

Анализ системы упражнений учебника и построение комплекса заданий для работы с одаренными учащимися

Учитель математики МАОУ СОШ № 146
Манцирина Елена Евгеньевна

Алгебра и начала анализа

Углубленный уровень

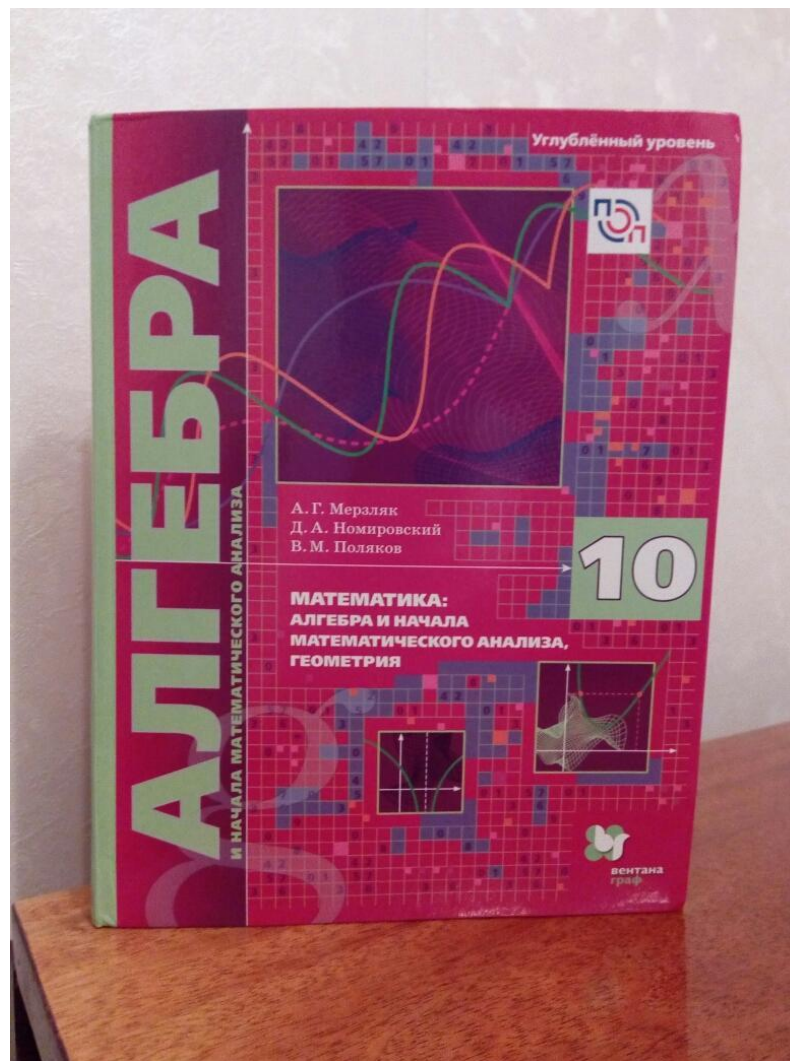
А.Г. Мерзляк

Д.А. Номировский

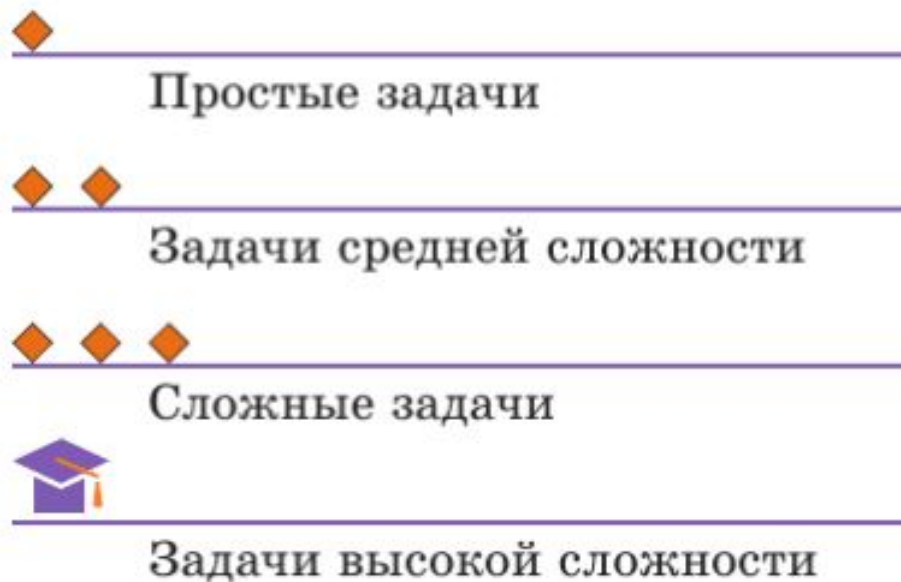
В.М. Поляков

Учебное пособие предназначено для углубленного изучения алгебры и начал математического анализа в 10 классе .

Содержание учебного пособия соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования



**В учебном пособии предусмотрена
уровневая дифференциация,
позволяющая формировать у
школьников познавательный интерес к
предмету**



Использование свойств функций при решении уравнений

§ 5 Функция и её свойства

С понятием функции и с некоторыми её свойствами вы ознакомились в курсе алгебры 7—9 классов. Напомним и уточним основные сведения.

Пусть X — множество значений независимой переменной, Y — множество значений зависимой переменной. Функция — это правило, с помощью которого по каждому значению независимой переменной из множества X можно найти единственное значение зависимой переменной из множества Y .

Другими словами: функция — это правило, которое каждому элементу множества X ставит в соответствие единственный элемент множества Y .

Если рассматривают функцию f с независимой переменной x и зависимой переменной y , то говорят, что переменная y функционально зависит от переменной x . Этот факт обозначают так: $y = f(x)$.

Независимую переменную ещё называют **аргументом функции**.

Множество всех значений, которые принимает аргумент, то есть

Множество значений функции

5.28. Решите уравнение $|x + 1| - |x| = \sqrt{x^4 + 1}$.

5.29. Решите уравнение $|x - 1| + |x + 2| = \sqrt{9 - x^2}$.

Множество значений функции

При каких значениях p уравнение

$$5 \cos 2x + \frac{2p}{\sin x} = -29$$

имеет решения?

Четные, нечетные функции

5.21. Нечётная функция f имеет 7 нулей. Найдите $f(0)$.

5.22. Чётная функция f имеет 7 нулей. Найдите $f(0)$.

6.11. Сколько корней имеет уравнение в зависимости от значения параметра a :

1) $||x| - 1| = a$; 2) $|(|x| - 1)^2 - 1| = a$; 3) $|\sqrt{x} - 2| = a$?

6.12. Сколько корней имеет уравнение в зависимости от значения параметра a :

1) $|x^2 - 1| = a$; 3) $|(|x| - 2)^2 - 3| = a$?

2) $|(x + 2)^2 - 3| = a$;

Четные, нечетные функции

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 + 2 \log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

Обратная функция

▣▣➔ Теорема 7.4

Общие точки графиков возрастающих взаимно обратных функций лежат на прямой $y = x$.

Доказательство

7.13. Функция g является обратной к функции $f(x) = x^5 + x - 1$. Решите уравнение $f(x) = g(x)$.

7.14. Функция f является обратной к функции $g(x) = x^3 + x - 8$. Решите уравнение $f(x) = g(x)$.

7.15. Решите уравнение $\sqrt{x - \frac{1}{8}} = x^2 + \frac{1}{8}$.

7.16. Решите уравнение $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = x - 1$.

Монотонные функции



9.10. Решите уравнение:

1) $x^{11} + x^3 = 2$; 2) $2x^4 + x^{10} = 3$.

9.11. Решите уравнение:

1) $4x^3 + x^7 = -5$; 2) $x^6 + 3x^8 = 4$.

9.12. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^8$ на промежутке $[-1; a]$, где $a > -1$.

9.13. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^6$ на промежутке $[a; 2]$, где $a < 2$.



9.14. Решите уравнение $5x^{17} - 3x^8 = 2$.

9.15. Решите уравнение $11x^{15} + 2x^4 = -9$.

Монотонные функции

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 + 3a = 6x$$

не имеет корней.

