

СВОЙСТВА КОРНЯ

Пример: $\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25}=5$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ Пример: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ Пример: $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = \sqrt{8}$	$(\sqrt{a})^2 = a$ Пример: $\sqrt{3^2} = 3$	$\sqrt{a^2} = a $ Пример: $\sqrt{(a-3)^2} = a-3 $	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ Пример: $\sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}}$
---	--	---	---	---

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ

a^n – это степень, a – это основание, n – это показатель. Пример: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8, 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ Пример: $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$	$a^n : a^m = a^{n-m}$ Пример: $3^6 : 3^4 = 3^2$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ Пример: $(4^3)^5 = 4^{15}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ Пример: $3^2 \cdot 4^2 = (12)^2$	$a^0 = 1$ Пример: $5^0 = 1$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ Пример: $\frac{8^3}{2^3} = 4^3$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ Пример: $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ Пример: $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^1$
---	---	--	--	-----------------------------------	--	---	---

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

$\log_b a$ – логарифм a по основанию b . $\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c$. Пример: $\log_2 16 = x \Rightarrow x = 4$.

1. $a^{\log_a b} = b$ Пример: $2^{\log_2 5} = 5$	2. $\log_b a^k = k \cdot \log_b a$ Пример: $\log_4 2^3 = 3 \cdot \log_4 2$	3. $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \cdot \log_b a$ Пример: $\log_{4^3} 2 = \frac{1}{3} \cdot \log_4 2$	4. $\log_c a + \log_c b = \log_c (a \cdot b)$ Пример: $\log_6 9 + \log_6 4 = \log_6 36$
5. $\log_b a - \log_b c = \log_b \frac{a}{c}$ Пример: $\log_4 32 - \log_4 2 = \log_4 16$	6. $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ Пример: $\log_2 5 = \frac{1}{\log_5 2}$	7. $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ Пример: $\log_5 25 = \frac{\log_3 25}{\log_3 5}$	8. $\log_b a \cdot \log_d c = \log_d a \cdot \log_b c$ Пример: $\log_3 4 \cdot \log_2 9 = \log_2 4 \cdot \log_3 9$

МОДУЛЬ ЧИСЛА

Свойство модуля

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

1. $|a - b| = |b - a|$

3. $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$

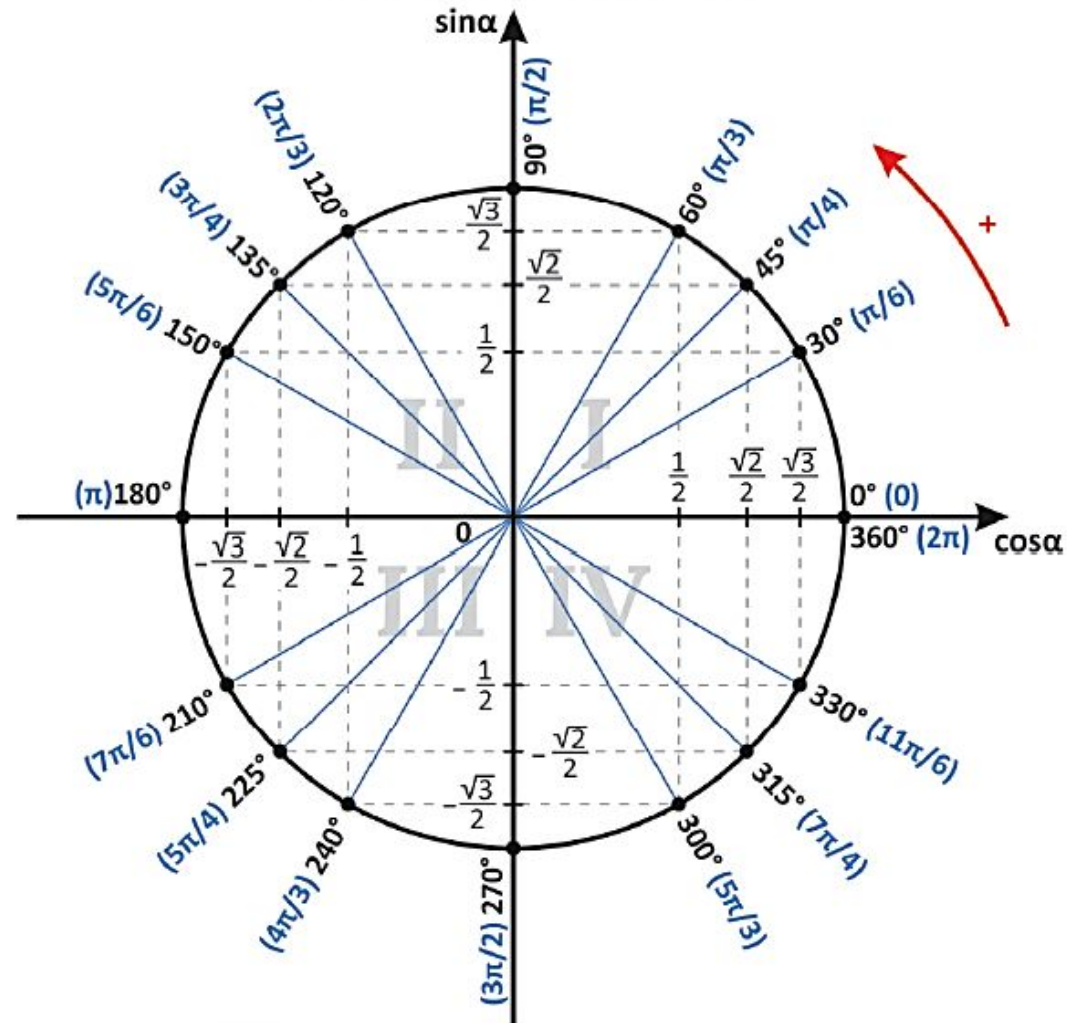
5. $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a, a \geq 0$

2. $\sqrt{a^2} = |a|$

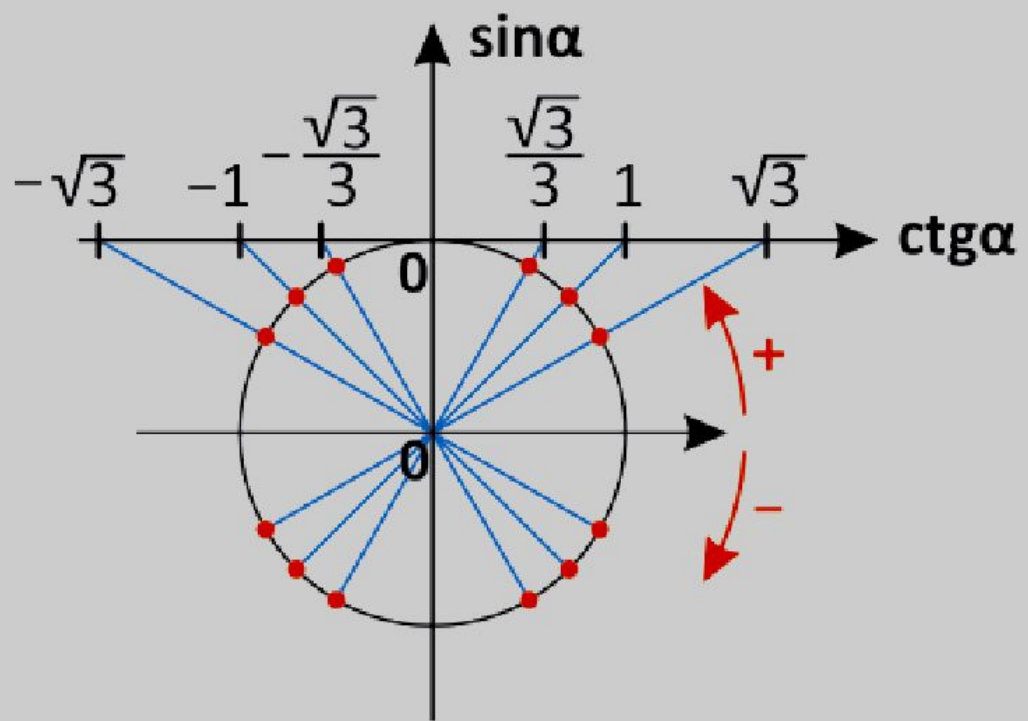
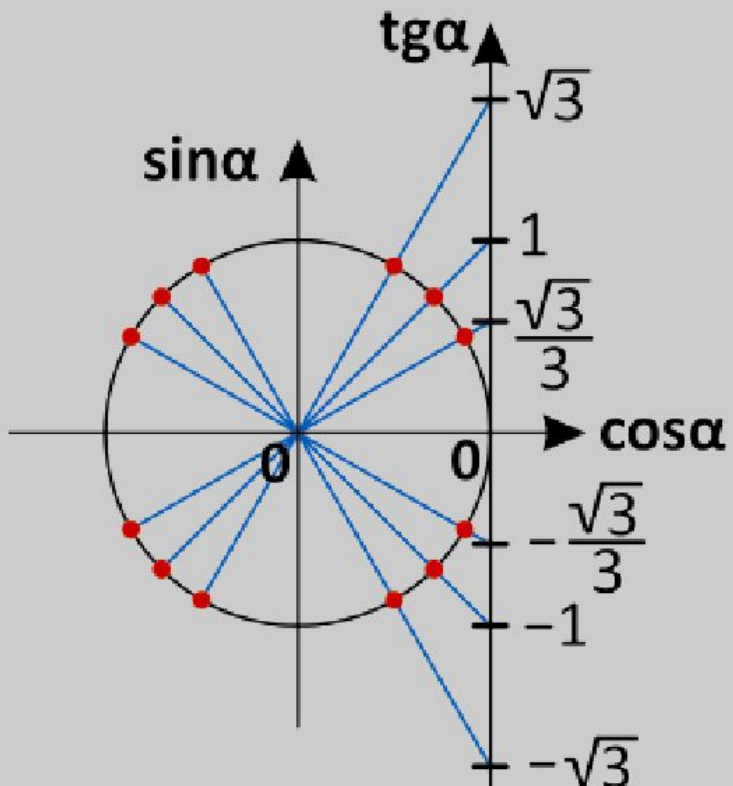
4. $|a|^2 = a^2$

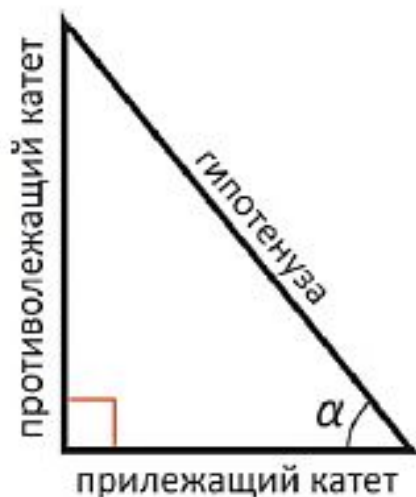
6. $|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a$ или $x \leq -a$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ КРУГ



ЗНАЧЕНИЯ ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОМ КРУГЕ





СИНУС

$$\sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

КОСИНУС

$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

ТАНГЕНС

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

КОТАНГЕНС

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

Основное
тригонометрическое
тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Связь между
тангенсом
и косинусом

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Связь между
котангенсом
и синусом

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Связь между
тангенсом
и котангенсом

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Определяем, изменится ли функция на кофункцию

Если в аргументе есть $\frac{\pi}{2}$ или $\frac{3\pi}{2}$ или $\frac{5\pi}{2}$ и т. д., *Пример:* $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

то функция меняется на кофункцию

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{9\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg}\alpha$$

Если в аргументе есть π или 2π , или 3π и т. д., *Пример:* $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$

то функция не меняется на кофункцию

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$$

Определяем знак

Чтобы определить знак, необходимо понять, в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся.

Пример: $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

$\frac{3\pi}{2} + \alpha$ – это IV четверть, в ней синус имеет знак «-», поэтому: $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

Пример: $\operatorname{tg}(\pi + \alpha)$

$(\pi + \alpha)$ – это III четверть, в ней тангенс имеет знак «+», поэтому: $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = +\operatorname{tg}\alpha$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm t\right) = \operatorname{cost}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm t\right) = \mp \operatorname{sint}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \pm t\right) = \mp \operatorname{ctgt}$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} \pm t\right) = \mp \operatorname{tgt}$$

$$\sin(\pi \pm t) = \mp \operatorname{sint}$$

$$\cos(\pi \pm t) = -\operatorname{cost}$$

$$\operatorname{tg}(\pi \pm t) = \pm \operatorname{tgt}$$

$$\operatorname{ctg}(\pi \pm t) = \pm \operatorname{ctgt}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pm t\right) = -\operatorname{cost}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm t\right) = \pm \operatorname{sint}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} \pm t\right) = \mp \operatorname{ctgt}$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} \pm t\right) = \mp \operatorname{tgt}$$

$$\sin(2\pi \pm t) = \pm \operatorname{sint}$$

$$\cos(2\pi \pm t) = \operatorname{cost}$$

$$\operatorname{tg}(2\pi \pm t) = \pm \operatorname{tgt}$$

$$\operatorname{ctg}(2\pi \pm t) = \pm \operatorname{ctgt}$$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

Синус
двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

Косинус
двойного угла

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Косинус
двойного угла
(через косинус)

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

Косинус
двойного угла
(через синус)

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

СВОЙСТВА ЧЕТНОСТИ И НЕЧЕТНОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$$\cos(-x) = \cos x - \text{чётная}$$

$$\sin(-x) = -\sin x - \text{нечётная}$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x - \text{нечётная}$$

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x - \text{нечётная}$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$$

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta))$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta))$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\left| \sin \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}; \quad \left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta))$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$