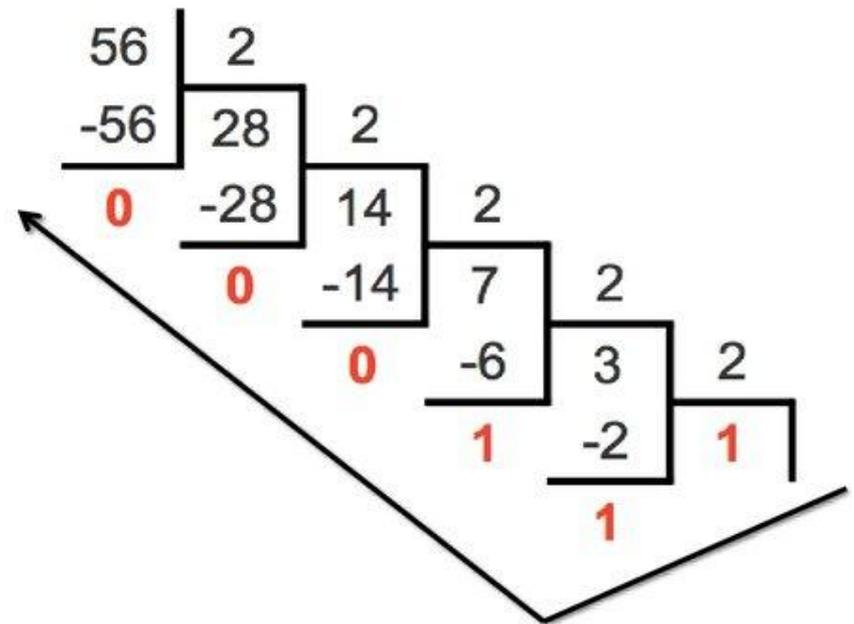
3. $100000001=$

4. $1000000001=$

Перевод десятичных чисел в двоичную систему

Перевод осуществляется при помощи деления десятичного числа на 2 до тех пор, пока в остатке не останется либо 1, либо 0. Результат перевода – остатки от деления, записанные в обратном порядке

$$56_{10} = 111000_2$$



Задание

Переведите в двоичную систему счисления следующие десятичные числа:

1. 2
2. 7
3. 17
4. 68
5. 315
6. 765
7. 2047

Правила перевода в другие позиционные системы счисления

Перевод чисел из других систем счисления в десятичную и наоборот из десятичной в другие системы счисления осуществляется **аналогичным** образом.

Изменяется только **основание** необходимой системы счисления

Алгоритм перевода дробных чисел из 10 системы в двоичную

Перевод целой части:

1. Целая и дробная часть числа переводится отдельно.
2. В итоговой записи числа в новой системе счисления целая часть отделяется от дробной запятой.
3. Алгоритм перевода целой части был приведен выше.

Алгоритм перевода дробных чисел из 10 системы в двоичную

Перевод дробной части:

1. Необходимо последовательно умножать дробную часть числа на основание новой системы до тех пор, пока дробная часть не станет равна нулю;
2. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
3. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

Задание:

Переведите число $315,1875$ из десятичной в двоичную систему счисления

1. Переведите $315_{10} =$
2. Переведите $0,1875_{10} =$
3. Запишите результат

$100111011,0011$

$$\begin{array}{r} x \underline{0}, 1875 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} x \underline{0}, 375 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} x \underline{0}, 75 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} x \underline{1}, 5 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} x \underline{1}, 0 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

Задание:

Переведите число $315,1875$ из десятичной в восьмеричную систему счисления

$473,14_8$

Задание:

Переведите числа из десятичной системы в двоичную и восьмеричную

40,5

34,25

124,44

78,333

225,52

Перевод дробных чисел из двоичной системы в десятичную

Перевод осуществляется как обычно

Например:

$$\begin{array}{cccccccc} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & , & 0 & 0 & 1 \end{array}_2$$

$$= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} =$$

$$53,125_{10}$$

Задание:

Переведите из двоичной системы
в десятичную

1. 1101,11
2. 11,00111
3. 11011,11
4. 1100110,111

Системы счисления, применяемые в ЭВМ (системы счисления с основанием 2^n):

- Двоичная
- Восьмеричная
- Шеснадцатеричная

Таблица соответствия основных систем счисления

Двоичная система	Восьмеричная система	Десятичная система	Шестнадцатеричная система
0	0	0	0
1	1	1	1
10	2	2	2
11	3	3	3
100	4	4	4
101	5	5	5
110	6	6	6
111	7	7	7
1000	10	8	8
1001	11	9	9
1010	12	10	A
1011	13	11	B
1100	14	12	C
1101	15	13	D
1110	16	14	E
1111	17	15	F

Для перевода чисел из одной системы в другую необходимо знать таблицы:

десяти-
восьмеричная

8-я	2-я
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Для перевода чисел из одной системы в другую необходимо знать таблицы:

шестнадцатеричная

16-я	2-я	16-я	2-я
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

ИЗ

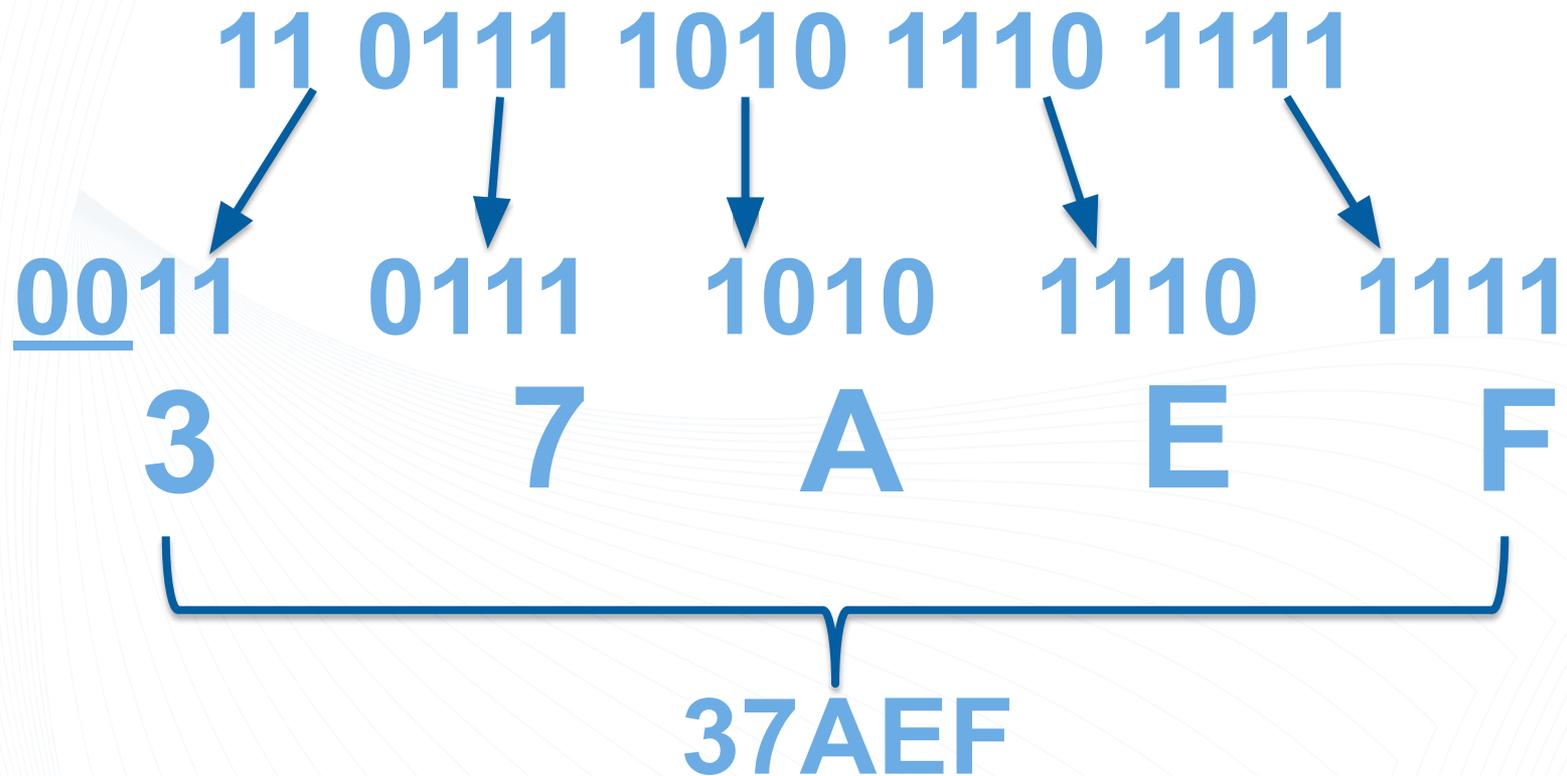
ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ВОСЬМЕРИЧНУЮ И

ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ

- двоичное число разбить группы по n цифр в каждой, **начиная справа** (восьмеричная система – 3 цифры, шестнадцатеричная система – 4 цифры).
- Если в последней группе окажется меньше n разрядов, то ее необходимо дополнить нулями.
- Рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в необходимой системе счисления.

Задание

Перевести двоичное число в шестнадцатеричную систему

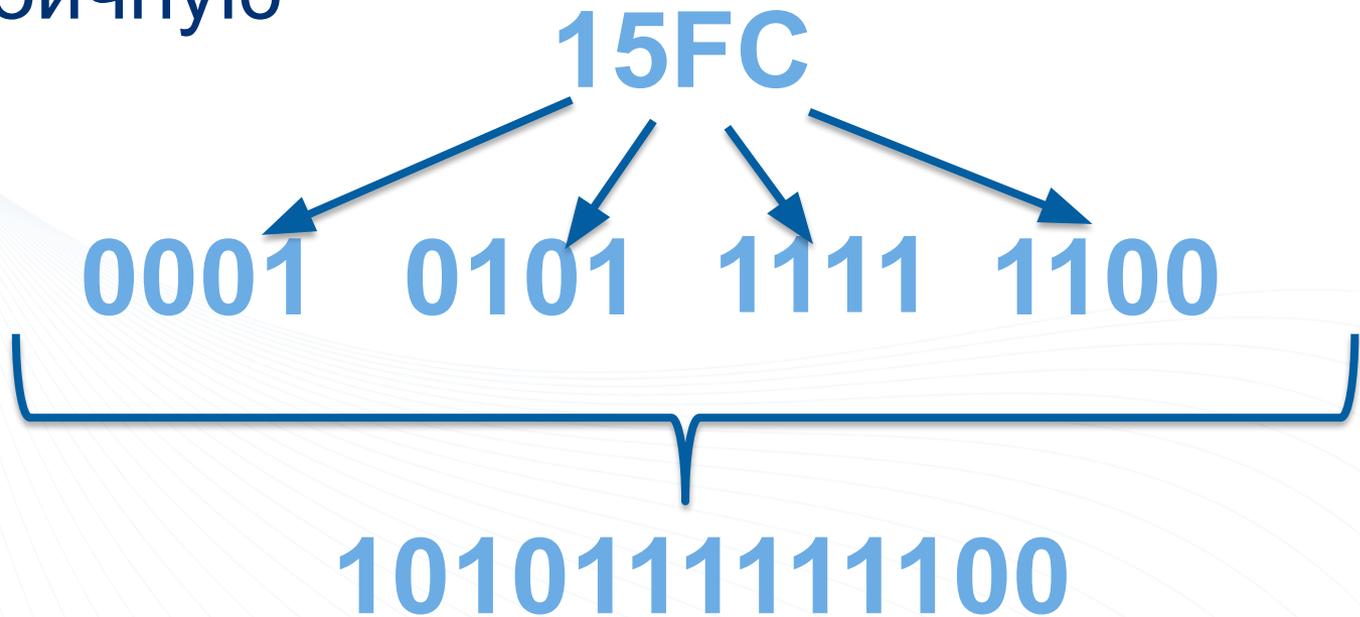


Алгоритм перевода целых чисел из восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления в двоичную

- Связь между двоичной и восьмеричной системой устанавливается аналогично.
- В этом случае используется двоично-восьмеричная таблица.
- Каждой восьмеричной цифре соответствует тройка двоичных цифр.

Задание

Перевести число из шестнадцатеричной системы в двоичную



Задание

Перевести двоичные числа в
восьмеричную систему

11000110101

1010101

Задание:

Перевести двоичные числа в шестнадцатеричную систему

11011010001

11111111100001

Задание

Перевести восьмеричные числа в двоичную систему

256

657

Задание

Перевести шестнадцатеричные
числа в двоичную систему

1AС7

FAСС

Алгоритм перевода дробных чисел:

- Целая и дробная части разбиваются на группы по n цифр в каждой.
- Если в целой и дробной части окажется меньше цифр для деления на группы, необходимо дополнить справа и слева эти части нулями.
- Рассмотреть каждую часть как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в необходимой системе счисления.
- Записать через запятую обе части.

Задание

Перевести число в
шестнадцатеричную систему
счисления

1011101,10111

0101

1101

1011

1000

5

D

B

8

5D,B8

Задание

Перевести числа из двоичной в шестнадцатеричную и восьмеричную системы счисления

1100010,011101

1111000000,101

101010,111001

Перевод из восьмеричной системы в шестнадцатеричную и наоборот

- Каждую восьмеричную (шестнадцатеричную) цифру надо перевести в двоичный вид и представить тремя (четырьмя) разрядами двоичного числа в соответствии с таблицей
- Записать код числа в соответствии с таблицей

Арифметика двоичных чисел

Возможные варианты сложения и умножения двоичных чисел:

$$0+0=0$$

$$0 \times 0 = 0$$

$$0+1=1$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1+0=1$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 + 1 = 10$$

$$1 \times 1 = 1$$



Решение задач

Задание

1. Перевести целые числа из десятичной системы в троичную

- 523
- 65
- 7000

2. Перевести целые числа из десятичной системы в восьмеричную

- 856
- 664
- 5012

Задание

3. Перевести десятичные дроби в двоичную систему счисления. В двоичной записи числа сохранить 5 знаков

- 225, 52
- 78,333
- 90,99

Задание

4. Перевести смешанные двоичные числа в восьмеричную и шестнадцатеричную системы

- 101111,01100
- 100000111,001110
- 101010,0010

Задание

5. Перевести числа из шестнадцатеричной в двоичную систему счисления

- FACC
- A24, F9
- 21D, 567

Задание

6. Перевести восьмеричные числа в шестнадцатеричную систему счисления

•654,763

•432,347

•546,76