

«У меня нет времени... У меня нет времени!»



Evariste Galois
1811-1832

Слова, нацарапанные майской ночью 1832 года почти неразборчивыми каракулями на листке, сплошь исписанном алгебраическими формулами, кричат о самой удивительной и трагической судьбе, которая когда-либо выпадала на долю ученого,— о судьбе **Эвариста Галуа**. Непризнанный гений, отверженный ученый, одинокий и непримиримо честный. В ночь перед дуэлью двадцатилетний юноша писал в последний раз, писал, прощаясь с друзьями, с наукой, с жизнью.

Эварист Галуа



Выдающийся
французский
математик Выдаю
щийся

французский
математик ,

основатель

современной

1811–1832 высшей

алгебры.

Эварист Галуа



Галуа родился в предместье Парижа. Его отец Николя - Габриэль Галуа был мэром города и **убежденным республиканцем**.

До 12 лет Эвариста воспитывала мать. Аделаида-Мари, дочь доктора прав Парижского университета, дала своему сыну хорошее гуманитарное образование. Она передала сыну солидные познания в греческом и латинском языках и свой скептицизм по отношению к господствующей религии.

Маловероятно, однако, чтобы юный Галуа мог познакомиться с математикой в объёме, большем чем обычные уроки арифметики; **математическое образование в то время не считалось чем-то важным.**

Эварист Галуа



знаменитый парижский
лицей Луи-Ле-Гран

В двенадцать лет Эварист поступил в Парижский лицей Людовика Великого, где **получал стипендию и жил на полном пансионе**. В лицее сформировались политические взгляды Галуа.

Либеральные, антироялистские симпатии, переданные ему родителями, совпадали с политическими взглядами большинства лицеистов.

Ученики доступными им средствами выражали свой протест: отказывались петь в церкви, отвечать в классе, провозглашать тост за здоровье Людовика XVIII на школьных банкетах. Директор исключил сразу 40 учеников как зачинщиков. Галуа не исключили и неизвестно, принимал ли он участие во всём этом.

Эварист Галуа



Портрет Эвариста Галуа.
Сделан с натуры, когда ему
было пятнадцать лет, нарисован
карандашом.

В лицее он стал одним из лучших — похвальные листы и призы за латинские стихи и переводы с греческого сыпались на него один за другим. Однако Эварист довольно быстро охладевает к литературе и истории и остается на второй год в классе риторики для того, чтобы одновременно учиться и в математическом классе. Занятия в этом классе, которые вёл **Ипполит Жан Вернье**, пробудили в Галуа его математический гений. В **15 лет** Галуа открыл для себя математику и с тех пор, по словам одного из преподавателей,

«был одержим демоном математики».

Эварист Галуа



Жозеф Луи Лагранж

Без труда освоил учебную программу (за два дня освоил книгу «Начала геометрии», рассчитанную на два года систематической учебы). Учебник геометрии Лежандра он прочитывает, не отрываясь, как роман, и, когда кончает чтение, весь длинный ряд теорем прочно остается в его памяти. Настоящее умственное наслаждение дает ему чтение работ **Лагранжа**, одного из крупнейших математиков XVIII века. С поразительной легкостью Галуа овладевает математическим анализом. Но больше всего его **заинтересовала** работа Лагранжа, в которой великий ученый исследовал **проблему разрешимости в радикалах алгебраических уравнений**.

Эварист Галуа



В возрасте 17 лет Галуа взялся за одну из самых трудных в математике проблем, которая сто с лишним лет заводила учёных в тупик. В 1829 году центральной проблемой теории уравнений был вопрос, **при каких условиях алгебраическое уравнение можно разрешить**. Точнее, каким должен быть метод решения уравнения с одним неизвестным x , все коэффициенты которого являются рациональными числами, причём член наивысшей степени равен x^n ?

Метод должен быть общим и применяться ко всем подобным уравнениям и должен включать лишь четыре элементарные операции (сложение, вычитание, умножение и деление) и операцию извлечения корня. Если решения (корни) уравнения можно получить из коэффициентов уравнения только при помощи этих операций, то говорят, что **уравнение разрешимо в радикалах**.

Накопленный опыт как будто подсказывал, что решение уравнения n -й степени не потребует более сложных операций, чем извлечение корня n -й степени.



Решение квадратного уравнения общего вида или уравнения второй степени $ax^2 + bx + c = 0$, известное ещё **вавилонянам**, требует извлечения квадратного корня из некоторой комбинации коэффициентов, а именно из выражения $b^2 - 4ac$. Таким образом, **общее квадратное уравнение разрешимо в радикалах.**



Точно так же общее **решение кубического уравнения**, которое нашли в начале **XVI** века итальянские математики **Сципион дель Ферро** и **Никколо Фонтана (Тарталья)**, сводится к извлечению кубического корня из некоторой комбинации коэффициентов. **Решение уравнения четвёртой степени** общего вида, впервые полученное итальянским математиком **Лудовико Феррари** примерно в то же время, требует извлечения корней четвёртой степени.



Никколо Фонтана
(Тарталья)

Эварист Галуа



Открыв для себя мир математики, Галуа сильно переменился. Он стал небрежно относиться к занятиям по другим предметам, чем вызвал враждебное к себе отношение учителей по гуманитарным наукам. Преподаватели риторики называют его **рассеянным**, **«замкнутым»**, **«странным»**, **«своеобразным»**. Даже Вернье, который не стремился охладить страсть Галуа к математике, советовал ему заниматься более систематически.

Галуа не последовал его совету: он решил держать вступительный экзамен в **Политехнический институт** на год раньше и без обычного подготовительного курса по математике. **И провалился, так как недостаточно глубоко знал основы математики.**

Эварист Галуа



Тем не менее быстрые успехи в математике продолжают, и Галуа записывается в лицее в математический класс более высокого уровня, который вёл очень опытный преподаватель Луи Поль **Эмиль Ришар**.

Ришар умел подниматься выше официальных программ, он был в курсе успехов наук и стремился расширить кругозор своих учеников. Отзывы Ришара о Галуа просты: **«Он работает лишь в высших областях математики».**

И действительно, уже в **семнадцать лет** Галуа получает первые научные результаты. Одна его заметка посылается в известный **математический журнал** и **вскоре выходит в свет**. И хотя заметка называется **«Доказательство одной теоремы о периодических непрерывных дробях»**, она всецело посвящена теории уравнений.

Эварист Галуа



Продолжать свои математические исследования у Галуа тогда не было времени: надо было готовиться к повторной попытке поступить в **Политехническую школу**. Но обстановка для экзамена сложилась крайне неблагоприятная. Кроме того, на экзамене Эварист отказался следовать предложенной экзаменатором схеме ответа.

«Расскажите, что Вы знаете о логарифмах». И вмиг застенчивость Эвариста сменяется гневом: «Я не школьник! Не буду отвечать на такой простой вопрос!». Тогда Галуа предложили решить труднейшее уравнение. В несколько минут он набросал оригинальное решение. Не поняв написанного, экзаменатор засмеялся. После короткого спора выведенный из себя Эварист бросил в экзаменатора тряпку для стирания мела. Это был не только жест гнева, но и жест отчаяния: Галуа понял, что то, о чем он страстно мечтал, ускользает от него навсегда.

Эварист Галуа



Второго июля его отец Николя Габриэль Галуа, покончил жизнь самоубийством, не вынеся скандала вокруг своего имени. (Приходский священник-иезуит оклеветал старшего Галуа, распространив среди родственников и знакомых Галуа злые эпиграммы на него.) Эварист провожает прах своего отца. За гробом идут сотни людей, они отдают последние почести своему мэру, который бессменно руководил городом в течение семнадцати лет.


Гроб вносят в церковь. Многие остаются на улице. Они не хотят войти в храм, служитель которого — виновник трагедии. В толпе раздаются возмущенные крики: «Убийца!» В кюре летят камни.

В душе Эвариста смерть и похороны отца оставили глубокий след. Несчастья обострили его ненависть к правившей тогда во Франции консервативной администрации.

Эварист Галуа

Эварист вынужден подумать теперь о менее престижной Эколь Нормаль (**Высшая нормальная школа**).

На этот раз его приняли благодаря очень высокому баллу по математике, и примерно в то же время, когда его статья **по теории групп** была представлена в **Академию наук**, он стал студентом. До Галуа почти триста лет никому не удавалось решить в радикалах общее уравнение пятой степени или выше. Галуа нашёл окончательные критерии, которые позволили определить, существует ли решение данного уравнения в радикалах. Представить его работу взялся самый знаменитый из французских математиков того времени — **Коши**, но академик был слишком занят, и **работа юного лицеиста попросту затерялась и не была зачитана на заседании Академии.**



Огюстен Луи
Коши



ФУРЬЕ Жан Батист



Симеон Дени Пуассон

Но Галуа не сдавался. Дальше Эварист отправляет в **Парижскую академию** наук одновременно три своих рукописи. В мыслях Галуа ждет одобрения выдающихся математиков. Работы направил Галуа на имя секретаря Академии, а именно французскому знаменитому математику Фурье. Судьба была против него: академик **Жан Батист Фурье**, на которого Эварист Галуа возлагал свои надежды, вскоре скончался. А рукописи Эвариста Галуа на этот раз снова **потерялись...**

Можно непрерывно удивляться терпеливости Эвариста. Он и в этот раз не впал в отчаяние и депрессию. Его настойчивость росла прямо пропорционально неудачам. В очередной раз Галуа отправляет свою новую работу Парижской академии наук, новый рецензент, математик **Пуассон**, дал ему отрицательную оценку, написав, что **не в силах разобраться в непонятных и путаных доказательствах.**

Эварист Галуа



Июльская революция лишает власти короля Карла X. На баррикадах в первых рядах сражаются студенты Политехнической школы, той самой, куда так стремился попасть Галуа.

Приготовительной школой в то время руководил некто Гиньо.

Пытаясь помешать своим студентам принять участие в разворачивающихся событиях, он взял с них слово не покидать школу и распорядился запереть двери. **Лишь два ученика отказались дать слово, требуемое директором,— Галуа и его кузен Бенар.**

Эварист Галуа



*«Революция - это вся нация,
за исключением тех, кто ее
эксплуатирует».*

Годфруа Кавеньяк, 1831 г.

За своё упрямство и газетное выступление против директора Эколь Нормаль **Галуа исключают из числа студентов!** Исключение Галуа из Нормальной школы, лишило Галуа средств к существованию.

Эвариста Галуа принимают в Национальную Гвардию, где открыто симпатизирующего республиканцам Галуа последние используют в своих целях.

Эварист в результате **погрязает в их политической игре**, и два раза его заключают в тюрьму Сен-Пелажи.

Эварист Галуа

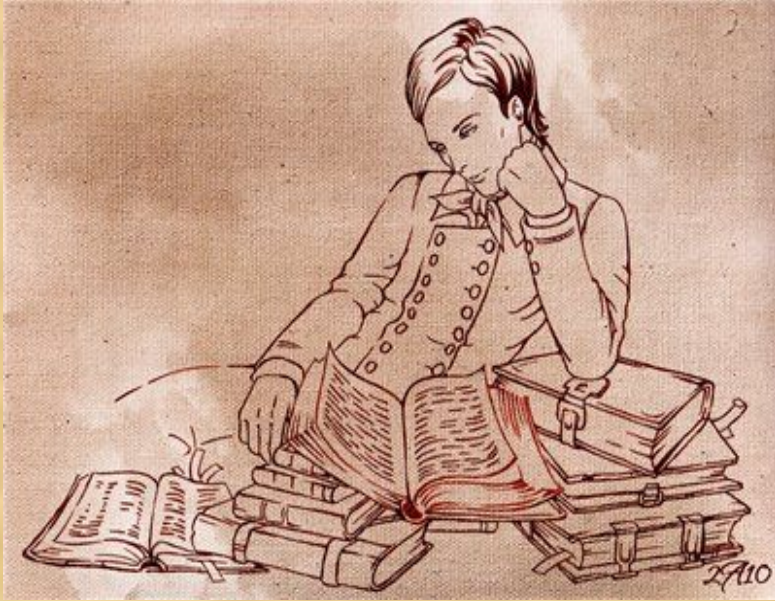


Сохранившиеся рукописи Галуа говорят о том, что, и попав в тюрьму, он продолжал вести математические изыскания и не оставлял их вплоть до самой смерти. То, что он мог продуктивно работать в таких условиях, свидетельствует о необыкновенной силе его воображения и интеллекта.

В марте Эварист захворал и был переведен в пансион Фолтрие. Срок заключения Галуа закончился 29 апреля 1832 года, но он оставался в пансионе до самой смерти.

Мудрые говорят, что **вода долбит камень, а невзгоды - человека.** Великий ум и непревзойдённый математик, будучи пламенным патриотом, был убит, так и не достигнув возраста 21 года.

Эварист Галуа



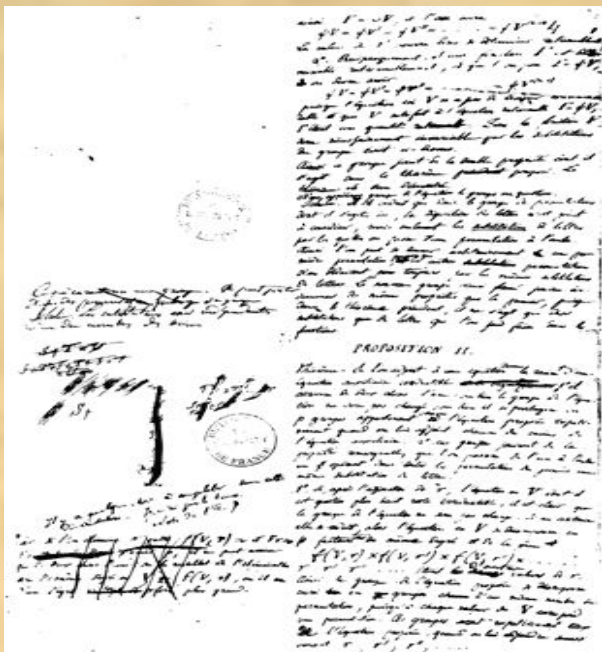
Дуэль Эвариста Галуа несомненно была политически подстроена. Противники избрали в качестве оружия, пистолеты. Стреляли в упор, но из двух пистолетов заряженным был только один. Пуля ранила Галуа навывлет. Раненого Эвариста, истекающего кровью бросили одного в лесу Шантийи, прямо на месте поединка.

Только через несколько часов после этого одинокого умирающего Галуа случайно нашёл какой-то прохожий крестьянин и доставил в больницу для бедных – больница Кошен. В госпитале никто не заботился оказывать помощь раненому Галуа. Там Эварист умер на следующее утро. **«Не плачь, - говорил Эварист своему брату Альфреду, который был с ним в последние минуты, - не плачь, мне нужно все мое мужество, чтобы умереть в двадцать лет».**

От услуг священника Галуа отказался. В десять часов утра 31 мая 1832 года Галуа скончался. Эварист Галуа похоронен в общей могиле на

Эварист Галуа

«Всю ночь напролёт перед дуэлью он лихорадочно делал наброски своего научного завещания, тщательно собирая по частицам сокровища своего ума; писал, стараясь всё успеть перед смертью, неотвратимость которой была ему очевидна. Снова и снова он принимался царапать на полях: **«У меня нет времени, у меня нет времени»**, — и переходил к следующей мысли. Эварист написал письмо своему близкому другу, в котором попросил передать свои все важнейшие математические выкладки учёным Якоби и Гауссу, чтобы они дали своё заключение хотя бы **«не о справедливости, а о важности этих теорем»**».



Торопливый почерк, каким она написана, резко контрастирует с аккуратными строчками основного текста; это даёт основание предполагать, что в ночь перед дуэлью Галуа не писал эту статью, а только редактировал её.



Эварист Галуа



Жозеф Лиувилль

Он первым прочитал неопубликованные работы [Галуа](#) и осознал их важность, они были опубликованы в журнале в 1846 г.

Насколько известно, письмо Галуа не попало ни к Якоби, ни к Гауссу. Математические круги узнали о нем лишь в 1846, когда Лиувилль напечатал большую часть трудов ученого в своем журнале. Все они занимали лишь **60 страниц** небольшого формата! А содержали изложение **теории групп – ключ к современной алгебре и современной геометрии** (в это время Коши только начал публиковать свои работы по теории групп)

Эти люди отстали на сто лет", - сказал он однажды о некоторых ученых.



“Мы дети, но мы стремимся вперед, полные сил и отваги” из

выступления на политическом процессе О.Галуа

«О! И после этого проповедуют смирение! После этого требуют, чтобы страдающие были милосердны к миру. Милосердие? Никогда! Ненависть»

Кто не чувствует только ненависти к настоящему, не испытывает истинной любви к будущему. Если бы насилия перестал требовать мой разум, его потребовало бы мое сердце! Я хочу отомстить за то, что я перестрадал!..... Опьянен! Я разочаровался во всем, даже в любви к славе. Как может загрязнить меня мир, который я ненавижу? “.

Из письма другу О.Шевалье.

в а 2. Уравнения, разрешимые в радикалах

Простые радикальные расширения

Циклические расширения

Радикальные расширения

Нормальные поля с разрешимой группой Галуа

Уравнения, разрешимые в радикалах

в а 3. Построение уравнений, неразрешимых в радикалах

Группа Галуа уравнения как группа подстановок

Разложение подстановок в произведение циклов

Четные подстановки. Знакопеременная группа

Строение знакопеременной и симметрической групп

Пример уравнения с симметрической группой Галуа

Обсуждение полученных результатов

в а 4. Неразрешимость в радикалах общего уравнения степени $n \geq 5$

Поле формальных степенных рядов

Поле дробностепенных рядов

Группа Галуа общего уравнения степени n

Решение уравнений низших степеней

III. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГАЛУА

в а 1. Практическое вычисление групп Галуа уравнений

Задание групп подстановок степени n многочленам от n неизвестных

Сопряженные группы подстановок

Вычисление группы Галуа произвольного многочлена

Пример: уравнения, группы Галуа которых содержатся в знакопеременной группе

Уравнения третьей и четвертой степени

в а 2. Уравнения пятой степени

Транзитивные группы подстановок

Транзитивные группы простой степени

Транзитивные группы пятой степени

Вычисление групп пятого уравнения пятой степени

Определение группы Галуа

Предисловие

ОГЛАВЛЕНИЕ

I. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГАЛУА

Глава 1. Элементы теории полей

1. Предварительные замечания 9

2. Некоторые важные типы расширений 9

3. Минимальный многочлен. Строение простых алгебраических расширений 10

4. Алгебраичность конечных расширений 13

5. Строение составных алгебраических расширений 15

6. Составные конечные расширения 15

7. Теорема о том, что составные алгебраические расширения являются простыми 16

8. Поле алгебраических чисел 18

9. Композит полей 18

Глава 2. Необходимые сведения из теории групп 21

1. Определение группы 21

2. Порядок элементов 23

3. Подгруппы, нормальные делители и факторгруппы 24

4. Гомоморфные отображения 26

Глава 3. Теория Галуа 28

1. Нормальные расширения 28

2. Автоморфизмы полей. Группа Галуа 30

3. Соответствие Галуа 38

4. Теорема о сопряженных элементах 42

5. Теорема о сопряженных элементах 43

6. Группа Галуа нормального подполя 49

7. Группа Галуа композита двух полей 52

II. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ В РАДИКАЛАХ 54

Глава 1. Дополнительные сведения из общей теории групп 57

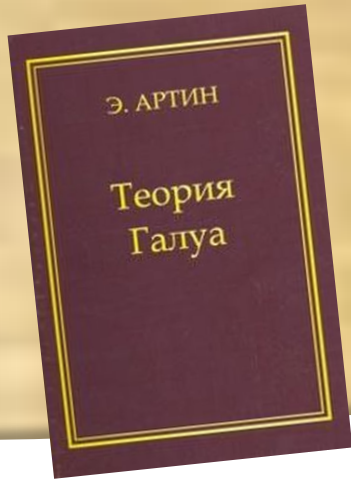
1. Обобщение теорем о гомоморфизмах 57

2. Нормальные ряды 58

3. Циклические группы 62

Он прожил 20 лет, всего 5 из них занимался математикой. Его труды занимают чуть более 60 страниц, но они обессмертили его имя. Ему принадлежит одна из самых оригинальных идей в математике.

Сейчас имя Галуа — одно из самых популярных в математике. Группа Галуа, когомологии Галуа, поля Галуа — трудно перечислить все словосочетания, в которых встречается его фамилия. И когда, читая какую-нибудь научную работу, встречаешь сокращение Gal, не надо долго размышлять о его смысле: буквы Gal означают **Galois** — имя одного из величайших математиков всех времен.



Использованы сайты

<http://www.ega-math.narod.ru/Singh/Galois.htm>

<http://mathsun.ru/galua.html>

http://lingua.russianplanet.ru/library/galois/eg_time.htm

<http://life-scorpio.ru/publ/60-1-0-254>

<http://www.initeh.ru/txt/mgalua07.shtml>