СВОЙСТВА КОРНЯ

Пример: $\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25}=5$

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$	$(\sqrt{a})^2=a$	$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$	$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$
Пример: $\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{10}$	*Пример:* $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=\sqrt{8}$	*Пример:* $\sqrt{3}^2=3$	*Пример:* $\sqrt{(a-3)^2}=\lvert a-3\rvert$	*Пример:* $\sqrt[5]{a^3}=a^{\frac{3}{5}}$

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ

a^n – это степень, a – это основание, n – это показатель. *Пример:* $2^3=2\cdot2\cdot2=8$, $4^2=4\cdot4=16$

$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$	$a^n : a^m=a^{n-m}$	$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$	$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$	$a^0=1$	$\dfrac{a^n}{b^n}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^n$	$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\dfrac{b}{a}\right)^n$
Пример: $2^3\cdot2^5=2^8$	*Пример:* $3^6 : 3^4=3^2$	*Пример:* $(4^3)^5=4^{15}$	*Пример:* $3^2\cdot4^2=(12)^2$	*Пример:* $5^0=1$	*Пример:* $\dfrac{8^3}{2^3}=4^3$	*Пример:* $3^{-2}=\dfrac{1}{3^2}=\dfrac{1}{9}$	*Пример:* $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-1}=\left(\dfrac{5}{2}\right)^1$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

$\log_b a$ – логарифм a по основанию b. $\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c$. *Пример*: $\log_2 16 = x \Rightarrow x = 4$.

1. $a^{\log_a b}=b$	**2.** $\log_b a^k=k\cdot\log_b a$	**3.** $\log_{b^n} a=\dfrac{1}{n}\cdot\log_b a$	**4.** $\log_c a+\log_c b=\log_c(a\cdot b)$
Пример: $2^{\log_2 5}=5$	*Пример:* $\log_4 2^3=3\cdot\log_4 2$	*Пример:* $\log_{4^3} 2=\dfrac{1}{3}\cdot\log_4 2$	*Пример:* $\log_6 9+\log_6 4=\log_6 36$

5. $\log_b a-\log_b c=\log_b\dfrac{a}{c}$	**6.** $\log_b a=\dfrac{1}{\log_a b}$	**7.** $\log_b a=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$	**8.** $\log_b a\cdot\log_d c=\log_d a\cdot\log_b c$
Пример: $\log_4 32-\log_4 2=\log_4 16$	*Пример:* $\log_2 5=\dfrac{1}{\log_5 2}$	*Пример:* $\log_5 25=\dfrac{\log_3 25}{\log_3 5}$	*Пример:* $\log_3 4\cdot\log_2 9=\log_2 4\cdot\log_3 9$

МОДУЛЬ ЧИСЛА

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \geq 0, \\ -a, \text{ если } a < 0. \end{cases}$$

Свойство модуля

1. $|a - b| = |b - a|$

2. $\sqrt{a^2} = |a|$

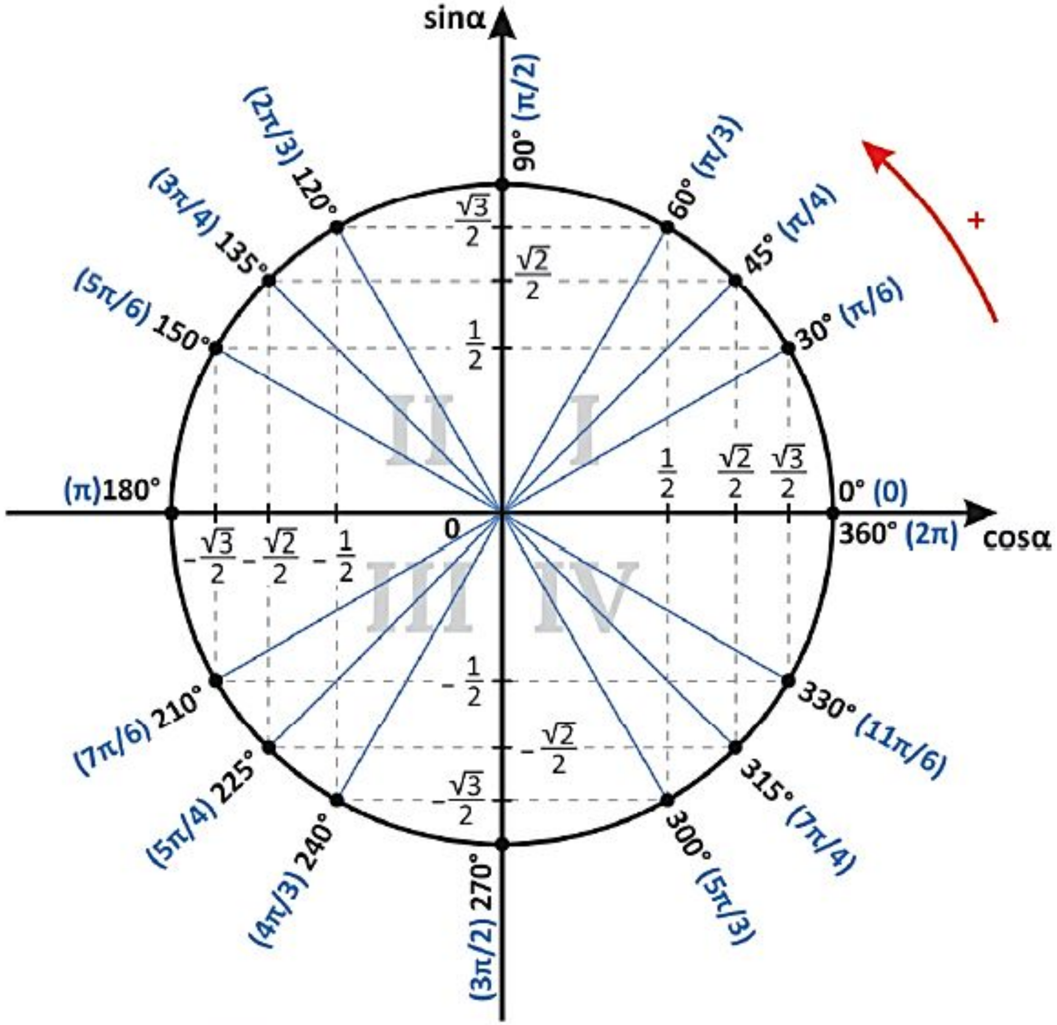
3. $(\sqrt{a})^2 = a,\ a \geq 0$

4. $|a|^2 = a^2$

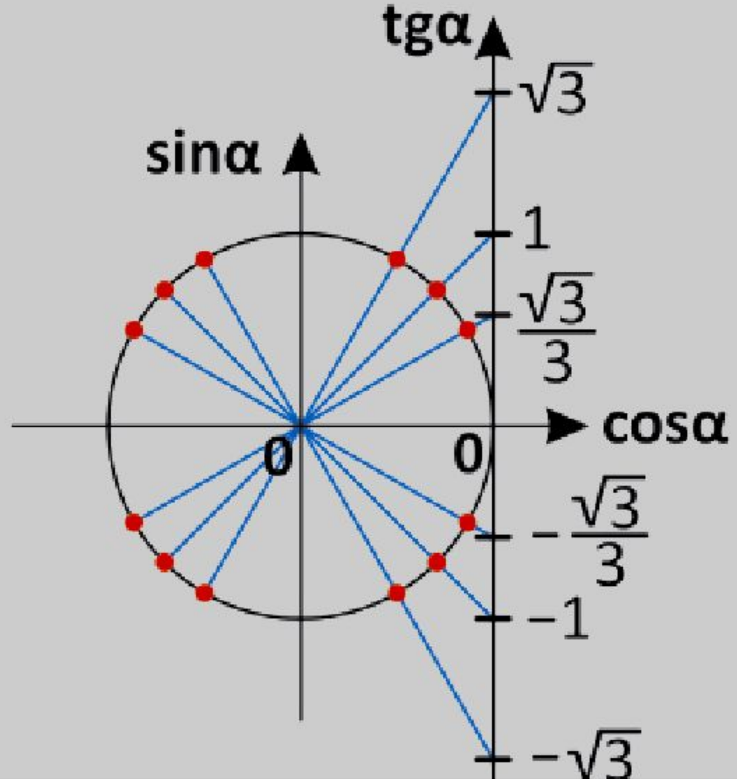
5. $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a,\ a \geq 0$

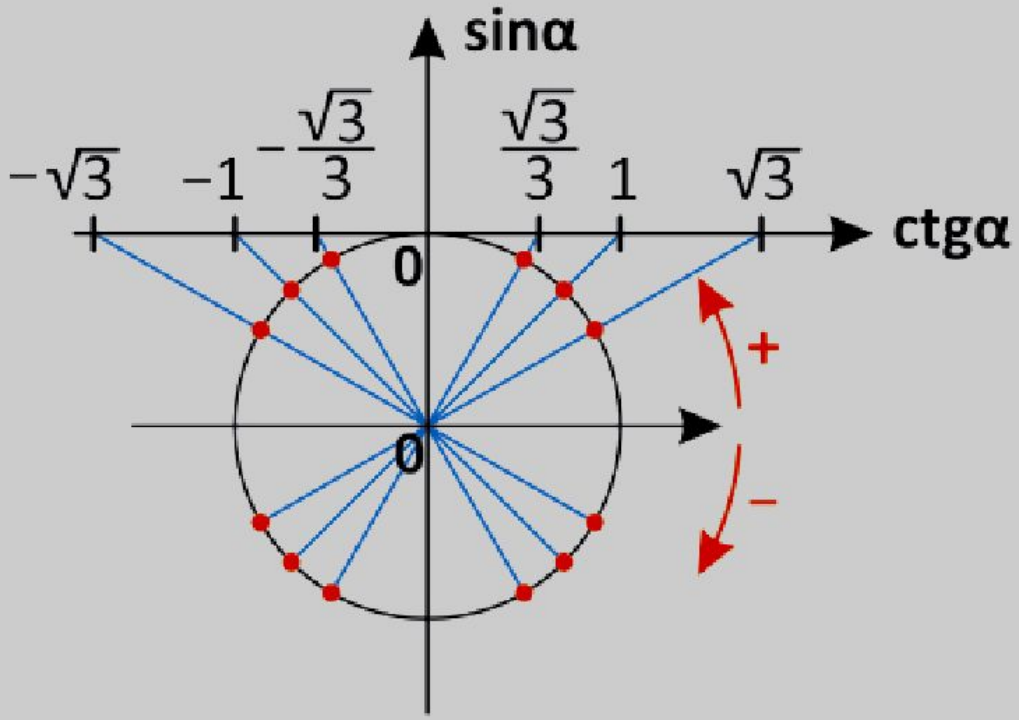
6. $|x| \geq a \iff x \geq a$ или $x \leq -a$

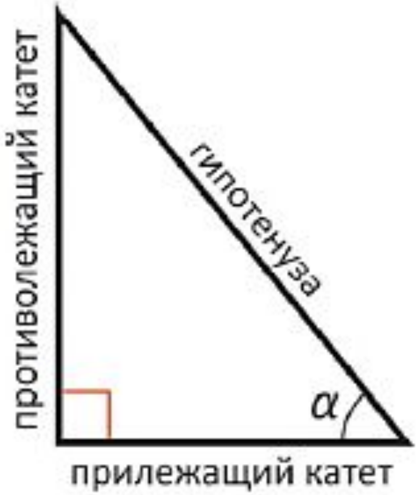
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ КРУГ



ЗНАЧЕНИЯ ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОМ КРУГЕ







СИНУС

$$\sin\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

КОСИНУС

$$\cos\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

ТАНГЕНС

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

КОТАНГЕНС

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$$

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

Основное тригонометрическое тождество	Связь между тангенсом и косинусом	Связь между котангенсом и синусом	Связь между тангенсом и котангенсом
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$	$1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$	$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Определяем, изменится ли функция на кофункцию

Если в аргументе есть $\frac{\pi}{2}$ или $\frac{3\pi}{2}$ или $\frac{5\pi}{2}$ и т. д., то функция меняется на кофункцию

Пример: $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$

$\operatorname{ctg}\left(\frac{9\pi}{2}-\alpha\right) = \operatorname{tg}\alpha$

Если в аргументе есть π или 2π, или 3π и т. д., то функция не меняется на кофункцию

Пример: $\sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha$

$\operatorname{tg}(\pi+\alpha) = \operatorname{tg}\alpha$

Определяем знак

Чтобы определить знак, необходимо понять, в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся.

Пример: $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

$\frac{3\pi}{2}+\alpha$ – это IV четверть, в ней синус имеет знак «–», поэтому: $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = -\cos\alpha$

Пример: $\operatorname{tg}(\pi+\alpha)$

$(\pi+\alpha)$ – это III четверть, в ней тангенс имеет знак «+», поэтому: $\operatorname{tg}(\pi+\alpha) = +\operatorname{tg}\alpha$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right) = \cos t$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right) = \mp\sin t$	$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right) = \mp\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right) = \mp\operatorname{tg} t$
$\sin(\pi\pm t) = \mp\sin t$	$\cos(\pi\pm t) = -\cos t$	$\operatorname{tg}(\pi\pm t) = \pm\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg}(\pi\pm t) = \pm\operatorname{ctg} t$
$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right) = -\cos t$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right) = \pm\sin t$	$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right) = \mp\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right) = \mp\operatorname{tg} t$
$\sin(2\pi\pm t) = \pm\sin t$	$\cos(2\pi\pm t) = \cos t$	$\operatorname{tg}(2\pi\pm t) = \pm\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg}(2\pi\pm t) = \pm\operatorname{ctg} t$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

Синус двойного угла	Косинус двойного угла	Косинус двойного угла (через косинус)	Косинус двойного угла (через синус)
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

СВОЙСТВА ЧЕТНОСТИ И НЕЧЕТНОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$\cos(-x) = \cos x$ – чётная

$\sin(-x) = -\sin x$ – нечётная

$\mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}\, x$ – нечётная

$\mathrm{ctg}(-x) = -\mathrm{ctg}\, x$ – нечётная

$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

$\arcsin(-x) = -\arcsin x$

$\mathrm{arctg}(-x) = -\mathrm{arctg}\, x$

$\mathrm{arcctg}(-x) = \pi - \mathrm{arcctg}\, x$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta}{1 \mp \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta}$$

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\,\alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\alpha}; \quad \mathrm{ctg}\,2\alpha = \frac{\mathrm{ctg}^2\alpha - 1}{2\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos2\alpha}{2}; \quad \cos^2\alpha = \frac{1 + \cos2\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\right)$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\right)$$

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right)$$

$$\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}; \quad \left|\cos\frac{\alpha}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$$

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}; \quad \mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$$