

# **Анализ системы упражнений учебника и построение комплекса заданий для работы с одаренными учащимися**

Учитель математики МАОУ СОШ № 146  
Манцирина Елена Евгеньевна

# Алгебра и начала анализа

Углубленный уровень

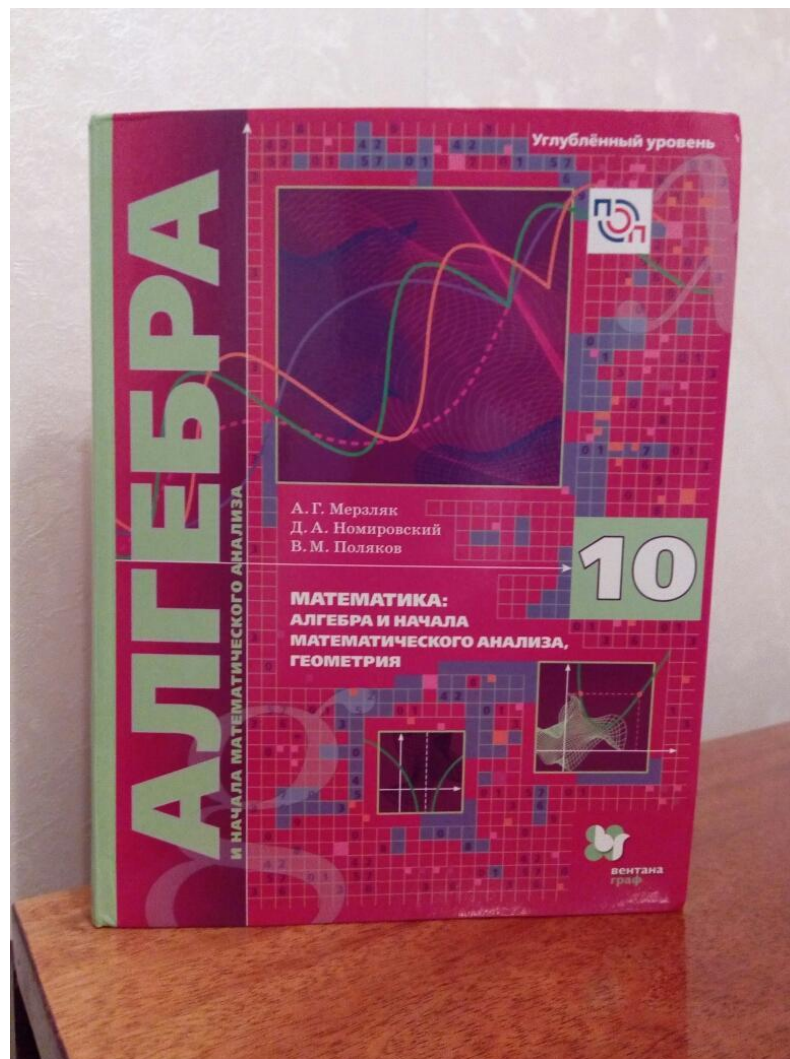
А.Г. Мерзляк

Д.А. Номировский

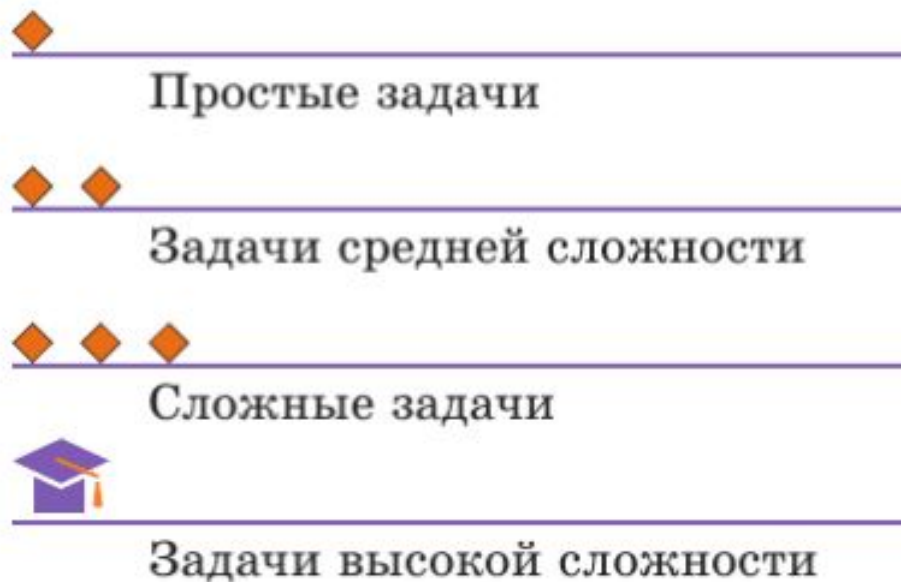
В.М. Поляков

Учебное пособие предназначено для углубленного изучения алгебры и начал математического анализа в 10 классе .

Содержание учебного пособия соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования



**В учебном пособии предусмотрена  
уровневая дифференциация,  
позволяющая формировать у  
школьников познавательный интерес к  
предмету**



# Использование свойств функций при решении уравнений

## § 5 Функция и её свойства

С понятием функции и с некоторыми её свойствами вы ознакомились в курсе алгебры 7—9 классов. Напомним и уточним основные сведения.

Пусть  $X$  — множество значений независимой переменной,  $Y$  — множество значений зависимой переменной. Функция — это правило, с помощью которого по каждому значению независимой переменной из множества  $X$  можно найти единственное значение зависимой переменной из множества  $Y$ .

Другими словами: функция — это правило, которое каждому элементу множества  $X$  ставит в соответствие единственный элемент множества  $Y$ .

Если рассматривают функцию  $f$  с независимой переменной  $x$  и зависимой переменной  $y$ , то говорят, что переменная  $y$  функционально зависит от переменной  $x$ . Этот факт обозначают так:  $y = f(x)$ .

Независимую переменную ещё называют **аргументом функции**.

Множество всех значений, которые принимает аргумент, то есть

# Множество значений функции

**5.28.** Решите уравнение  $|x + 1| - |x| = \sqrt{x^4 + 1}$ .

**5.29.** Решите уравнение  $|x - 1| + |x + 2| = \sqrt{9 - x^2}$ .

# Множество значений функции

При каких значениях  $p$  уравнение

$$5 \cos 2x + \frac{2p}{\sin x} = -29$$

имеет решения?

# Четные, нечетные функции

**5.21.** Нечётная функция  $f$  имеет 7 нулей. Найдите  $f(0)$ .

**5.22.** Чётная функция  $f$  имеет 7 нулей. Найдите  $f(0)$ .

**6.11.** Сколько корней имеет уравнение в зависимости от значения параметра  $a$ :

1)  $||x| - 1| = a$ ;      2)  $|(|x| - 1)^2 - 1| = a$ ;      3)  $|\sqrt{x} - 2| = a$ ?

**6.12.** Сколько корней имеет уравнение в зависимости от значения параметра  $a$ :

1)  $|x^2 - 1| = a$ ;      3)  $|(|x| - 2)^2 - 3| = a$ ?

2)  $|(x + 2)^2 - 3| = a$ ;

# Четные, нечетные функции

Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 + 2 \log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.



# Обратная функция

## ▣▣➔ Теорема 7.4

Общие точки графиков возрастающих взаимно обратных функций лежат на прямой  $y = x$ .

Доказательство

**7.13.** Функция  $g$  является обратной к функции  $f(x) = x^5 + x - 1$ . Решите уравнение  $f(x) = g(x)$ .

**7.14.** Функция  $f$  является обратной к функции  $g(x) = x^3 + x - 8$ . Решите уравнение  $f(x) = g(x)$ .

**7.15.** Решите уравнение  $\sqrt{x - \frac{1}{8}} = x^2 + \frac{1}{8}$ .

**7.16.** Решите уравнение  $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = x - 1$ .

# Монотонные функции



**9.10.** Решите уравнение:

1)  $x^{11} + x^3 = 2$ ;                      2)  $2x^4 + x^{10} = 3$ .

**9.11.** Решите уравнение:

1)  $4x^3 + x^7 = -5$ ;                      2)  $x^6 + 3x^8 = 4$ .

**9.12.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^8$  на промежутке  $[-1; a]$ , где  $a > -1$ .

**9.13.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^6$  на промежутке  $[a; 2]$ , где  $a < 2$ .



**9.14.** Решите уравнение  $5x^{17} - 3x^8 = 2$ .

**9.15.** Решите уравнение  $11x^{15} + 2x^4 = -9$ .

# Монотонные функции

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 + 3a = 6x$$

не имеет корней.

