# Анализ системы упражнений учебника и построение комплекса заданий для работы с одаренными учащимися

Учитель математики МАОУ СОШ № 146
Манцирина Елена Евгеньевна

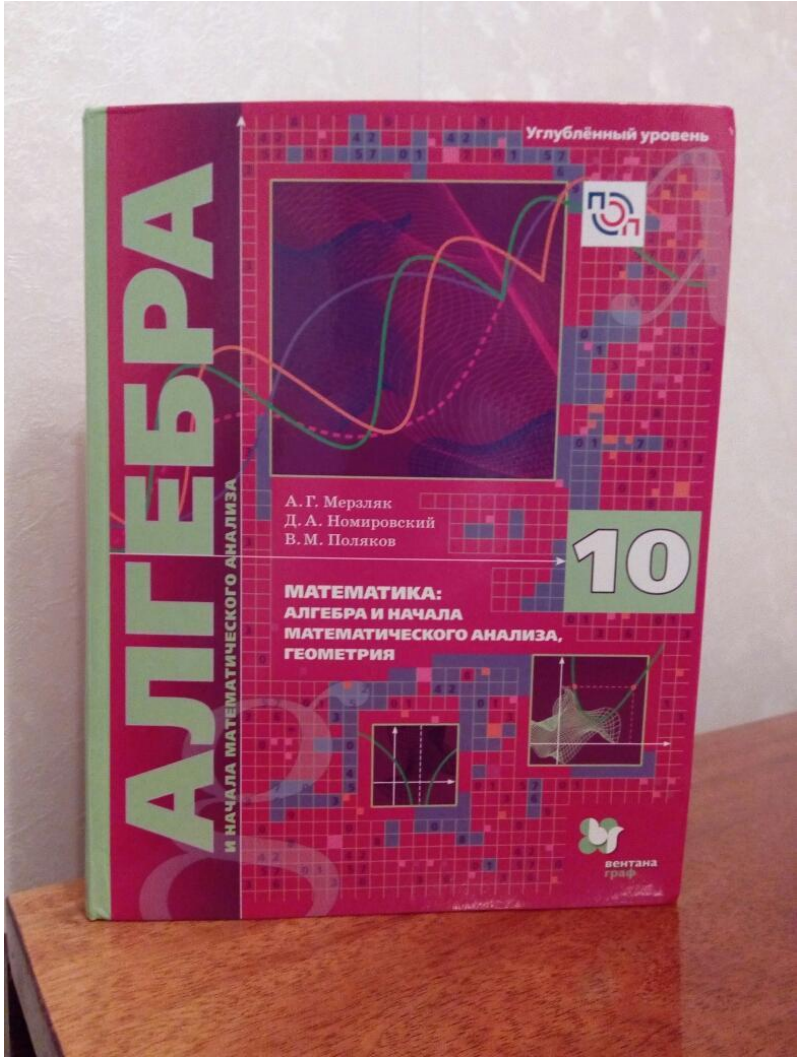
# Алгебра и начала анализа

**Углубленный уровень**

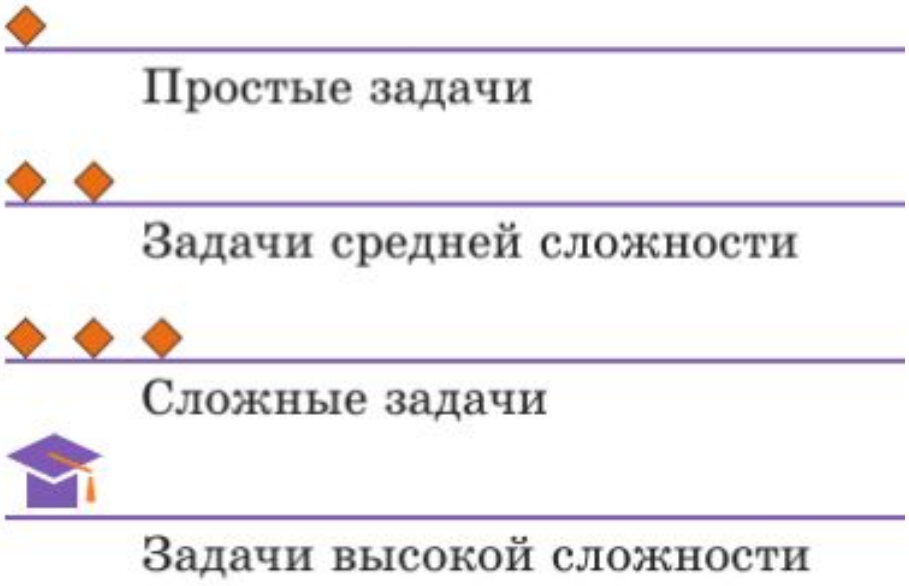
**А.Г. Мерзляк**
**Д.А. Номировский**
**В.М. Поляков**

Учебное пособие предназначено для углубленного изучения алгебры и начал математического анализа в 10 классе .

Содержание учебного пособия соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования



**В учебном пособии предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к предмету**



# Использование свойств функций при решении уравнений

## § 5 Функция и её свойства

С понятием функции и с некоторыми её свойствами вы ознакомились в курсе алгебры 7—9 классов. Напомним и уточним основные сведения.

**Пусть $X$ — множество значений независимой переменной, $Y$ — множество значений зависимой переменной. Функция — это правило, с помощью которого по каждому значению независимой переменной из множества $X$ можно найти единственное значение зависимой переменной из множества $Y$.**

Другими словами: **функция — это правило, которое каждому элементу множества $X$ ставит в соответствие единственный элемент множества $Y$.**

Если рассматривают функцию $f$ с независимой переменной $x$ и зависимой переменной $y$, то говорят, что переменная $y$ **функционально зависит** от переменной $x$. Этот факт обозначают так: $y = f(x)$.

Независимую переменную ещё называют **аргументом функции**.

Множество всех значений, которые принимает аргумент, то есть

# Множество значений функции

**5.28.** Решите уравнение $|x+1| - |x| = \sqrt{x^4+1}$.

**5.29.** Решите уравнение $|x-1| + |x+2| = \sqrt{9-x^2}$.

# Множество значений функции

При каких значениях p уравнение

$$5\cos 2x + \frac{2p}{\sin x} = -29$$

имеет решения?

# Четные, нечетные функции

**5.21.** Нечётная функция $f$ имеет 7 нулей. Найдите $f(0)$.

**5.22.** Чётная функция $f$ имеет 7 нулей. Найдите $f(0)$.

**6.11.** Сколько корней имеет уравнение в зависимости от значения параметра $a$:

1) $||x| - 1| = a$; 2) $|(|x| - 1)^2 - 1| = a$; 3) $|\sqrt{x} - 2| = a$?

**6.12.** Сколько корней имеет уравнение в зависимости от значения параметра $a$:

1) $|x^2 - 1| = a$; 3) $|(|x| - 2)^2 - 3| = a$?

2) $|(x + 2)^2 - 3| = a$;

# Четные, нечетные функции

Найдите все положительные значения $a$, при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \le \frac{a + x^2 + 2\log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

# Обратная функция

**Теорема 7.4**

**Общие точки графиков возрастающих взаимно обратных функций лежат на прямой $y = x$.**

Доказательство

**7.13.** Функция $g$ является обратной к функции $f(x) = x^5 + x - 1$. Решите уравнение $f(x) = g(x)$.

**7.14.** Функция $f$ является обратной к функции $g(x) = x^3 + x - 8$. Решите уравнение $f(x) = g(x)$.

**7.15.** Решите уравнение $\sqrt{x - \frac{1}{8}} = x^2 + \frac{1}{8}$.

**7.16.** Решите уравнение $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = x - 1$.

# Монотонные функции

**9.10.** Решите уравнение:

1) $x^{11} + x^3 = 2$; 2) $2x^4 + x^{10} = 3$.

**9.11.** Решите уравнение:

1) $4x^3 + x^7 = -5$; 2) $x^6 + 3x^8 = 4$.

**9.12.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^8$ на промежутке $[-1; a]$, где $a > -1$.

**9.13.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^6$ на промежутке $[a; 2]$, где $a < 2$.

**9.14.** Решите уравнение $5x^{17} - 3x^8 = 2$.

**9.15.** Решите уравнение $11x^{15} + 2x^4 = -9$.

# Монотонные функции

Найдите все значения $a$, при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 + 3a = 6x$$

не имеет корней.