Курс лекций по дисциплине

«МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА»

кафедра «Водоснабжение и водоподготовка» (3-202)

ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»

Доцент Макарова Елена Валерьевна

Механика жидкости и газа (МЖГ) - это наука, изучающая закономерности покоя и движения жидкостей и газов

Механика жидкости (гидравлика)

В МЖГ жидкость представляет собой сплошную среду, то есть полностью отвлекаются от дискретного молекулярно-атомного строения вещества

Основной отличительной особенностью капельных и газообразных жидкостей является способность сжиматься (изменять объем) под воздействием внешних сил.

Особенности капельных жидкостей:

1) способность в малых количествах принимать сферическую форму (формировать каплю);

2) в больших количествах имеет способность образовывать свободную поверхность (границу между жидкостью и газом);

3) трудно поддаются сжатию.

Особенности газообразных жидкостей:

1)способность к неограниченному расширению.

2)сжимаются довольно легко, т.е. при воздействии небольших усилий способны изменить свой объем в несколько раз (рис.1.2).

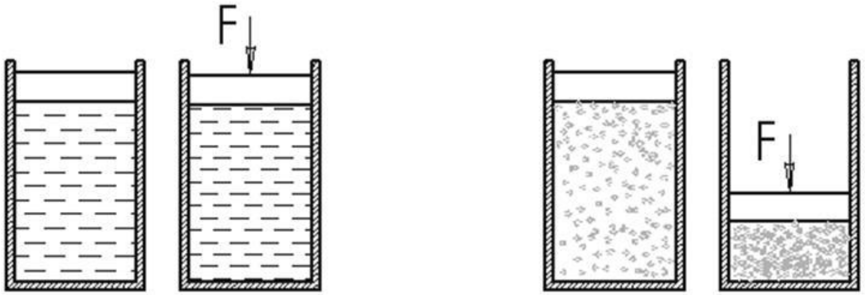


Рис. 2. Сжатие жидкостей и газов

К основным физико-механическим свойствам жидкостей следует отнести те её свойства, которые определяют особенности поведения

Плотность, удельный вес *- свойства, характеризующие количество жидкости в объеме;*

Вязкость, текучесть *- свойства, определяющее величину внутреннего трения в жидкости при её движении (в большей части характерны капельным жидкостям);*

Поверхностное натяжение *- свойства, определяющее поверхностные эффекты;*

Сжимаемость, упругость, температурное расширение *- Свойства, определяющие процессы деформации жидкости (в большей части характерны газам)*

Плотность – масса единицы объема $\rho = \dfrac{m}{V}$ кг/м^3

$$\rho = \frac{M}{V_m},$$

плотность газов, где
M — молярная масса газа,
V_m — молярный объём
(при нормальных условиях равен 22,4 л/моль)

Удельный вес

Удельный вес - это вес единицы объема $\gamma = \dfrac{p}{V}$

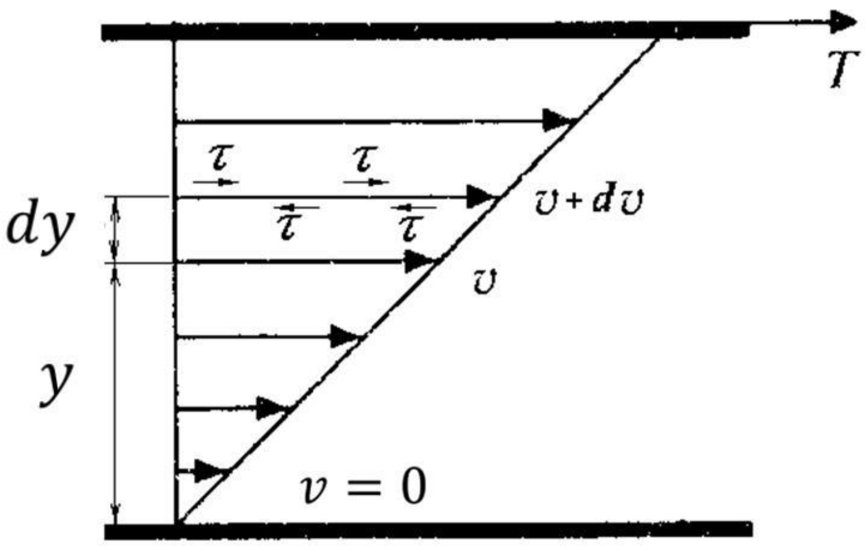
т.к. $p = mg$, то $\dfrac{p}{V} = \dfrac{m}{V}g$, или $\gamma = \rho \cdot g$

т.е. удельный вес прямопропорционален плотности (g=*9,81* м/с^2).

Вязкость – способность жидкости оказывать сопротивление сдвигающим усилиям.

Профиль скоростей при течении вязкой жидкости вдоль стенки

$$\boxed{T = \pm\mu \cdot \frac{\upsilon}{y} \cdot S}$$ - ***з-н Ньютона***



где

μ - коэффициент пропорциональности называется ***коэффициентом динамической вязкости***

S - площадь площадки

T - усилие, движущее площадку

v - скорость движения слоя жидкости

$\tau = T/S$ - касательное напряжение сдвига между слоями движущейся жидкости

Единица измерения к-та динамической вязкости:

Па·с или кг/(м ·с) или Пуаз=0,1Па ·с.

Из выражения $\mu = \tau \Big/ \dfrac{d\upsilon}{dy}$ вытекает ***физический смысл коэффициента***:

если $\dfrac{d\upsilon}{dy} = 1$, то $\mu = \tau$

Коэффициент динамический вязкости с ростом температуры уменьшается, а с увеличением давления увеличивается. Однако влияния давления для капельных жидкостей незначительно.

На практике чаще применяется ***коэффициент кинематической вязкости***:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

, $м^2/с$ или Ст (стокс)

Текучесть – свойство жидкости смещаться в направлении действия силы и принимать форму той емкости, где находится.

Текучесть обусловлена тем, что жидкость в покоящемся состоянии не способна сопротивляться внутренним касательным усилиям, т.е. усилиям, действующим вдоль поверхности сдвига. Следовательно, жидкость мало сопротивляется деформациям сдвига, т.е. обладает хорошей подвижностью.

Текучесть жидкости – величина обратная коэффициенту динамической вязкости (**1/μ**).

Сжимаемость - свойство жидкости изменять свой объем под действием давления. Сжимаемость жидкости характеризуется коэффициентом объемного сжатия, который определяется по формуле

$$\beta_V = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}$$, м^2/Н или 1/Па

где V - первоначальный объем жидкости,

dV - изменение этого объема, при увеличении давления на величину dP.

Модуль объемной упругости жидкости - величина обратная коэффициенту объемного сжатия, Па:

$$E = \frac{1}{\beta_V}$$

Модуль объемной упругости не постоянен и зависит от давления и температуры. При гидравлических расчетах сжимаемостью капельной жидкости обычно пренебрегают и считают жидкости практически несжимаемыми.

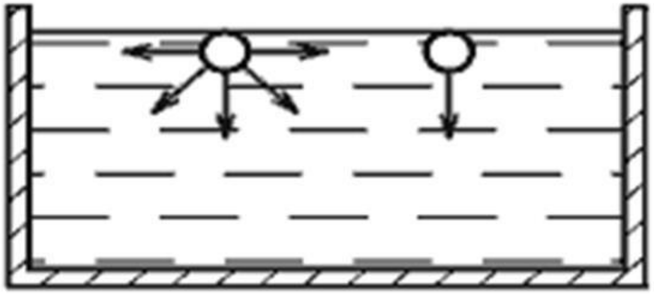
Температурное расширение - относительное изменение объема жидкости при увеличении температуры на 1°C при *P* = *const*. Характеризуется коэффициентом температурного расширения.

$$\beta_t = \frac{1}{V}\frac{dV}{dt}$$, $1/{}^{0}C$

где *V* - первоначальный объем жидкости,
dV - изменение этого объема, при изменении температуры *dt*.
Поскольку для капельных жидкостей коэффициент температурного расширения ничтожно мал, то при практических расчетах его не учитывают.

Силы поверхностного натяжения –
стремятся придать жидкости сферическую форму, обусловлены поверхностными силами и направлены всегда внутрь рассматриваемого объема, перпендикулярно свободной поверхности жидкости.

Силы поверхностного натяжения



Гидравлика

Гидростатика Гидродинамика

Гидростатика – это раздел гидравлики, в котором изучаются условия и закономерности равновесия жидкостей под действием приложенных к ним сил, а также воздействия покоящихся жидкостей на погруженные в них тела и на стенки сосудов.

Покой жидкости

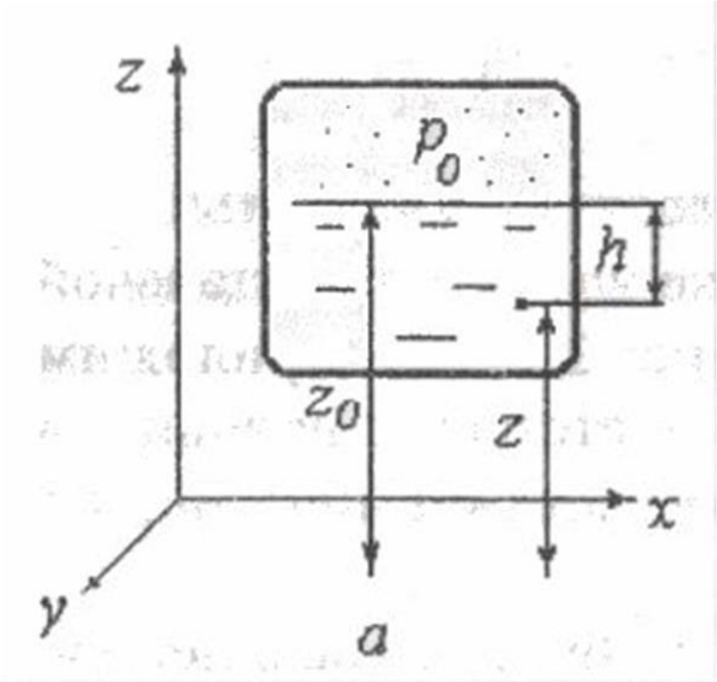
Абсолютный Относительный

Абсолютным называется покой жидкости относительно Земли.

Относительным покоем называется равновесие, при котором нет движения частиц жидкости относительно друг друга и по отношению к стенкам сосуда, в котором находится (нет сдвигов слоев), но сосуд вместе с жидкостью находится в движении относительно Земли.

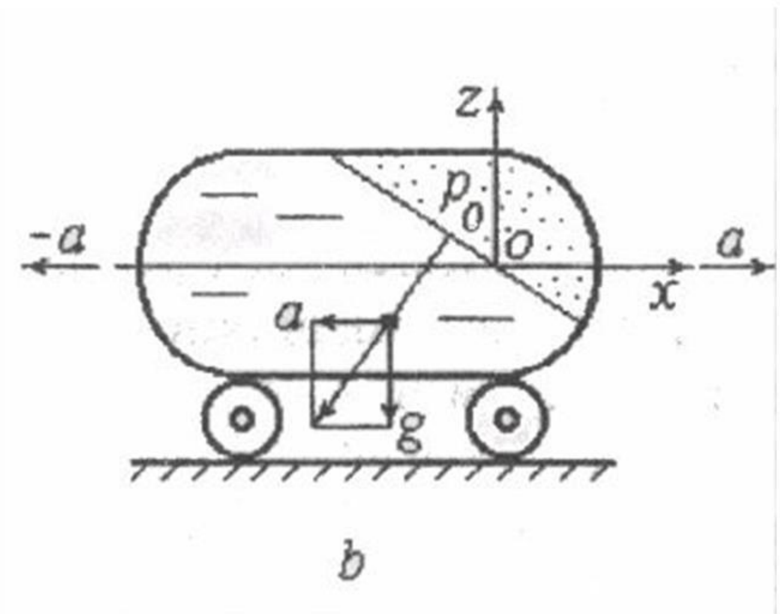
Пример состояния абсолютного покоя

- сосуд жестко прикреплен к Земле;
жидкость ведет себя как твердое тело

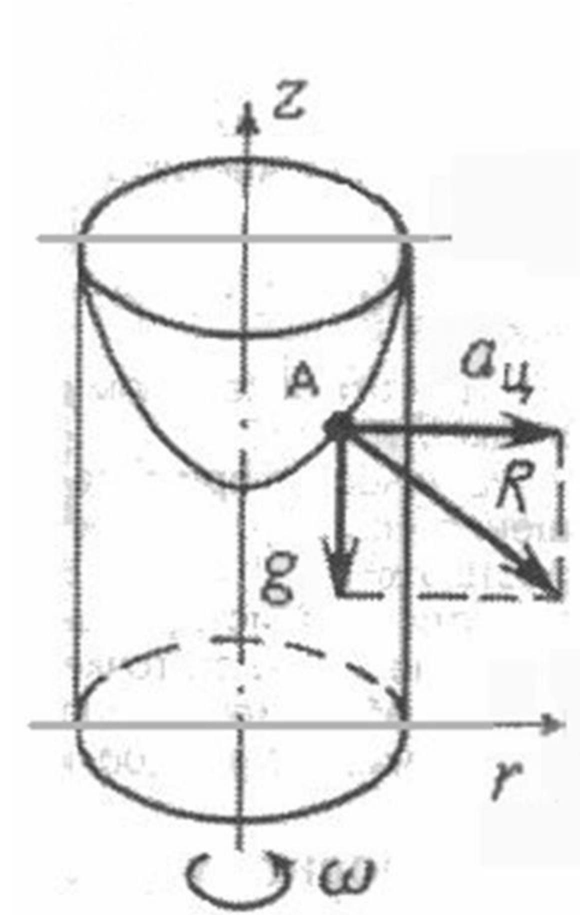


Примеры состояния относительного покоя

1) сосуд движется с постоянной скоростью или ускорением;



2) сосуд вращается с постоянной угловой скоростью



Силы, действующие на жидкость

На жидкость постоянно воздействуют внешние силы, но жидкость не способна воспринимать сосредоточенные силы, т.е. силы приложенные к точке. Жидкость может воспринимать только распределенные силы. Силы распределяются двумя способами:

- по всей массе (объему) и называются ***массовыми***
- по всей поверхности и называются ***поверхностными***

Примеры массовых сил:
силы тяжести,
силы инерции,
центробежные силы.

В гидравлике используется понятие единичной (элементарной) массовой силы, т.е. массовые силы принято относить либо к единице массы, либо к единице объема жидкости.

Примеры единичных массовых сил:

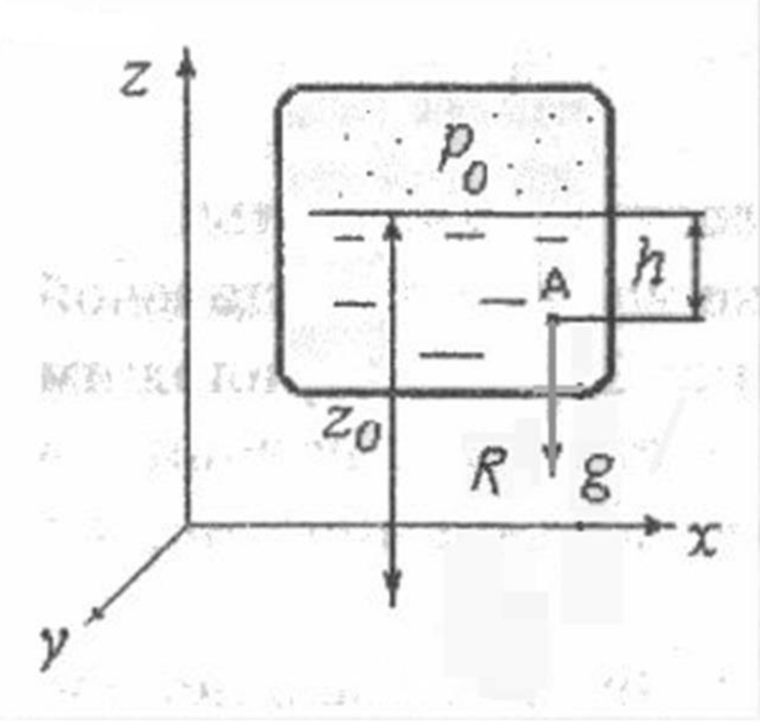
Название силы	Формула определения	Формула единичной массовой силы	Единичная массовая сила
Тяжести	$F_т = mg$	$F_{т\,ед} = \frac{mg}{m}$	Ускорение свободного падения $F_{т\,ед} = g$
Инерции	$F_и = ma$	$F_{и\,ед} = \frac{ma}{m}$	Линейное ускорение $F_{и\,ед} = a$
Центробежная	$F_ц = m\omega^2 r$ при $\upsilon = \omega \cdot r$ имеем: $F_ц = \frac{m\upsilon^2}{r}$	$F_{ц\,ед} = \frac{m\upsilon^2}{r} \cdot \frac{1}{m}$ $F_{ц\,ед} = m\omega^2 r \cdot \frac{1}{m}$	Центробежное ускорение $F_{ц\,ед} = a_ц = \frac{\upsilon^2}{r}$ $F_{ц\,ед} = a_ц = \omega^2 r$

Единичная массовая сила - ***ускорение***

Действие массовых сил на жидкость

Абсолютный покой

- сосуд жестко прикреплен к Земле; жидкость ведет себя как твердое тело



Единичные силы:

$$F_x = 0$$

$$F_y = 0$$

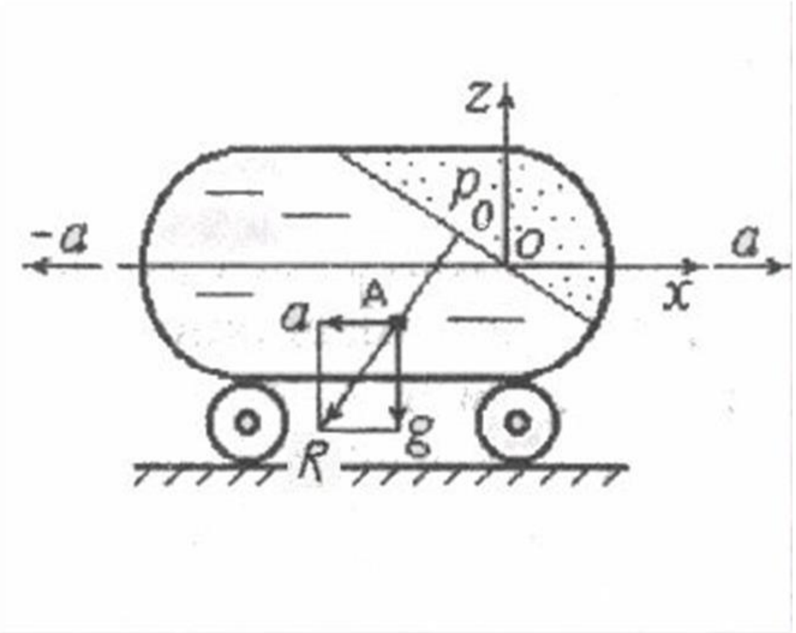
$$F_z = -g$$

Результирующая единичная сила:

$$R = F_z$$

Относительный покой

1) сосуд движется с постоянной скоростью или ускорением;



Единичные силы:

$$F_x = -a$$

$$F_y = 0$$

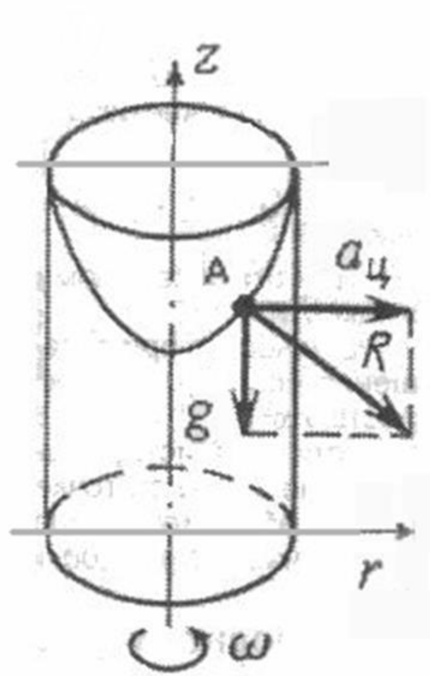
$$F_z = -g$$

Результирующая единичная сила:

$$R = F_x + F_z$$

2) сосуд вращается с постоянной угловой скоростью

Рассматриваем т. А на границе сред



Единичные силы:

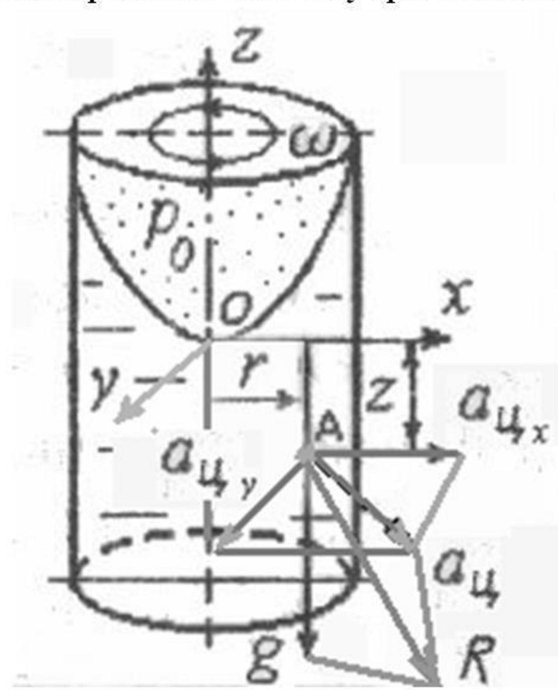
$$F_r = a_ц$$

$$F_z = -g$$

Результирующая единичная сила:

$$R = F_r + F_z$$

Рассматриваем т. А внутри жидкости



Единичные силы:

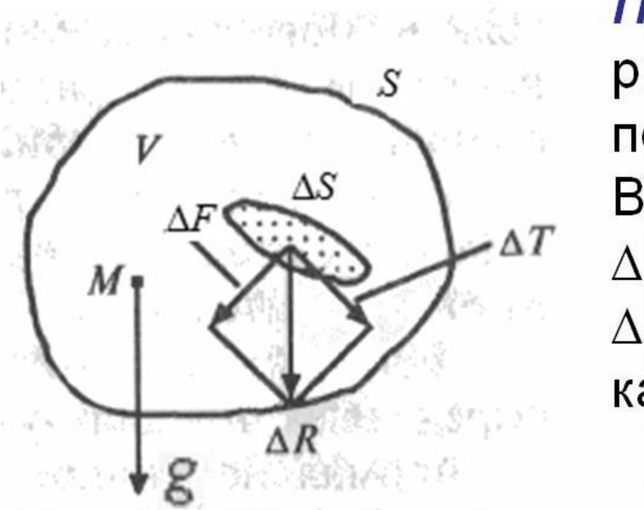
$$F_x = a_{цx} = \omega^2 \cdot x$$

$$F_y = a_{цy} = \omega^2 \cdot y$$

$$F_z = -g$$

$$R = F_x + F_y + F_z$$

Действие поверхностных сил на жидкость



Поверхностные силы принято рассматривать по отношению к площади поверхности.

В общем случае всякую поверхностную силу ΔR, действующую на элемент поверхности ΔS, можно разложить на нормальную ΔF и касательную ΔT составляющие.

Единичная поверхностная сила - ***напряжение***	
Касательное напряжение (напряжение сдвига)	$\tau = \dfrac{\Delta T}{\Delta S}$
Нормальное напряжение (напряжение сжатия) – гидростатическое давление	$p = \dfrac{\Delta F}{\Delta S}$

Свойства гидростатического давления:

1. *В любой точке жидкости давление всегда направлено по внутренней нормали к выделенной поверхности. Это свойство вытекает из самой сущности давления.*

2. *В любой точке внутри жидкости давление по всем направлениям одинаково. Другими словами величина давления в точке не зависит от ориентации площадки, на которую действует давление* ($p_x=p_y=p_z=p_n$).

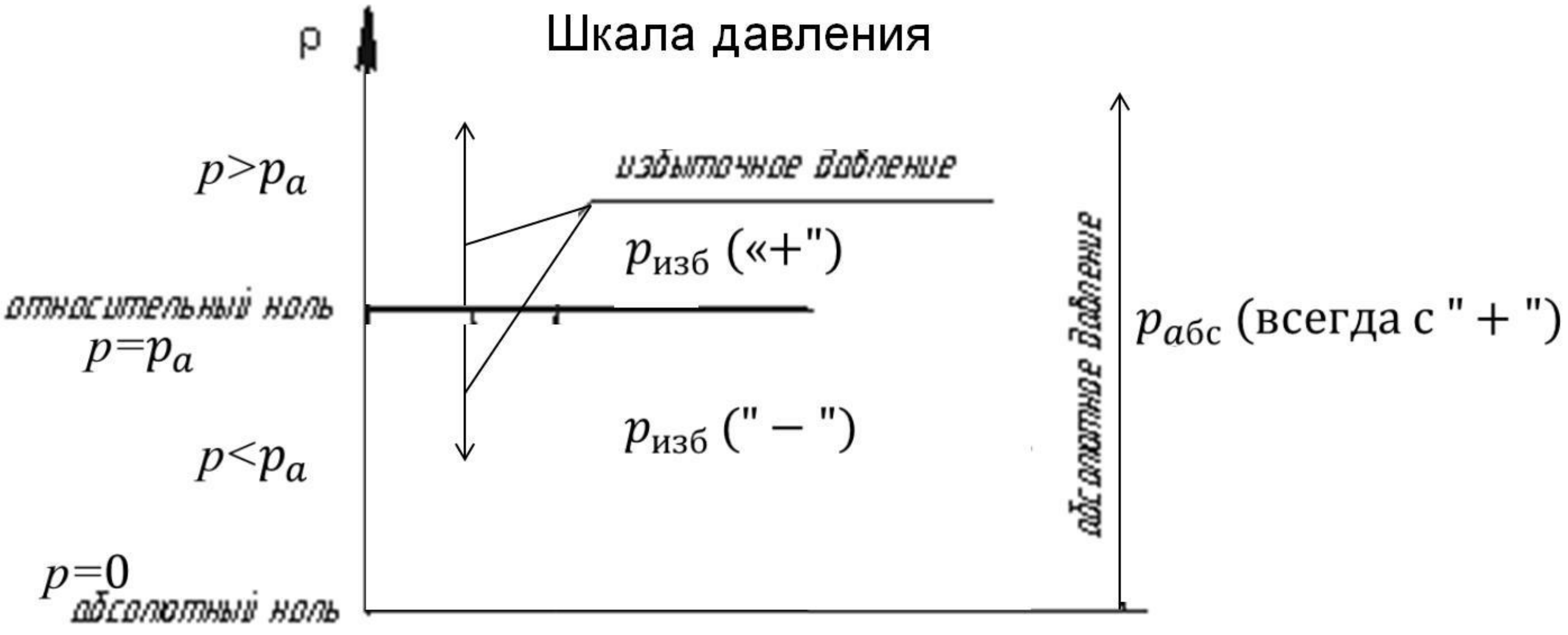
3. *Для жидкости находящейся в состоянии равновесия справедлив так называемый закон Паскаля утверждающий, что всякое изменение давления в какой-либо точке жидкости передаётся мгновенно и без изменения во все остальные точки жидкости.*

$$\boxed{\mathrm{p}_1 = \frac{F_1}{S_1} = p_2 = \frac{F_2}{S_2}}$$

, где 1 и 2 – точки жидкости

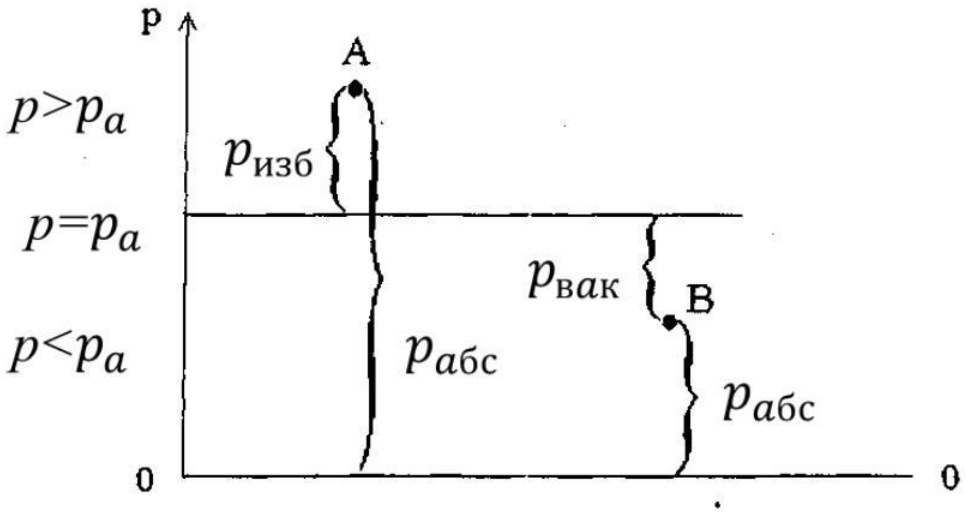
Классификация давления

Если давление *p* отсчитывают от абсолютного нуля ($p=0$), то его называют ***абсолютным*** *давлением* $p_{абс}$. Если давление отсчитывают от относительного нуля ($p=p_a$, где p_a - *атмосферное давление*), то оно называется ***избыточным*** $p_{изб}$ или ***манометрическим*** $p_м$.



Атмосферное давление (**физическая атмосфера**) – давление атмосферного воздуха на находящиеся в нем предметы и на земную поверхность, равно весу вышележащего столба воздуха с основанием, равным единице площади.

Помимо *абсолютного и избыточного* давлений в гидравлике рассматривают давления: ***вакуумметрическое*** $p_{вак}$ (отрицательное избыточное).



Избыточным давлением в точке **А** рис. называется превышение абсолютного давления над атмосферным. Абсолютное давление в точке ***А***:

$$p_{абс} = p_a + p_{изб}$$

Вакуумметрическое давление в точке **В** образуется как недостаток абсолютного давления до атмосферного:

$$-p_{изб} = p_{вак}$$

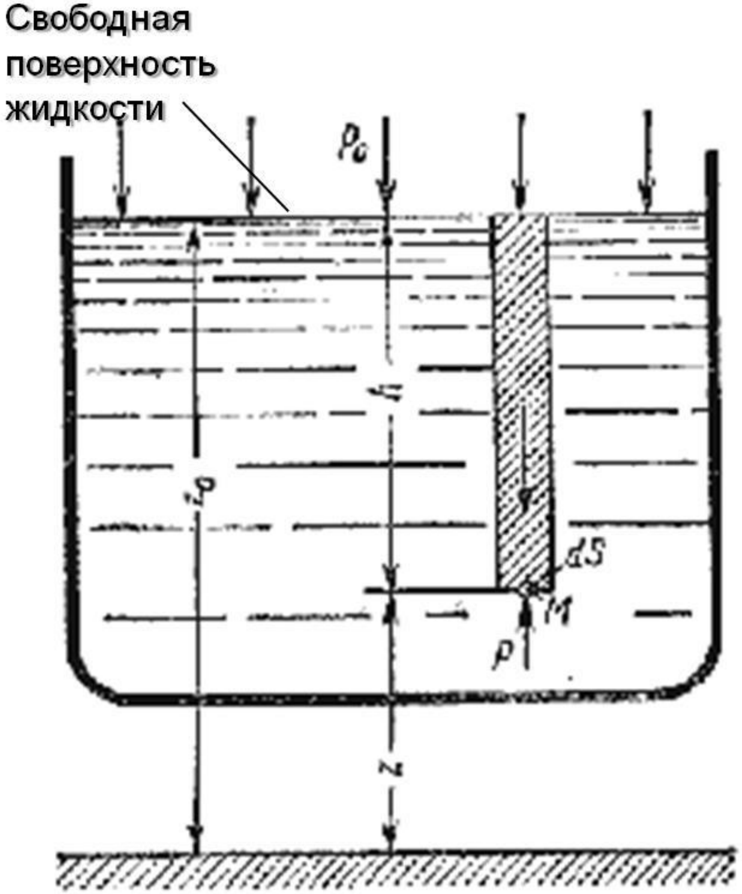
Абсолютное давление в точке ***В***:

$$p_a = p_{абс} - p_{изб} \quad \longrightarrow \quad p_a = p_{абс} + p_{вак}\text{, тогда}\quad p_{абс} = p_a - p_{вак}$$

Соответствие единиц измерения давления в различных метрических системах

	Техническая система	Международная система СИ	Столб жидкости: Вода 15 ^{0}C $\rho_{вода}=1{,}00\cdot10^3\ \frac{кг}{м^3}$	Столб жидкости: Ртуть 15 ^{0}C $\rho_{ртуть}=13{,}60\cdot10^3\ \frac{кг}{м^3}$
$1_{ат}$ – техническая атмосфера	$1\ \frac{кгс}{см^2} =$ $1\cdot10^4\frac{кгс}{м^2}$	$1_{ат}\cdot g = 9{,}81\cdot10^4$ Па $\frac{кг}{м^2}\cdot\frac{м}{c^2}=$ $=\frac{Н}{м^2}=Па$	$h=\frac{p}{\rho\cdot g}=$ $\frac{9{,}81\cdot10^4}{1{,}00\cdot10^3\cdot9{,}81}=$ $=10$ м.в.ст.	$\frac{9{,}81\cdot10^4}{13{,}60\cdot10^3\cdot9{,}81}=$ $=735$ мм.рт.ст.
$1_{атм}$ – физическая атмосфера		$1_{атм} = 101325$ Па		$= 760$ мм. рт. ст.

Уравнение равновесия жидкости.
Основной закон гидростатики.



Пусть жидкость содержится в сосуде и на ее свободную поверхность действует давление p_0

$$\boxed{p = p_0 + \rho g h}$$

основное уравнение гидростатики, (для точки **M**)

где

p_0 - давление, действующее на внешнюю поверхность жидкости и

$p = \rho g h$ - давление, создаваемое весом вышележащих слоев жидкости.

Поверхность равного давления (плоскость сравнения)– горизонтальная плоскость жидкости, во всех точках которой гидростатическое давление одно и то же. Очевидно, что для такой поверхности изменение давления dp=0.

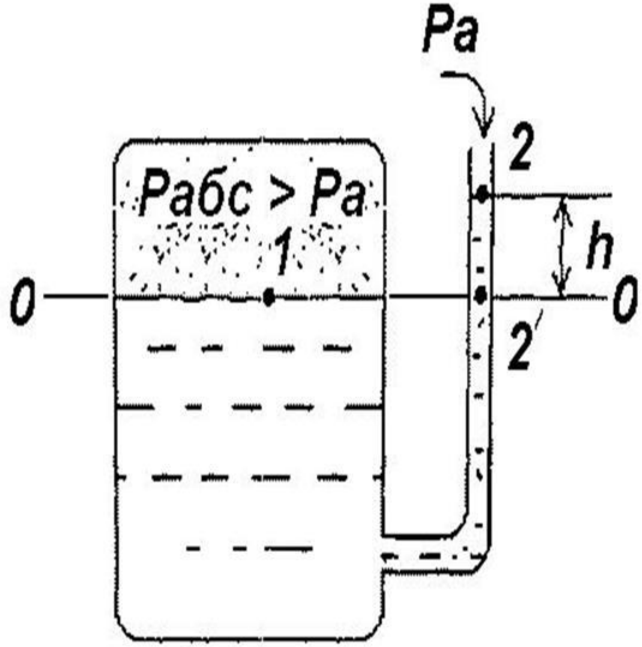
Давление двух точек, принадлежащих одной поверхности равного давления, определяется по ***основному закону гидростатики*** *(ОЗГ)* в следующей трактовке:

$p = p_0 + \rho g h = idem$ или $\boxed{p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2}$

Правила применения основного закона гидростатики (ОЗГ):

1. Выбираются точки *1* и *2* (правой и левой части ОЗГ) так, чтобы они принадлежали одной и той же жидкости и находились на границах разделов сред;
2. Выбирается поверхность равного давления,
3. Точки *1* и *2* проецируются на поверхность равного давления (точки *1'* и *2'*). Для спроецированных точек составляется ОЗГ.
4. В правой и левой части уравнения ОЗГ давление представляется абсолютным или избыточным, но обязательно одного вида.
5. ОЗГ - это обычное алгебраическое уравнение, решаемое только при наличии одного неизвестного, поэтому точки *1* и *2* целесообразно выбирать так, чтобы минимизировать количество неизвестных: одна из точек может принадлежать поверхности равного давления, другая проецируется на эту поверхность (*2'*).

Пример: открытый пьезометр



$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g},$$

$$h_1 = 0, \quad p_1 = p_{абс} > p_a, \quad h_2 = h, \quad p_2 = p_a$$

$$h = \frac{p_{абс} - p_a}{\rho g} = \frac{p_{изб}}{\rho g}$$

Величина измеряемого (избыточного $p_{изб1}$) давления в баллоне:

$$p_{изб} = \rho g h,$$

где h – пьезометрическая высота (пьезометрический напор) (h_n)

Трактовки основного закона гидростатики:

- ***Механическая трактовка** ОЗГ*: [*Па*]

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2$$

Физическая сущность трактовки: закон сохранения сумм внешнего давления p_1, p_2 и давления весового столба жидкости $\rho g h_1$ и $\rho g h_2$ (*закон сохранения гидростатического давления*).

- ***Геометрическая трактовка** ОЗГ*: [*м*]

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

Физическая сущность трактовки: закон сохранения сумм геометрической h_1, h_2 и пьезометрической высот $\frac{p_1}{\rho g}$ и $\frac{p_2}{\rho g}$ (*закон сохранения гидростатического напора*).

- ***Энергетическая трактовка** ОЗГ*: $\left[\frac{Дж}{кг}\right]$

$$h_1 \cdot g + \frac{p_1}{\rho} = h_2 \cdot g + \frac{p_2}{\rho}$$

Физическая сущность трактовки: закон сохранения сумм

удельной потенциальной энергии положения $h_1 \cdot g$ и $h_2 \cdot g$;

и дельной потенциальной энергии гидростатического давления $\frac{p_1}{\rho}$ и $\frac{p_2}{\rho}$.

(*закон сохранения удельной потенциальной энергии*).

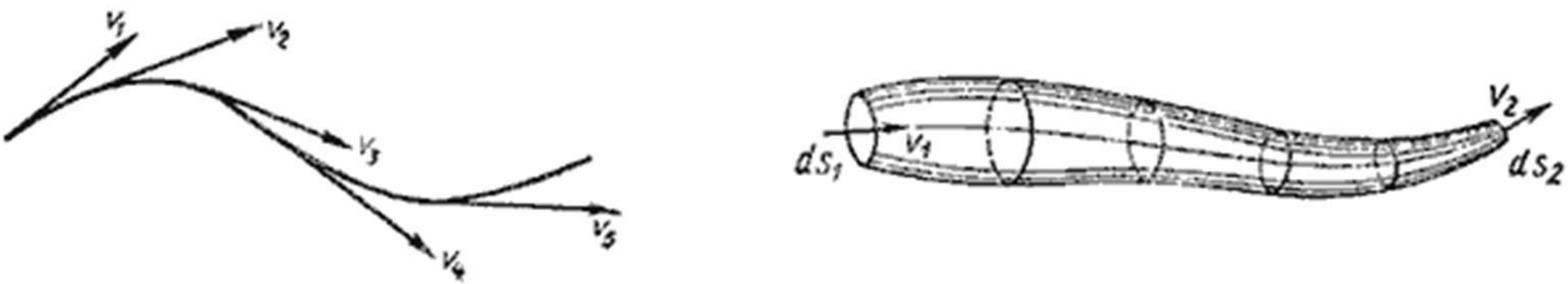
Гидродинамика - раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

Основные сведения о движении жидкости

Жидкость рассматривается как сплошная легко деформируемая среда. Физический процесс такой деформации весьма сложен. Отдельные частицы жидкости движутся по различным траекториям и по своим законам. Для упрощения изучения законов движения жидкости водят **теоретическую струйчатую модель реального движения жидкости**.

Линия тока – линия, проходящая, через такие частицы, векторы скорости которых в данный момент времени t направлены по касательной к этой линии.

Элементарная струйка – совокупность линий тока, проведенных через все точки элементарной площадки dS.



Линия тока и элементарная струйка

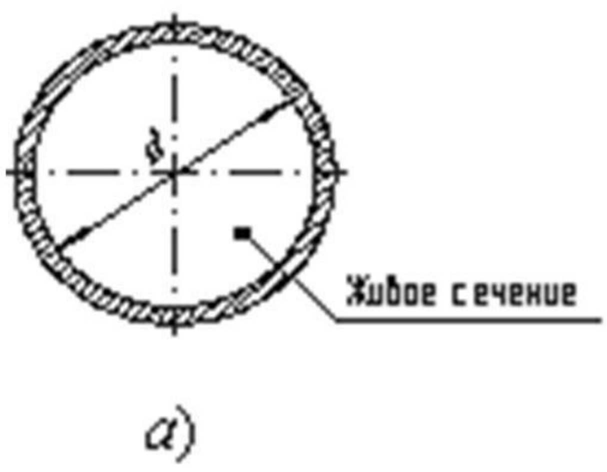
Траектория относится лишь к одной определенной частице, изучаемой в течение определенного отрезка времени. Линия тока относится к определенной совокупности различных частиц, рассматриваемых в одно мгновение (в данный момент времени).

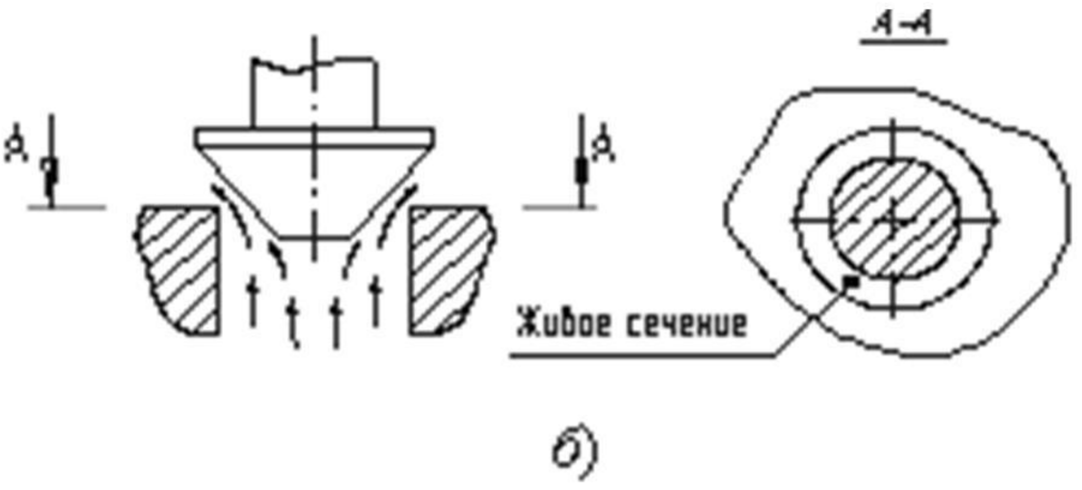
Поток – совокупность элементарных струек.

Живое сечение (м²) – площадь поперечного сечения потока, перпендикулярная к направлению течения.

Например, живое сечение трубы - круг (а);

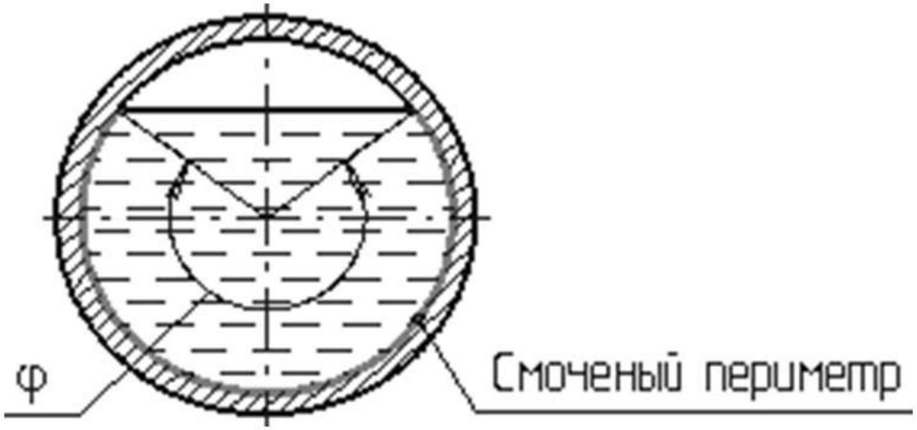
живое сечение клапана - кольцо с изменяющимся внутренним диаметром (б)





а - трубы, б - клапана

Смоченный периметр χ ("хи") - часть периметра живого сечения, ограниченная твердыми стенками и смоченная жидкостью (выделен углом φ).



Для круглой трубы:

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{D\varphi}{2}$$ если угол в радианах

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{360°},$$ если угол φ в градусах.

Гидравлический радиус потока R – отношение площади живого сечения к смоченному периметру ложа

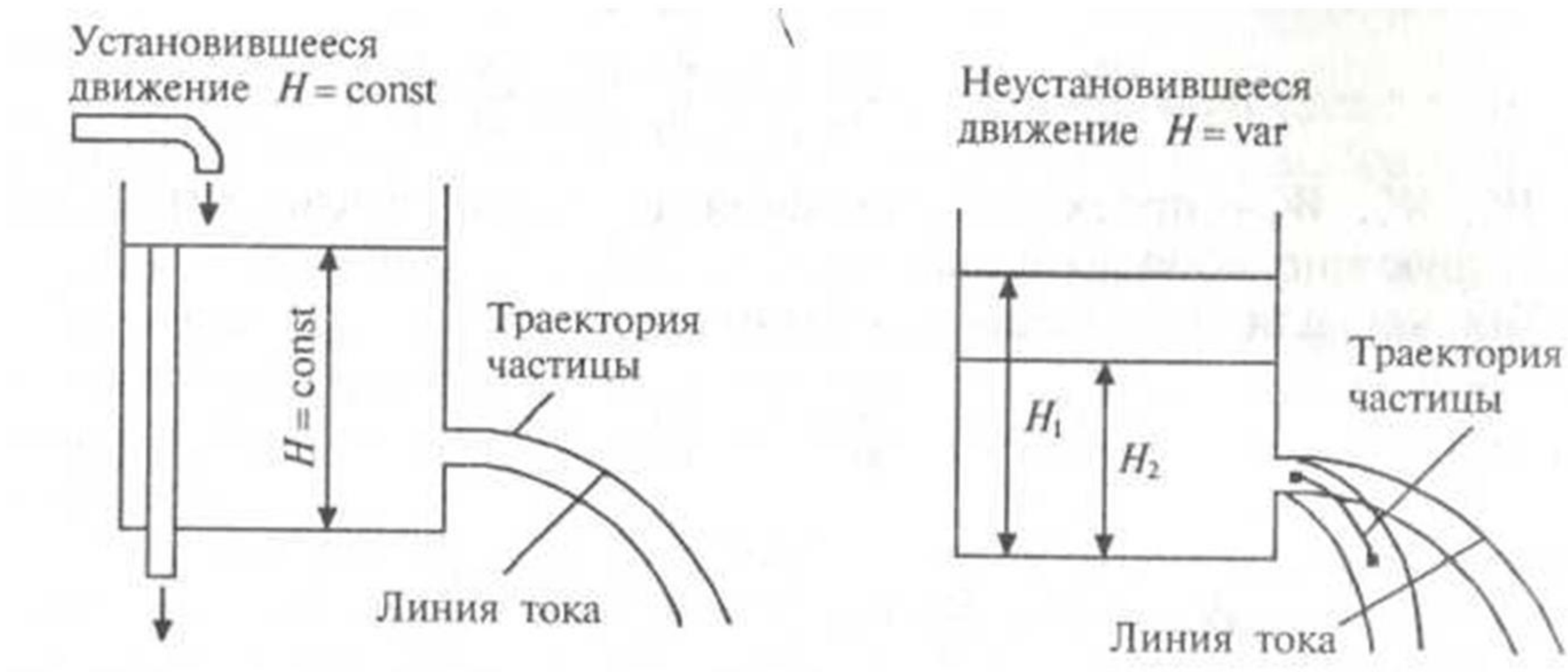
$$R = S/\chi$$, м

Виды движения жидкости

Установившееся движение – при котором в любой точке пространства элементы потока (расход, глубина, скорость и т.д.) жидкости не изменяются во времени, но могут изменяться в пространстве.

$$\upsilon = f(x, y, z) \quad H = \varphi(x, y, z)$$

При установившемся движении уровень жидкости в емкости не изменяется, траектории частиц и линии тока совпадают.



Установившееся движение может быть равномерным и неравномерным.

Равномерное движение – при котором элементы потока (расход, глубина, скорость и т.д.) не изменяются ни по времени ни в пространстве.

Неравномерное движение – при котором элементы потока (расход, глубина, скорость и т.д.) изменяются в пространстве.

Неустановившееся движение – при котором в любой точке пространства элементы потока (расход, глубина, скорость и т.д.) жидкости изменяются и во времени и в пространстве.

Сплошное движение – движение происходит без образования пустот внутри занятого жидкостью пространства (пример, напорное течение в трубах).

Прерывистое движение – с образованием пустот внутри занятого жидкостью пространства (пример, водопад, кавитационное течение).

Напорное течение – течение, при котором поток соприкасается со всеми точками периметра живого сечения и не имеет свободной поверхности. (пример, в закрытых руслах без свободной поверхности, в трубопроводах).

Безнапорное течение – движение потока со свободной поверхностью, в точках которого гидродинамическое давление равно атмосферному. (пример, в открытых руслах (реки, открытые каналы, лотки и т.п.).

В данном курсе будет рассматриваться только напорное течение.

Режимы движения жидкости

Ламинарным называется слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсации скорости и давления. При ламинарном течении жидкости в прямой трубе постоянного сечения все линии тока направлены параллельно оси трубы, при этом отсутствуют поперечные перемещения частиц жидкости.

Турбулентным называется течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости с пульсациями скоростей и давлений. Наряду с основным продольным перемещением жидкости наблюдаются поперечные перемещения и вращательные движения отдельных объемов жидкости. Переход от ламинарного режима к турбулентному наблюдается при определенной скорости движения жидкости. Эта скорость называется *критической* $\upsilon_{кр}$.

Значение этой скорости прямо пропорционально кинематической вязкости жидкости и обратно пропорционально диаметру трубы.

$$\boxed{\upsilon_{кр} = \frac{\nu}{d} \cdot k}$$

где ν - кинематическая вязкость;
k - безразмерный коэффициент;
d - внутренний диаметр трубы.

Безразмерный коэффициент *k*, одинаков для всех жидкостей и газов, а также для любых диаметров труб. Этот коэффициент называется *критическим числом Рейнольдса* $\boldsymbol{Re}_{\text{кр}}$:

$$\mathrm{Re}_{\text{кр}} = \frac{\upsilon_{\text{кр}} d}{\nu}$$

Физически число Рейнольдса характеризует *отношение сил инерции и сил вязкости* в потоке жидкости.

Опыт показывает, для напорного течения в трубах круглого сечения $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ примерно равно 2300.

Таким образом, критерий подобия Рейнольдса позволяет судить о режиме течения жидкости в трубе.

При $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{\text{кр}}$ течение является *ламинарным*.

при $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{\text{кр}}$ течение является турбулентным.

Режим движения жидкости напрямую влияет на степень гидравлического сопротивления трубопроводов.

Виды жидкости

В гидравлике рассматриваются две модели движения жидкости : ***реальная (вязкая) и идеальная.***

В идеальной жидкости в отличие от ***реальной жидкости:***

- отсутствует вязкость, т.е. нет напряжений трения;
- отсутствуют потери энергии любого рода;
- идеальная жидкость абсолютно несжимаема.

В зависимости от решаемой задачи движение одной и той же жидкости может рассчитываться как по модели идеальной жидкости, так и по модели реальной (вязкой) жидкости.

Основные гидродинамические характеристики потока – скорость и давление

Применительно к идеальной жидкости гидродинамическое давление имеет те же свойства и тот же смысл, что и гидростатическое давление.

При анализе движения реальной вязкой жидкости оказывается, что

$$p_x \neq p_y \neq p_z,$$

где p_x, p_y, p_z - действительные нормальные напряжения в рассматриваемой точке, относящиеся к трем произвольно намеченным в этой точке взаимно ортогональным площадкам. Гидродинамическое давление в точке равно среднему из проекций на координатные оси и представляет скалярную величину, то есть

$$p = \frac{1}{3}(p_x + p_y + p_z).$$

Гидродинамика изучает общие закономерности изменения скорости и давления, а кинематика изучает законы изменения скорости.

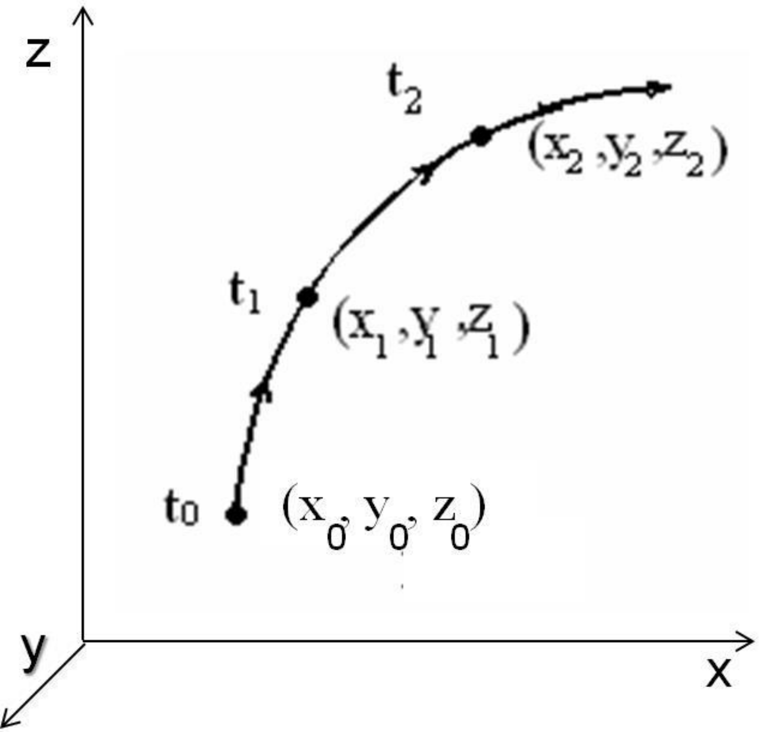
При изучении движущейся жидкости применяются два метода:

1. Метод Лагранжа,
2. Метод Эйлера.

В методе Лагранжа изучается движение каждой жидкой частицы.

Задаются законы изменения положения (подвижная система отчета), скорости, ускорения и других величин, то есть кинематические уравнения движения:

$$x = f_1\,(x_0, y_0, z_0, t)$$
$$y = f_2\,(x_0, y_0, z_0, t)$$
$$z = f_3\,(x_0, y_0, z_0, t)$$



где **x, y, z** - координаты частицы (являются функциями времени **t**),

x_0, y_0, z_0– начальные координаты в момент времени **t_0**.

Совокупность величин **x_0, y_0, z_0** и t_0 называются **переменными Лагранжа**.

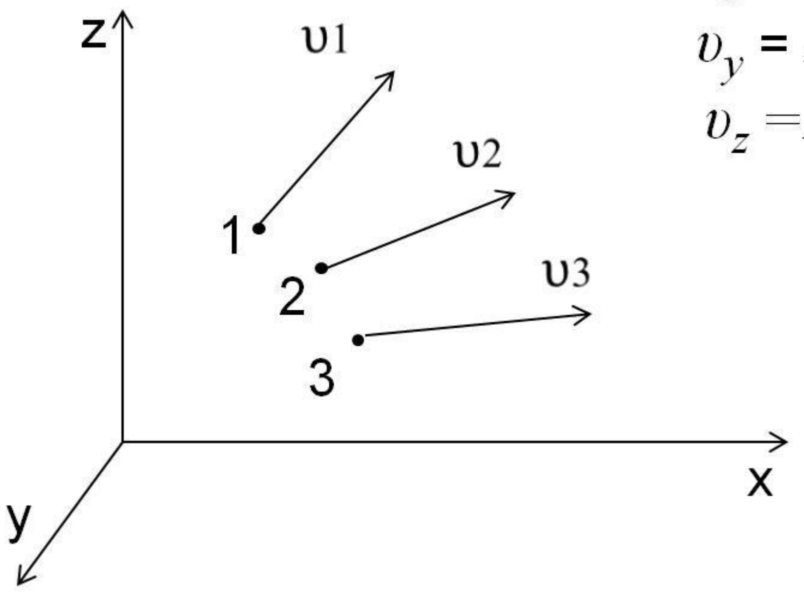
Итогом расчёта является траектория частицы, которая зависит от времени и начальных координат точки.

Проекции скорости частиц движущейся жидкости на координатные оси:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}\ ; \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}\ ; \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt}\ .$$

В методе Эйлера определяются поля скоростей в заданном пространстве, занятом жидкостью в данный момент времени, т.е.:

$$\upsilon_x = F_1\ (x, y, z, t);$$
$$\upsilon_y = F_2\ (x, y, z, t);$$
$$\upsilon_z = F_3\ (x, y, z, t).$$



Совокупность параметров x, y, z и t называют **переменными Эйлера.**

Метод Эйлера оказывается в большинстве случаев более плодотворным, поэтому он является основным в кинематике и динамике жидкости.

В дальнейшем будет рассматриваться задача определения скорости и давления при известных силах, действующих на жидкость.

Следует отметить, что скорость и давление для разных точек жидкости будут иметь различные величины и, кроме того, для данной точки пространства они могут изменяться во времени.

Для определения составляющих скорости по координатным осям υ_x, υ_y, υ_z и давления p в гидравлике рассматриваются следующие уравнения:

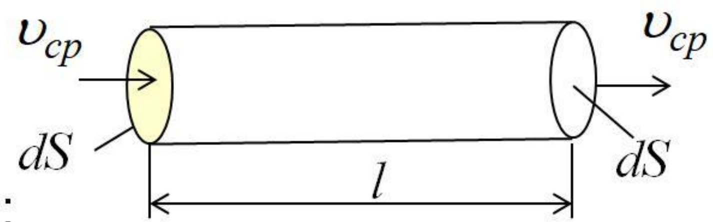
1. Уравнение несжимаемости и неразрывности движущейся жидкости (уравнение баланса расхода жидкости).
2. Дифференциальные уравнения движения (уравнения Эйлера).
3. Уравнение баланса удельной энергии потока (уравнение Бернулли).

Расход жидкости

Для оценки количества жидкости, протекающей в элементарной струйке, введем понятие *элементарного расхода* как об объеме жидкости *V*, проходящем в единицу времени *t* через поперечное сечение струйки *S*.

Очевидно, элементарный расход будет:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{l \cdot S}{t} \longrightarrow Q = \frac{l}{t} \cdot S = \upsilon_{cp} \cdot S \longrightarrow \boxed{dQ = \upsilon_{cp} \cdot dS}$$



Полный расход жидкости (для потока):

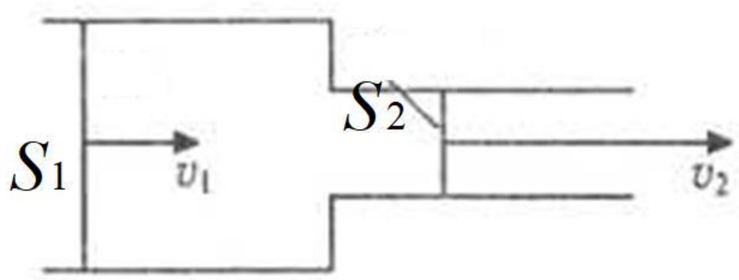
$$Q_V = \int_S \upsilon_{cp} \cdot dS = \upsilon_{cp} \cdot S$$, м³/с - объемный расход (*характерен для капельной жидкости*)

$$Q_m = \int_S \rho \cdot \upsilon_{cp} \cdot dS = \rho \cdot \upsilon_{cp} \cdot S$$, кг/с - массовый расход (*характерен для газа*)

$$Q_G = \int_S \rho \cdot g \cdot \upsilon_{cp} \cdot dS = \rho \cdot g \cdot \upsilon_{cp} \cdot S$$, Н/с - весовой расход

Уравнение неразрывности движущейся жидкости (уравнение баланса расхода жидкости)

Уравнение неразрывности (сплошности) выражает закон сохранения массы и неразрывность течения. Если жидкость несжимаема $\rho = const$



$$Q = \int_S \upsilon \cdot dS = \upsilon \cdot S = const$$

Отсюда следует, что $Q_1 = Q_2$.

1 и 2 – сечения потока жидкости

Объемный расход Q несжимаемой жидкости остается постоянным вдоль канала.

$$\boxed{\upsilon_1 \cdot S_1 = \upsilon_2 \cdot S_2}$$

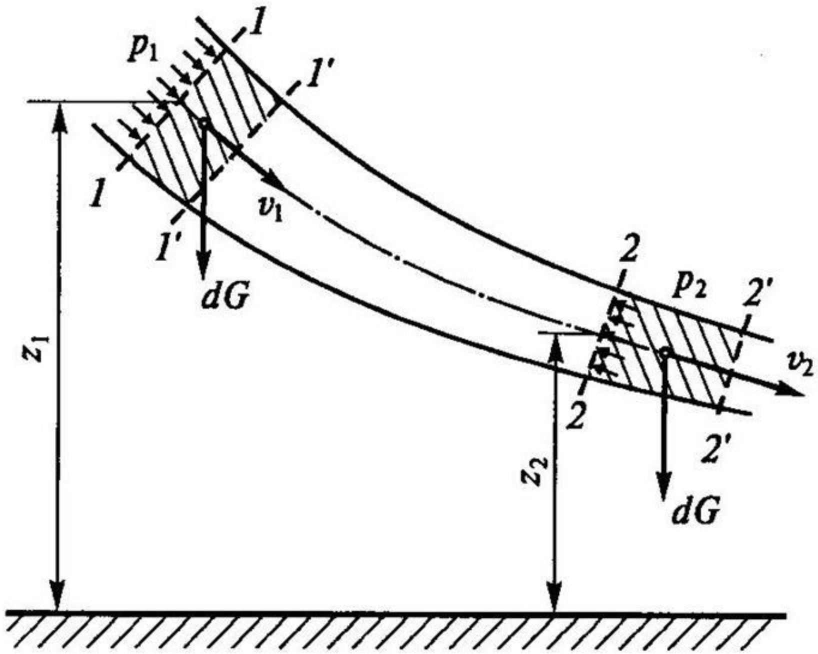
- уравнение неразрывности движущейся жидкости

Если жидкость сжимаема $\rho \neq const$

$$\boxed{\rho_1 \cdot v_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot S_2}$$

- уравнение неразрывности движущегося газа

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости



Физический смысл уравнения Бернулли: закон сохранения энергии.

Полная удельная энергия состоит из потенциальной и кинетической:

$$E = E_n + E_к \quad , \quad \frac{Дж}{кг}$$

$$E_к = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$$ - кинетическая энергии

Энергия приведённая к массе m=1 кг называется удельной.

Кинетическая составляющая удельной полной энергии:

$$\boxed{E_к = \frac{v^2}{2}}$$

Потенциальная составляющая удельной полной энергии:

$$\boxed{E_n = z \cdot g + \frac{p}{\rho}} \; ,$$

где $z \cdot g$ - удельная потенциальная энергии положения, $\frac{Дж}{кг}$;

$\frac{p}{\rho}$ - и удельной потенциальной энергии давления, $\frac{Дж}{кг}$.

Для сечения 1-1 полная удельная энергия:

$$E_1 = z_1 \cdot g + \frac{p_1}{\rho} + \frac{\upsilon_1^{\ 2}}{2}.$$

Для сечения 2-2 полная удельная энергия:

$$E_2 = z_2 \cdot g + \frac{p_2}{\rho} + \frac{\upsilon_2^{\ 2}}{2}.$$

При движении идеальной жидкости не возникает сил сопротивления (трения), поэтому на основе закона сохранения энергии:

$$E_1 = E_2$$

$z \cdot g + \dfrac{p}{\rho} + \dfrac{\upsilon^2}{2} = const$ - уравнение Бернулли для идеальной жидкости.

Для двух сечений струйки идеальной жидкости:

$$\boxed{z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^{\ 2}}{2g} = H_0 = const}$$

при условии, что жидкость находится только под действием силы тяжести и ее плотность неизменна

Энергетическая трактовка:

$$z_1 \cdot g + \frac{p_1}{\rho} + \frac{\upsilon_1^{\ 2}}{2} = z_2 \cdot g + \frac{p_2}{\rho} + \frac{\upsilon_2^{\ 2}}{2} \ \left[\frac{Дж}{кг}\right].$$

Энергетический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что при установившемся движении полная удельная энергия частиц идеальной жидкости, сохраняется постоянной по всей длине струйки. Уравнение Бернулли является выражением основного закона физики – закона сохранения механической энергии – применительно к жидкости. Механическая энергия движущейся жидкости может иметь три формы: энергия положения $z{\cdot}g$, энергия давления $\frac{p}{\rho}$ (сумма $z \cdot g + \frac{p}{\rho}$ представляет потенциальную энергию) и кинетическая энергия $\frac{\upsilon^2}{2}$. В процессе движения жидкости одна форма энергии может превращаться в другую, но полная удельная энергия остается постоянной.

Механическая трактовка:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\upsilon_1^{\ 2}}{2} \cdot \rho = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\upsilon_2^{\ 2}}{2} \cdot \rho \quad [Па]$$

Физическая сущность трактовки: закон сохранения сумм внешнего давления p, давления весового столба жидкости $\rho g h$ и скоростного давления $\frac{\upsilon^2}{2}\rho$.

Геометрическая трактовка:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\upsilon_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\upsilon_2^{\ 2}}{2g} \quad [м]$$

Геометрический смысл уравнения Бернулли для струйки идеальной жидкости заключается в том, что при установившемся движении идеальной жидкости сумма трех высот (напоров) геометрической z, пьезометрической $\frac{p}{\rho \cdot g}$ и скоростной $\frac{\upsilon^2}{2g}$ вдоль потока остается постоянной (см. рис. 4).

Геометрическая высота (напор) определяется геометрической высотой расположения центра тяжести сечения над горизонтальной поверхностью равного давления (поверхностью сравнения).

Для определения пьезометрической высоты используется *пьезометр* - тонкостенная стеклянная трубка, в которой жидкость поднимается на пьезометрическую высоту $\frac{p}{\rho \cdot g}$.

Гидростатический напор складывается из геометрической и пьезометрической высот.

Полный напор – складывается из гидростатического и скоростного напоров.

Уравнение Бернулли для реальной жидкости

При условии, что жидкость находится только под действием силы тяжести и ее плотность неизменна

для двух различных сечений элементарной струйки реальной жидкости имеет вид:

$$\boxed{z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot \upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot \upsilon_2^2}{2g} + \Delta h_{1-2}\,,}$$

Геометрическая трактовка уравнения Бернулли [м]

где Δh_{1-2} - потери напора между сечениями 1-1 и 2-2.

Потерянная энергия $\Delta E_{1\text{-}2}$, потерянное давление $\Delta p_{1\text{-}2}$ или потерянная высота Δh_{1-2} (в зависимости от трактовки) складывается из линейных потерь, вызванных силой трения между слоями жидкости и преодолением шероховатости труб, и местных потерь, вызванных изменениями конфигурации трубопровода.

$\alpha_{1,2}$ - безразмерный коэффициент Кориолиса - отношение действительной кинетической энергии потока в данном сечении к кинетической энергии потока в том же сечении при равномерном распределении скоростей.

$\alpha = 2$ для ламинарного режима,

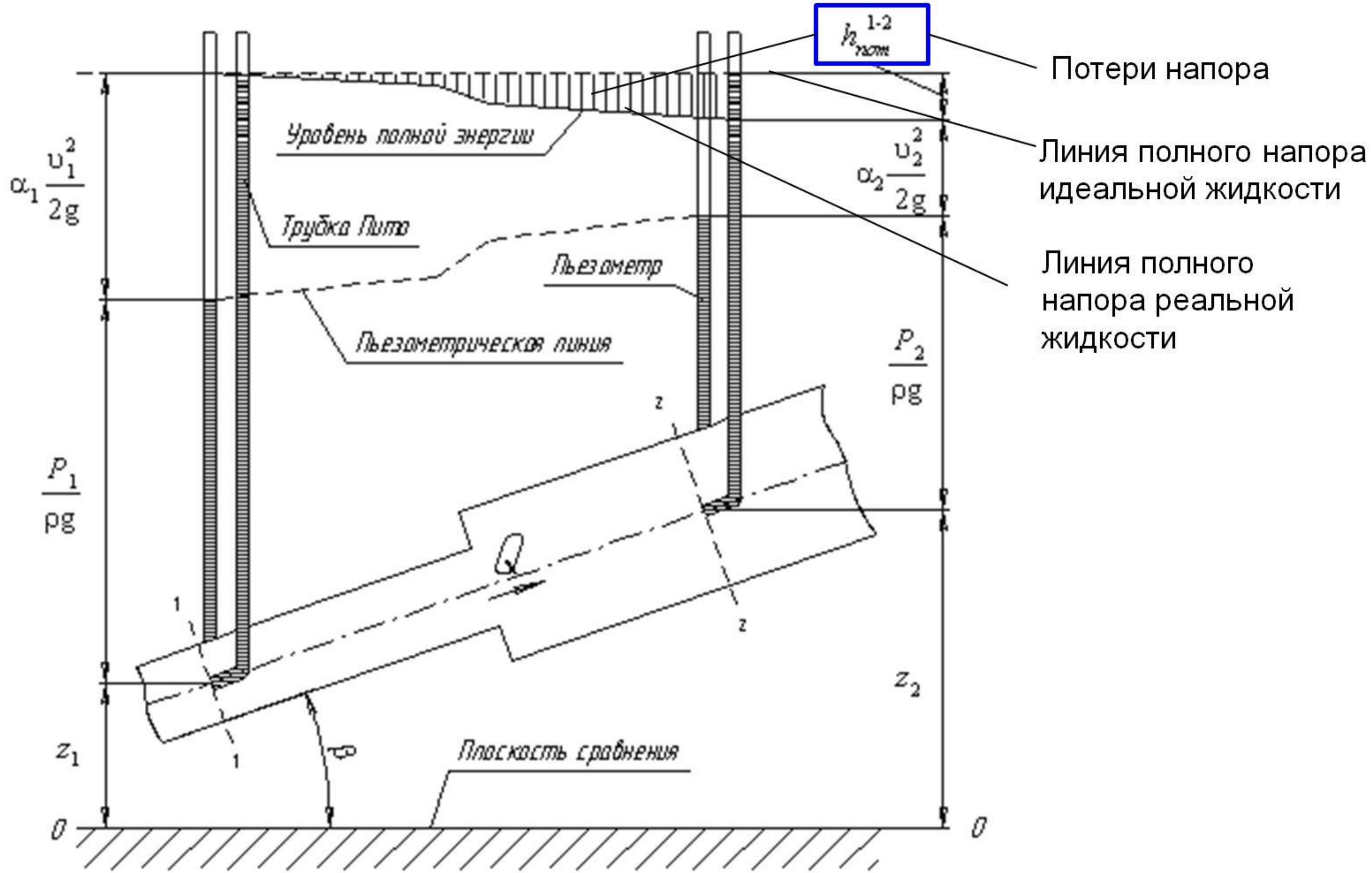
$\alpha = 1{,}05\ldots1{,}10$ для турбулентного режима

Правила практического применения уравнения Бернулли:

1. Выбрать горизонтальную плоскость для отсчета высот (плоскость равного давления). Для удобства её проводят через центр тяжести одного из сечений)
2. Выбираются два сечения, перпендикулярные направлению движения жидкости. Одно из расчетных сечений необходимо брать там, где нужно определить давление p, высоту z или скорость V, второе, где величины p, z, и V известны. Сечения можно проводить в любых местах гидросистемы, в том числе и через баки. Если сечение проведено через бак, то средняя скорость в этом сечении равна нулю, т. к. скорость движения жидкости в баках пренебрежимо мала. Нумеровать расчетные сечения следует так, чтобы жидкость двигалась от сечения 1-1 к сечению 2-2.
3. Уравнение Бернулли - это обычное алгебраическое уравнение, решаемое только при наличии одного неизвестного, поэтому сечения целесообразно выбирать в таких местах гидросистемы, где какие-то параметры заданы или обнуляются.
4. Если окажется, что из одного уравнения Бернулли определить искомую величину невозможно, то необходимо составить еще одно подобное уравнение, выбрав другую пару сечений.

Кроме уравнения Бернулли, в расчетах часто применяется уравнение постоянства расхода при установившемся движении для двух сечений с площадями $S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2$

Графическое изображение уравнения Бернулли для реальной жидкости Потерянный напор выделен вертикальной штриховкой.



Потери энергии (напора, давления) жидкости

Путевые

(распределяются равномерно по длине трубопровода за счёт вязкости и шероховатости трубопроводов)

Местные

(сосредоточены на очень коротких участках с конструктивными элементами: вентили, всевозможные закругления, сужения, расширения и т.д., на тех участках, где поток претерпевает деформацию

потери энергии

$$\Delta E = E_п + E_м$$

потери давления

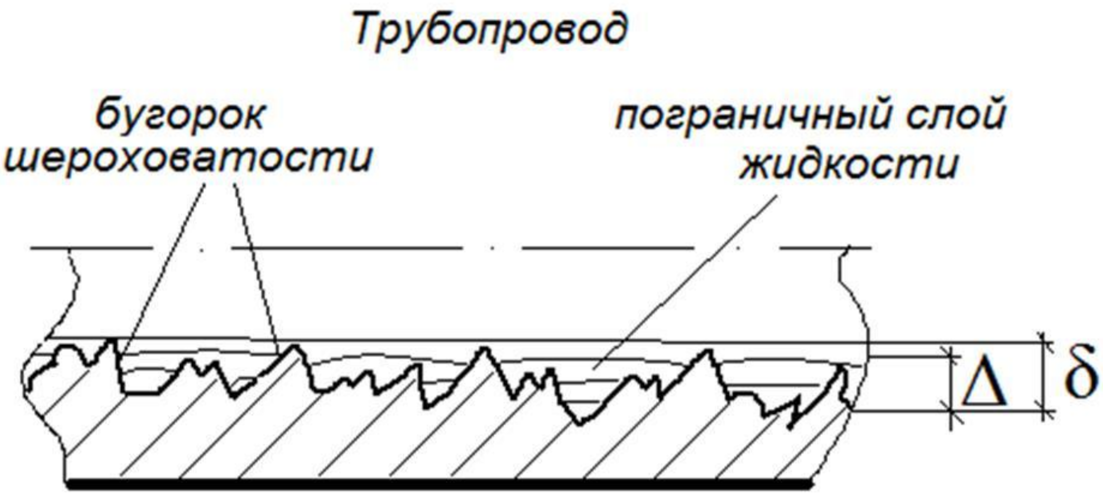
$$\Delta p = p_п + p_м$$

потери напора

$$\Delta h = h_п + h_м$$

Источником потерь во всех случаях является вязкость жидкости. Следует заметить, что потери напора и по длине и в местных гидравлических сопротивлениях существенным образом зависят от режима движения жидкости.

Путевые (линейные) потери



Δ - средняя высота букорков шероховатости

δ - толщина пограничного слоя жидкости

Шероховатость характеризуется средней высотой бугорков на внутренней поверхности трубы Δ. Большую роль играет также форма бугорков, их густота и характер взаимного расположения на поверхности. Эти факторы учесть и выразить какими-либо формульными зависимостями практически невозможно. Поэтому в гидравлике вводится понятие эквивалентной шероховатости $\Delta_э$, т.е. шероховатости, приведенной к некоторому стандартному виду (с равномерно расположенными бугорками – одинаковыми зернами примерно сферической формы).

Значения эквивалентной шероховатости для различных материалов труб приводятся в гидравлических справочниках

При турбулентном режиме у стенки имеется вязкий подслой толщиной δ. Если толщина этого подслоя $\delta > \Delta$, то выступы закрыты вязкой пленкой и в турбулентном пристенном слое жидкость, двигаясь, скользит по вязкому подслою как по жидкой смазке (по аналогии с ламинарным режимом).

Такая труба называется **гидравлически гладкой**.

В этом случае коэффициент сопротивления трения λ не зависит от шероховатости трубы и рассчитывается по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{Re^{0{,}25}}.$$

Если $\delta < \Delta$, труба называется **гидравлически шероховатой**. У такой трубы бугорки шероховатости проходят сквозь вязкий подслой и оказываются в турбулентном потоке. При этом с бугорков срываются вихри, увеличивая гидравлические потери. Коэффициент λ при этом зависит как от числа Re, так и от эквивалентной шероховатости трубы $\Delta_э$. Он может быть рассчитан по формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0{,}25}.$$

Итак, для турбулентного режима вычисляются два безразмерных коэффициента:

$$A_1 = \frac{10d}{\Delta_э}; \qquad A_2 = \frac{500d}{\Delta_э}.$$

Если $2\,300 \le \mathrm{Re} \le A_1$, труба считается **гидравлически гладкой** и применяется формула Блазиуса.

Если $A_1 \le \mathrm{Re} \le A_2$, труба – **гидравлически шероховатая** и применяется формула Альтшуля.

Если $\mathrm{Re} > A_2$, труба называется **вполне шероховатой;** применяется формула Шифринсона:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}.$$

Величина эквивалентной шероховатости $\Delta_э$

Материал трубы и способ изготовления	$\Delta_э$, мм
1. Новые бесшовные стальные	0,06
2. Новые стальные сварные	0,07
3. Новые оцинкованные стальные	0,12
4. Сварные из нержавеющей стали	0,075
5. Старые стальные сварные	0,75
6. Новые алюминиевые холоднотянутые	0,03
7. Новые чугунные	0,60

Местные потери

Местные потери $h_м$ (м) вычисляются по формуле Вейсбаха:

$$h_М = \zeta_М \frac{V^2}{2g}, \text{ м.}$$

Здесь $\zeta_М$ – безразмерный коэффициент местного сопротивления, величина которого зависит от вида местного сопротивления.

Для определения местных потерь необходимо знать коэффициент местного сопротивления $\zeta_М$ и среднюю скорость V

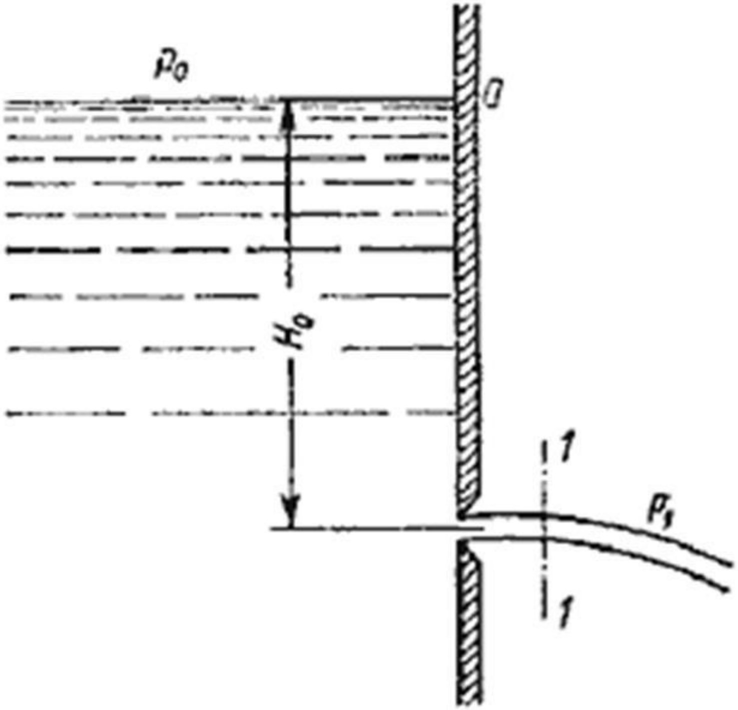
Значения коэффициентов $\zeta_М$

Вид местного сопротивления	$\zeta_М$
Выход из трубы в бак	1,0
Вход из бака в трубу	0,5
Плавный поворот на 90°	0,35
Резкий поворот на 90°	1,2
Вентиль полностью откр.	3,5… 6

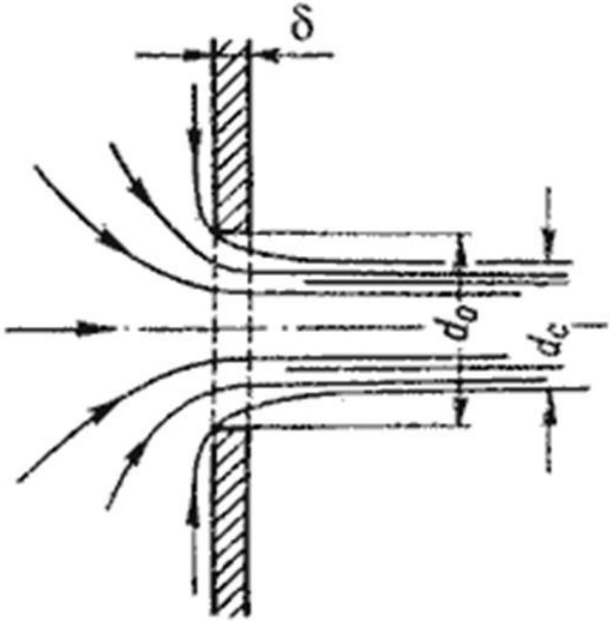
Истечение жидкости из отверстий и насадков

Основным вопросом, который интересует при изучении истечения жидкости из отверстий и насадков: определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадков.

Истечение через малое круглое отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре

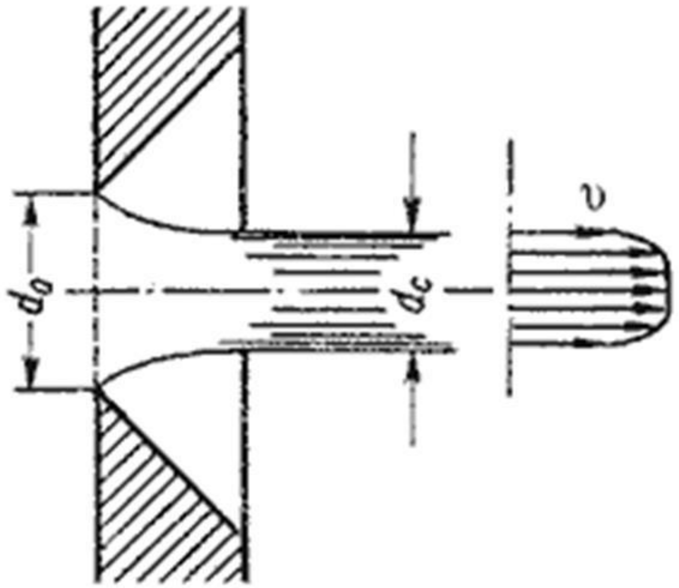


Рассмотрим большой резервуар с жидкостью под давлением P_0, имеющий малое круглое отверстие в стенке на достаточно большой глубине H_0 от свободной поверхности. Жидкость вытекает в воздушное пространство с давлением p_1.



а)

Отверстие выполнено сверлением в тонкой стенке без обработки входной кромки



б)

Отверстие выполнено в толстой стенке, но с заострением входной кромки с внешней стороны

Струя, отрываясь от кромки отверстия, несколько сжимается. Такое сжатие обусловлено движением жидкости от различных направлений, в том числе и от радиального движения по стенке, к осевому движению в струе.

Степень сжатия оценивается ***коэффициентом сжатия***.

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S_o} = \left(\frac{d_c}{d_o}\right)^2$$

где S_c и S_o - площади поперечного сечения струи и отверстия;
d_c и d_o - диаметры струи и отверстия соответственно.

Скорость истечения жидкости через отверстие такое отверстие:

$$\upsilon = \varphi\sqrt{2gH}$$

где H - напор жидкости, определяется как $H = H_0 + \frac{P_0 - P_1}{\rho g}$

***φ*- коэффициент скорости** $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}$

где α - коэффициент Кориолиса;
***ζ*- коэффициент сопротивления отверстия**.

Расход жидкости определяется как произведение действительной скорости истечения на фактическую площадь сечения:

$$Q = S_c \upsilon = \underbrace{\varepsilon S_o}_{S_c} \underbrace{\varphi \sqrt{2gH}}_{\upsilon}$$

Произведение *ε* и *φ* принято обозначать буквой ***μ*** и называвать ***коэффициентом расхода***, т.е. $\boxed{\mu = \varepsilon \cdot \varphi}$.

В итоге получаем расход:

$$Q = \mu S_o \sqrt{2gH} = \mu S_o \sqrt{2 \frac{\Delta P}{\rho}}$$

где Δр - расчетная разность давлений, под действием которой происходит истечение.

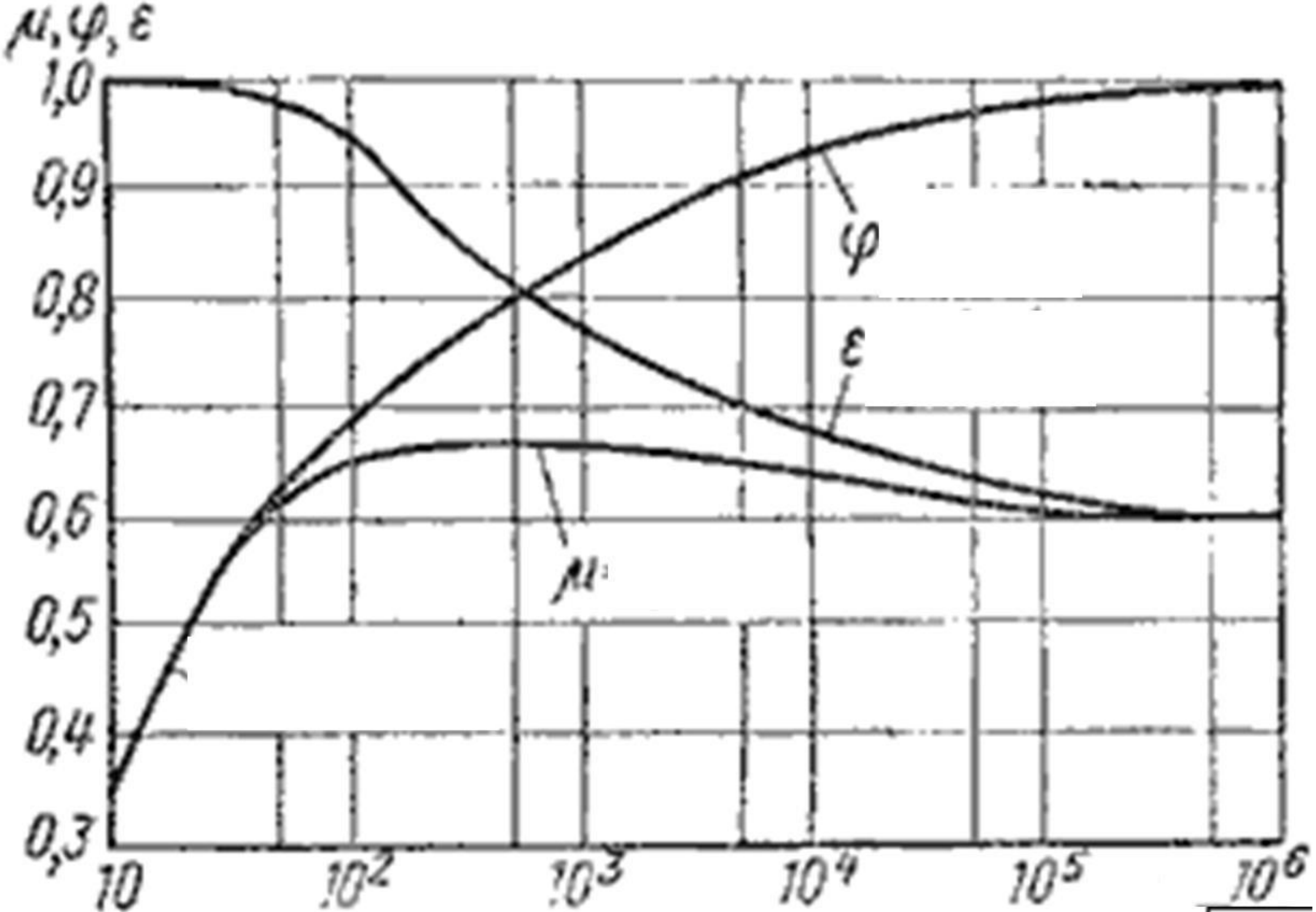
Значение коэффициента сжатия ε, сопротивления ζ, скорости φ и расхода μ для круглого отверстия можно определить по эмпирически построенным зависимостям.

Число Рейнольдса, подсчитанного для идеальной скорости:

$$\mathrm{Re}_u = \frac{d\sqrt{2gH}}{\nu}$$

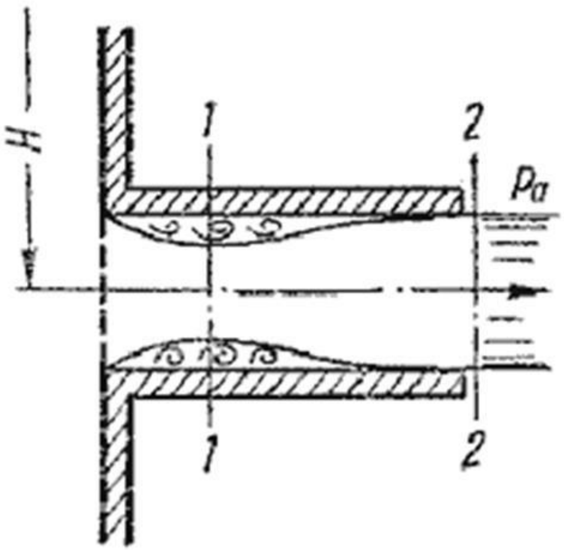
где ν - кинематическая вязкость.

Зависимости коэффициентов ε, ζ и μ от числа Рейнольдса для идеальной скорости



$$\mathrm{Re}_u = \frac{d\sqrt{2gH}}{\nu}$$

Истечение жидкости через насадки при постоянном напоре



Внешним цилиндрическим насадком называется короткая трубка длиной, равной нескольким диаметрам без закругления входной кромки. Истечение через такой насадок в газовую среду может происходить в двух режимах.

Первый режим - *безотрывный режим*. При истечении струя, после входа в насадок сжимается примерно так же, как и при истечении через отверстие в тонкой стенке. Затем струя постепенно расширяется до размеров отверстия из насадка выходит полным сечением.

Второй режим характеризуется тем, что струя после сжатия уже не расширяется, а сохраняет цилиндрическую форму и перемещается внутри насадка, не соприкасаясь с его стенками. Истечение становится точно таким же, как и из отверстия в тонкой стенке, с теми же значениями коэффициентов. Следовательно, при переходе от первого режима ко второму скорость возрастает, а расход уменьшается благодаря сжатию струи.

При первом режиме коэффициент расхода определяется по эмпирической формуле :

$$\mu = \frac{1}{1{,}23 + \frac{58}{\mathrm{Re}} \frac{\ell}{d}}$$

где l/d - относительная длина насадка,

Re - число Рейнольдса

Так как на выходе из насадка диаметр струи равен диаметру отверстия, то коэффициент сжатия ε = 1 и, следовательно, μ = φ , а коэффициент сопротивления ζ = 0,5.

Если составить уравнение Бернулли для сжатого сечения *1-1* и сечения за насадком *2-2* и преобразовать его, то можно получить падение давления внутри насадка

$$P_2 - P_1 \approx 0{,}75Hg\rho$$

При некотором критическом напоре $H_{кр}$ абсолютное давление внутри насадка (сечение *1-1*) становится равным нулю (P_1 = 0), и поэтому

$$H_{кр} \approx \frac{P_2}{0{,}75\rho g}$$

Механика газа (газовая динамика)

В отличие от капельных жидкостей газы способны значительно изменять свой объём при изменении ***давления*** и ***температуры***, поэтому положения гидравлики переносятся в механику газа только при определённых условиях. Законы движения и равновесия капельных жидкостей и газов можно считать одинаковыми при условии малой скорости газа по сравнению со скоростью распространения в нём звука, когда сжимаемостью газа можно пренебречь и считать плотность газа постоянной. В связи с этим законы движения капельных жидкостей можно применять для газов лишь при скоростях движения не более ≈0,3 скорости звука (т.е. не превышающих 100 м/с).

Важно: в системах вентиляции и кондиционирования воздуха скорости движения воздуха, как правило, небольшие, поэтому для таких систем остаются в силе основные законы и положения гидравлики.

Термодинамическое состояние газа характеризуется **давлением, температурой, плотностью.** Зависимость между этими параметрами с достаточной степенью точности можно выразить уравнением состояния идеального газа.

Идеальный газ

Для удобства расчета реальный газ заменяют моделью **идеального газа**. Под идеальным газом обычно понимают газы, в которых отсутствуют силы межмолекулярного взаимодействия, а объемы молекул равны нулю. Идеальные газы подчиняются уравнению **Менделеева-Клайперона**:

$$\boxed{pV = mRT}$$

уравнение состояния идеального газа

где V – объем газа, $м^3$

m – масса газа, кг

$R = {R_\mu}/{\mu}$ - удельная газовая постоянная газа;

Физический смысл $R\left[Дж/(кг \cdot К)\right]$ - работа *1 кг* газа в изобарном процессе при изменении температуры газа на *1 К*;

R_μ - универсальная газовая постоянная газа, $[\,Дж/(кмоль \cdot К)]$;

μ - молярная масса газа (вещества) равная отношению массы вещества *m* к количеству вещества ν : $\mu = {m}/{\nu}, [кг/кмоль]$

Молярная масса некоторых газов

Газ	O_2	N_2	H_2	*CO*	*CO₂*	воздух
$\mu, [кг/кмоль]$	32	28.16	2	28	44	29

Закон Авогадро

При одинаковых давлениях *p* и температурах *T* в равных объемах различных газов содержится одинаковое число молекул *N***.** Следовательно, плотности газов при одинаковых давлениях и температурах прямо пропорциональны их молярным массам:

$$\rho_1 / \rho_2 = \mu_1 / \mu_2$$

Из закона Авогадро следует, что при одинаковых значениях *p, T* молярные объемы различных газов одинаковы.

При нормальных условиях $p = 1.013\,МПа,\ T = 273\,К$

молярный объем любого газа $V_\mu = 22.4 \cdot 10^{-3} \left[м^3 / кмоль \right]$.

Принимая данные условия можно получить значение универсальной газовой постоянной:

$$R_\mu = R\mu = \frac{pV\mu}{T} = \frac{0.103 \cdot 10^6 \cdot 22.4}{273} = 8314\,Дж / (кмоль \cdot К)$$

Для произвольной массы газа уравнение состояния идеального газа:

$$\boxed{\mathrm{p}V = mR_\mu T} \qquad \boxed{\mathrm{p} = \frac{m}{V} R_\mu T = \rho R_\mu T}$$

Для произвольной массы газа уравнение состояния реального газа:

$$\boxed{\mathrm{p} = z\rho R_\mu T}$$

где z – коэффициент сжимаемости (можно принять=1)

Основные понятия термодинамических процессов

Изменение состояния газа при взаимодействии его с окружающей средой называется *термодинамическим процессом*. При осуществлении термодинамического процесса подводимая к телу теплота Q идет на изменение его внутренней энергии ΔU и совершение механической работы L, что демонстрирует первый закон термодинамики:

$$\boxed{Q = \Delta U + L}$$

Первый закон термодинамики является частным случаем общего закона сохранения и превращения энергии применительно к процессам взаимного превращения теплоты и работы. Закон утверждает, что сумма всех видов энергии *изолированной* системы при любых происходящих в системе процессах остается постоянной

В термодинамике рассматриваются следующие основные термодинамические процессы:

1. Изохорный – при постоянном объеме (V=const);
2. Изобарный – при постоянном давлении (p=const);
3. Изотермический – при постоянной температуре (T=const);
4. Адиабатный – без внешнего теплообмена (Q=0);
5. Политропный – это процесс происходящий при постоянной теплоемкости газа.

Теплоемкость – физическая величина, характеризующая способность тела накапливать теплоту.

Теплоемкостью газа называется количество теплоты, необходимое для повышения его температуры на 1 градус, обозначается *с* (кДж/кг·К)).

$$C = {}^{dQ}\!/_{dT} \qquad [Дж/К]$$

Основные расчетные соотношения для термодинамических процессов изолированной термодинамической системы

Процесс	Уравнение процесса	Соотношения между параметрами состояния	Механическая работа	Теплота
Изохорный	V=const	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	L=0	$Q=c_V(T_2 - T_1)$
Изобарный	p=const	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$L = p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$	$Q=c_p(T_2 - T_1)$
Изотерми-ческий	T=const pV=const	$p_1V_1 = p_2V_2$	$L = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}$	$Q=L$
Адиабат-ный	pV^k=const	$p_1V_1^k = p_2V_2^k$	$L = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{k-1} = \frac{R(T_1 - T_2)}{k-1}$	$Q=0$
Политроп-ный	pV^n=const	$p_1V_1^n = p_2V_2^n$	$L = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{n-1} = \frac{R(T_1 - T_2)}{n-1}$	$Q = c_V \frac{n-k}{n-1} \Delta T$

k и ***n*** – показатели адиабаты и политропы соответственно

Теплоемкость газов

Числено теплоемкость есть производная от количества теплоты по температуре в каком-либо произвольном термодинамическом процессе:

$$C = {dQ}/{dT} \quad [Дж/К]$$

Различают **удельную, объемную, молярную** теплоемкости:

удельная - на единицу массы: $c = \frac{1}{m}{dQ}/{dT} \quad [Дж/(кг \cdot К)]$

объемная - на единицу объема: $c_V = \frac{1}{V}{dQ}/{dT} \quad [Дж/(м^3 \cdot К)]$

молярная - на единицу молярной массы: $c_\mu = \mu c \quad [Дж/(кмоль \cdot К)]$

На практике используют теплоемкости изобарного c_p и изохорного процессов c_v .

Уравнение Майера для идеального газа при постоянном давлении:

$$\boxed{c_p = c_v + R}$$

Таким образом, в процессе при $V = const$ для нагрева *1 кг* газа на один градус требуется c_v *[Дж]* теплоты, которая вся затрачивается на увеличение внутренней энергии.

А в процессе $p = const$ требуется c_p *[Дж]* теплоты, из которых c_v идет на изменение внутренней энергии, а *R [Дж]* на совершение работы.

Коэффициент адиабаты: $k = \frac{c_p}{c_v}$

Связь между скоростью звука и параметрами газа при адиабатном процессе:

$$a = \sqrt{\frac{k \cdot p}{\rho}}$$

Учитывая уравнение состояния идеального газа, эту зависимость можно переписать в таком виде:

$$a = \sqrt{k \cdot R_\mu \cdot T}$$

Для воздуха k=1,4 , $R_\mu = 287{,}14$ Дж/(кг · К)

$$a = 20{,}1\sqrt{T}$$

Скорость звука в воздухе при стандартных условиях:

T=293 К (20 ℃) a=344 м/с

Коэффициент политропы:

$$n = \frac{(c - c_p)}{(c - c_v)}$$

При известных параметрах состояния:

$$n = {\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} \Big/ {\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)}$$

Уравнение Бернулли для потока идеального газа при политропном процессе:

$$g \cdot z_1 + \frac{n}{n-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{n}{n-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2}$$

где *n* - коэффициент политропы

Уравнение Бернулли для потока идеального газа при адиабатном процессе:

$$g \cdot z_1 + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2}$$

где k - коэффициент адиабаты

Уравнение Бернулли для потока реального газа при адиабатном процессе:

$$g \cdot z_1 + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2} + g \cdot \Delta E$$

где $\alpha_{1,2}$ - безразмерный коэффициент Кориолиса

ΔE - потери удельной энергии

Реальные газы

В реальных газах учитываются влияния размера молекул и сил взаимодействия между ними. Примером уравнения состояния качественно правильно описывающего поведение реального газа может служить уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT$$

Поправка a/v^2 учитывает изменение давления, обусловленное взаимным притяжением молекул.

Поправка *b* учитывает конечный объем молекул и силы отталкивания, возникающие между ними.

Примеры поправочных коэффициентов:

Газ	$a, \frac{м^5}{кг \cdot с^2}$	$b, \frac{м^3}{кг}$
Воздух	$0.01 \cdot 10^4$	$0.95 \cdot 10^{-3}$
Вода	$0.18 \cdot 10^4$	$1.85 \cdot 10^{-3}$