

ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ результатов экстракционного атомно-абсорбционного анализа

(пример: Определение кадмия,
выделяющегося из керамической посуды)

Расчет неопределенности по типу Б

Процедура оценивания
неопределенности результатов
измерений по типу Б :

- определяется измеряемая величина;
- определяются источники неопределенности при проведении измерений, вносящие свой вклад в значение измеряемой величины для каждого конкретного случая;

- проводится количественная оценка составляющих неопределенности;
- вычисляется суммарная неопределенность найденных составляющих неопределенности;
- определяются значимые составляющие при необходимости повторной оценки.

Измерительная задача

- Необходимо определить массовую концентрацию **Cd** в образце керамической посуды.
- Метод основан на извлечении **Cd** из образца керамической посуды раствором уксусной кислоты при $22\pm 2^\circ\text{C}$ и последующим измерением плотности атомной абсорбции раствора. Интенсивность плотности атомной абсорбции пропорциональна массовой концентрации **Cd** в образце.
- Плотность атомной абсорбции измеряют с помощью атомно-абсорбционного спектрофотометра. Массовую концентрацию определяемого ингредиента **Cd** находят по градуировочному графику.

Условия проведения испытаний

- Пусть
- Образец доводят до температуры $(22 \pm 2) ^\circ\text{C}$.
- Определяют площадь поверхности образца.
- Образец заполняют 4 % (об.) раствором уксусной кислоты при $(22 \pm 2) ^\circ\text{C}$ в пределах 1 мм до уровня перелива, измеренного от верхнего края образца.
- Объем использованной 4 % уксусной кислоты определяют с точностью $\pm 2\%$ (332 мл).
- Образец выдерживают при $(22 \pm 2) ^\circ\text{C}$ в течение 24 часов в темноте для предотвращения потерь вследствие испарения.

Условия проведения испытаний

- Необходим исходный раствор кадмия с массовой концентрацией $(500 \pm 0,5)$ мг/л в 4 % (об.) уксусной кислоте.
- Свежеприготовленный 4 % (об.) раствор уксусной кислоты готовят разбавлением 40 мл ледяной уксусной кислоты до 1 л дистиллированной водой.
- Стеклянная лабораторная посуда не ниже класса В, не содержащая кадмия.
- Атомно-абсорбционный спектрофотометр должен иметь пределы обнаружения не хуже 0,02 мг/л по кадмию.

Условия проведения испытаний

- После выдерживания раствор перемешивают для однородности, отбирают пробу, при необходимости разбавляя ее в d раз, и анализируют методом ААС по градуировочной кривой, построенной методом наименьших квадратов.
- Вычисленный результат представляют как общее количество кадмия в объеме выщелачивающего раствора, выраженное в мг/дм^2 кадмия.

Измерительная задача

Определение массовой концентрации кадмия в образце керамической посуды (рис. 1)

Вспомогательные процедуры для проведения испытания

Приготовление выщелачивающего р-ра

Приготовление шкалы

Градуировка ААС

Построение град. графика

Обращение с образцом

Кондиционирование поверхности образца

Заполнение 4% уксусной кислотой

Выщелачивание

Гомогенизация экстракта

Измерение на ААС

ИНТЕРПРИТАЦИЯ

Математическая модель

- Массовая концентрация **Cd** пробе:

$$r = \frac{C_o \cdot V_t}{a_v} \cdot d \quad \text{мг} / \text{дм}^2 \quad (1)$$

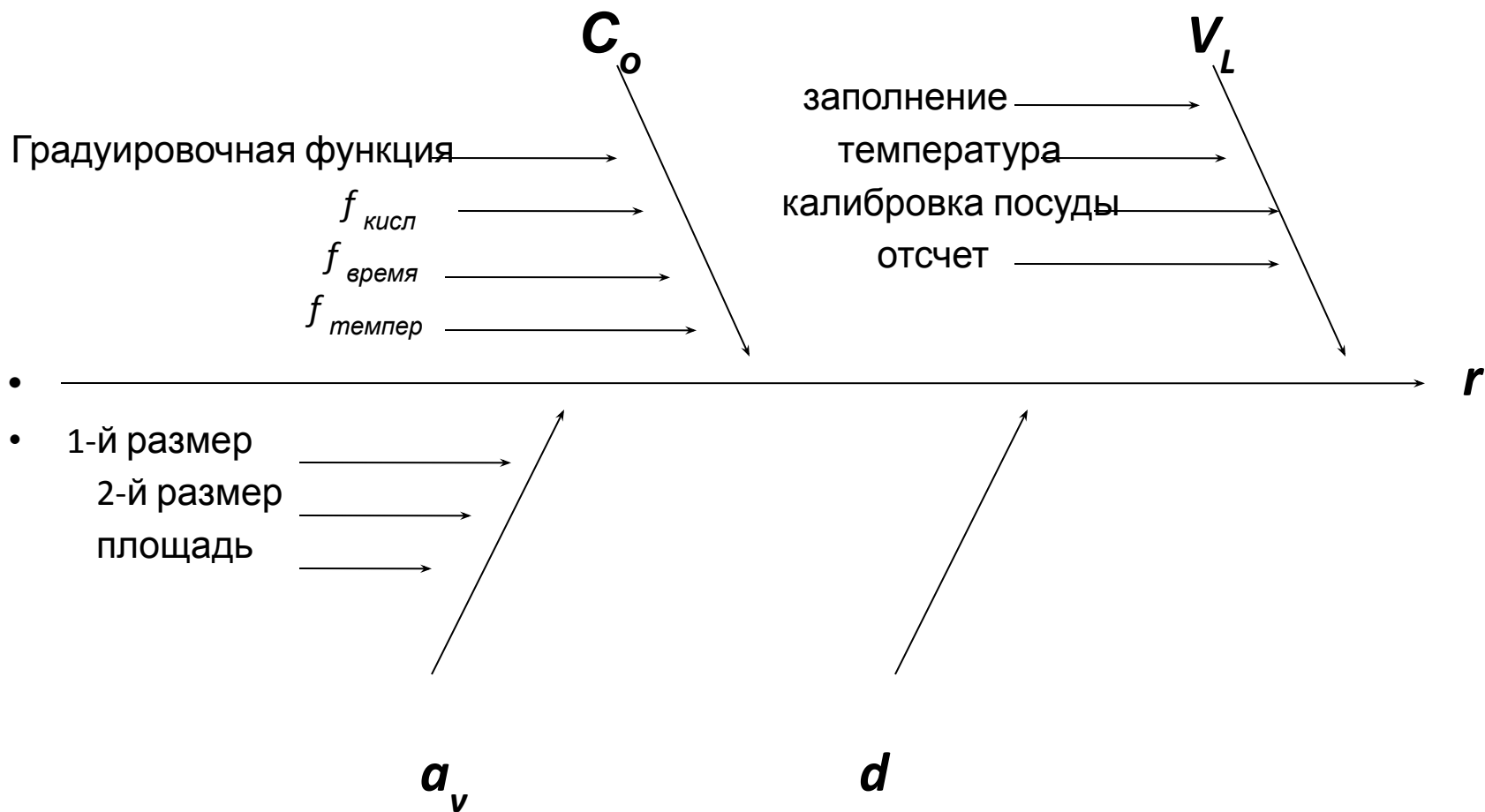
- C_o Содержание **Cd** в выщелачивающем растворе, мг/л
- d Коэффициент разбавления (при необходимости)
- V_t Объем выщелачивающего раствора, л
- a_v Площадь поверхности сосуда, дм^2
- r Масса выщелачиваемого кадмия на единицу площади, $\text{мг} / \text{дм}^2$

Рассмотрим величины, входящие в уравнение и оценим их неопределенности.

Выявление и анализ источников неопределенности

- Смещение, обусловленное методом, принято равным нулю, т.к. метод используется в заданной области применения. Т.к. в данном примере нет аттестованного образца сравнения, то общий контроль смещения сводится к контролю тех параметров метода, которые влияют на результат. Такими влияющими величинами являются время и температура выщелачивания, концентрация (масса, объем), измерение площади и разбавление.

Рисунок 2. Источники неопределенности при определении выщелачиваемого кадмия



- С учетом рассмотренных факторов массовая концентрация **Cd** (мг/дм⁻²) пробе будет:

$$r = \frac{C_o \cdot V_L}{a_v} \cdot f_{\text{кисл}} \cdot f_{\text{время}} \cdot f_{\text{темпер}} \cdot d \quad (2)$$

- C_o Содержание **Cd** в выщелачивающем растворе, мг/л
- d Коэффициент разбавления (при необходимости)
- V_L Объем выщелачивающего раствора, л
- a_v Площадь поверхности сосуда, дм²
- $f_{\text{кисл}}$ Влияние концентрации кислоты

- $f_{\text{время}}$ Влияние времени выщелачивания
- $f_{\text{темпл}}$ Влияние температуры выщелачивания

Количественное описание источников неопределенности измерения объема

- Заполнение: Описание метода требует, чтобы сосуд заполнялся "в пределах 1 мм от края". Для обычной посуды 1 мм пусть будет представлять около 1% высоты сосуда. Таким образом, сосуд будет заполнен на $(99,5 \pm 0,5)\%$ (т.е. заполнение будет равно $0,995 \pm 0,005$ объема сосуда). Пусть объем раствора будет $V_L = 332 \text{ мл}$
- Стандартная неопределенность заполнения рассчитывается в предположении треугольного распределения, т.е. $0,005 * V_L / \sqrt{6} \text{ мл} = 0,005 * 332 / \sqrt{6} \text{ мл}$

Количественное описание источников неопределенности измерения объема

- Температура: Температура выщелачивающего раствора должна быть $(22 \pm 2) ^\circ\text{C}$. *Стандартная неопределенность объема* (332 мл), которая обусловлена объемным расширением жидкости, численно превышающим объемное расширение сосуда, в предположении прямоугольного распределения температуры равна:

$$u(V_t) = \frac{21 * 10^{-4} * 332 * 2}{\sqrt{3}} = 0,08 \text{ мл} \quad (3)$$

Количественное описание источников неопределенности измерения объема

- Отсчет: Используемый объем V_L должен быть определен в пределах 2%. На практике применение мерного цилиндра позволяет получить точность в пределах 1% (т.е. $0,01V_L$). Стандартная неопределенность отсчета рассчитывается в предположении треугольного распределения, т.е. $0,01 * V_L / \sqrt{6}$ мл.
- Калибровка: В соответствии с техническими требованиями производителя мерной посуды для мерного цилиндра на 500 мл отклонения составляют $\pm 2,5$ мл. Стандартную неопределенность калибровки находят в предположении треугольного распределения, т.е. $2,5 / \sqrt{6}$ мл

Неопределенность, обусловленная измерением объема

- Четыре составляющие неопределенности (Влияние Заполнения, Температуры, Отсчета, Калибровки) суммируют по формуле:

- $$u(V_L) = \sqrt{\left(\frac{0,005 * 332}{\sqrt{6}}\right)^2 + (0,08)^2 + \left(\frac{0,01 * 332}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{2,5}{\sqrt{6}}\right)^2} = 1,83 \text{ мл} \quad (4)$$

Неопределенность определения концентрации

Неопределенность $u(C_0)$, связанная с процедурой построения графика методом наименьших квадратов

- Концентрацию выщелоченного кадмия в уксусной кислоте определяют методом ААС и находят с помощью построенной градуировочной линейной зависимости по формуле:

$$C_0 = \frac{A_0 - a}{B} \text{ мг/л} \quad (5)$$

Неопределенность определения концентрации

Неопределенность построения графика методом наименьших квадратов

где:

- **C_0** - массовая концентрация кадмия в выщелачивающем растворе, мг/л;
- **A_0** - оптическое поглощение металла;
- **a** - точка пересечения линейного градуировочного графика с осью ординат;
- **b** - наклон линейного градуировочного графика, л/мг.

Неопределенность определения концентрации

Неопределенность построения графика методом наименьших квадратов

- Градуировочный график строят методом наименьших квадратов
- С целью построения градуировочной кривой были приготовлены 5 градуировочных растворов с концентрациями: 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9 мг/л из исходного раствора с концентрацией кадмия ($500 \pm 0,5$) мг/л.
- Оптическое поглощение каждого из пяти градуировочных растворов измеряли по 3 раза.

Неопределенность определения концентрации

Неопределенность построения графика методом наименьших квадратов

Табл. 1 Результаты градуировки

Концентрация кадмия, мг/л	1	2	3
0,1	0,028	0,029	0,029
0,3	0,084	0,083	0,081
0,5	0,135	0,131	0,133
0,7	0,180	0,181	0,183
0,9	0,215	0,230	0,216

Неопределенность определения концентрации

Неопределенность построения графика методом наименьших квадратов

- Линейный метод наименьших квадратов предполагает, что неопределенности значений абсцисс значительно меньше, чем неопределенности значений ординат. Поэтому обычные методы расчета неопределенности C_0 отражают лишь неопределенности поглощения. Они не учитывают неопределенности концентрации растворов для градуировки, и корреляции, вызванной последовательным разбавлением исходного раствора. Неопределенности градуировочных растворов достаточно малы, и ими можно пренебречь (см. неопределенность колориметрических методов).

Неопределенность определения концентрации

Неопределенность построения графика методом
наименьших квадратов

Градуировочная функция дается уравнением:

$$A = a + b * C, \quad (6)$$

где:

- **A** – атомно-абсорбционное поглощение раствора;
- **C** - концентрация металла в растворе;
- **a** - точка пересечения линейного градуировочного графика с осью ординат;
- **b** - угловой коэффициент линейного градуировочного графика.

Величину r определяем путем подстановки значений C_o из уравнения (6):

$$r = \frac{(A_o - a) * V_L}{a_{v*} b} * d \text{ мг/дм}^2 \quad (7)$$

Коэффициенты ***a*** и ***b*** и коэффициент их корреляции ***r(a,b)***

Их находят по результатам измерений градуировочных растворов с помощью суммы наименьших квадратов:

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^m y_i - b \sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m x_i \right)}{m}$$

$$a = \frac{m \sum_{i=1}^m x_i y_i - m \sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m y_i}{m \sum_{i=1}^m x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^m x_i \right)^2}$$

$$r(a, b) = - \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{\sqrt{m \sum_{i=1}^m x_i^2}}$$

Неопределенность определения концентрации
Коэффициенты ***a*** и ***b*** и коэффициент их корреляции ***r(a,b)***

- где ***m*** – количество пар точек, используемых для построения графика (количество градуировочных растворов, умноженное на число повторных измерений, выполненных для каждого из них);
- **x_i** – концентрация кадмия в ***i***-ом градуировочном растворе, мг/дм³,
- **y_i** – измеренная оптическая плотность ***i***-ого градуировочного раствора, D;
- ***i*** – индекс точки, **$i = 1, 2, \dots, m$** .

Неопределенность, вызванная измерением концентрации
Коэффициенты ***a*** и ***b*** и коэффициент их корреляции ***r(a,b)***

Из табл. 1 результаты статистического анализа с применением метода наименьших квадратов с таковы:

- $b = 0,2410$,
- $a = 0,0087$
- $r = 0,997$ (коэффициент корреляции).

• Оптическое поглощение раствора после выщелачивания измеряли дважды.

Пусть в результате по градуировочному графику получено значение концентрации кадмия

$$C_0 = 0,26 \text{ мг/л}$$

Неопределенность определения концентрации $u(C_o)$,
связанной с построением графика методом наименьших квадратов.

Стандартную неопределенность $u(C_o)$ рассчитываем по формуле:

$$u(C_o) = \frac{S}{b} \sqrt{\frac{1}{p} + \frac{1}{n} + \frac{(C_o - \bar{C})^2}{S_{xx}}} \quad (8)$$

где

p - число измерений при определении C_o

n - общее число измерений при градуировке (число градуировочных p -ров, умноженное на число измерений, каждого из них);

C_o - найденное значение концентрации кадмия в растворе после выщелачивания;

Неопределенность определения концентрации $u(C_0)$,
связанной с построением графика методом наименьших квадратов.

C_{cp} - среднее значение концентрации для
градуировочных растворов;

i - общий индекс измерения при градуировке.

S – остаточное стандартное отклонение, которое равно:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n [A - (a + b \cdot Ci)]^2}{n - 2}} = 0,005486 \quad (9)$$

$$S_{xx} = \sum (c_i - c_{cp})^2 = 1,2 \quad (10)$$

Рассчитаем $u(\text{Co})$, подставляя в формулу (8) вычисленные значения:

$$u(\text{Co}) = \frac{0,005486}{0,241} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{15} + \frac{(0,26 - 0,5)^2}{1,2}} = 0,018 \text{ мг/л} \quad (11)$$

Влияние температуры $f_{\text{темпл}}$

- Принято, что фактор влияния температуры $f_{\text{темпл}} = 1$ [GUM]
- Было установлено, что изменение количества выделяющегося металла с изменением температуры вблизи 25 °С является приблизительно линейным, и градиент равен примерно 5% на градус Цельсия [GUM].
- При условии, что методика допускает отклонения температуры в пределах $\pm 2^\circ\text{C}$, это приводит к коэффициенту $f_{\text{темпл}} = 1 \pm 0,1$ (т.к. $0,05 * 2 = 0,1$).
- Стандартная неопределенность влияния температуры в предположении прямоугольного распределения будет:
- $u(f_{\text{темпл}}) = 0,1 / \sqrt{3} = 0,06$

Влияние времени выщелачивания $f_{\text{время}}$

- Принято, что фактор влияния времени $f_{\text{время}} = 1$ [GUM]
- Для медленного процесса выщелачивания количество экстрагируемого металла примерно пропорционально продолжительности выщелачивания. Установлено [GUM], что среднее изменение концентрации на протяжении последних 6 часов выщелачивания составляет около 1,8 мг/л на уровне 86 мг/л, т.е. около 0,3% в час. Поэтому для времени $(24 \pm 0,5)$ час в уравнение измерений необходимо ввести поправочный множитель $f_{\text{время}} = 1 \pm (0,5 \times 0,003) = 1 \pm 0,0015$.
- При прямоугольном распределении стандартная неопределенность фактора времени будет:
- $u(f_{\text{время}}) = 0,0015 / \sqrt{3} = 0,001$.

Влияние концентрации кислоты $f_{\text{кислот}}$

- Исследование влияния концентрации кислоты на выделение кадмия показало, что изменение объемной доли кислоты от 4 до 5% увеличивает его выделение с 92,9 до 101,9 мг/л, т.е. вызывает изменение $f_{\text{кислот}}$ равное $(101,9 - 92,9)/92,9 = 0,097, \sim 0,1$ [GUM].
- Если принять приблизительно линейную зависимость выделения металла от концентрации кислоты, это дает оценку изменения $f_{\text{кислот}}$ примерно 0,1 на 1 % изменения объемной доли кислоты [GUM].

Влияние концентрации кислоты $f_{\text{кислот}}$

- Объемная доля кислоты (4 %) и ее стандартная неопределенность (0,008 %) были установлены в отдельном эксперименте с помощью титрования стандартизованным раствором NaOH [GUM].
- Исходя из неопределенности 0,008 % получаем неопределенность для $f_{\text{кислот}}$ равную $0,008 * 0,1 = 0,0008$. Т.к. неопределенность объемной доли кислоты уже выражена в виде стандартной неопределенности, полученное значение можно прямо использовать как неопределенность, связанную с $f_{\text{кислот}}$, т.е
- $u(f_{\text{кислот}}) = 0,0008$

Неопределенность, обусловленная измерением полезной площади образца a_v

Измерения длин для вычисления полезной площади образца:

Площадь полезной поверхности сосуда вычислена, исходя из его размеров. При условии, что образец имеет цилиндрическую форму необходимо для вычисления площади измерить его внутреннюю высоту и внутренний диаметр. Точность линейных измерений оценена в пределах 2 мм (т.е. 0,02дм) при 95 % достоверности [GUM]. При нормальном распределении это ведет к оценке стандартной неопределенности линейных измерений равной $0,02/1,96 = 0,01$ дм [GUM].

Неопределенность, обусловленная измерением полезной площади образца a_v

Вычисление Площади: Т.к. образец имеет не точную геометрическую (цилиндрическую) форму, то имеется неопределенность, связанная с вычислением площади. Предполагаем, что это дает дополнительно 5% вклада в погрешность определения площади при 95% достоверности. Пусть полезная площадь равна 2,37 дм².

Составляющие неопределенности линейных измерений и площади суммируют обычным образом:

$$u(a_v) = \sqrt{0,01^2 + 0,01^2 + \left(\frac{0,05 \cdot 2,37}{1,96} \right)^2} = 0,06 \text{ дм}^2$$

(12)

Неопределенность, вызванная разбавлением испытуемого раствора

- Коэффициент разбавления d : В данном примере разбавление не применялось, поэтому $d = 1$.
- Т.к. разведение не проводилось, то неопределенность, вызванная разбавлением = 0.

Таблица 2. Значения факторов и их неопределенности

Индекс	Наименование	Значение X	Стандартная неопреде-ть u(x)	Относительная стандартная неопред-ть u(x)/x
C_0	Содержание Cd в выщелач. р-ре, мг/л	0,26	0,018	0,069
d	Коэффициент разбавления	1,0	0	0
V_t	Объем выщелач. р-ра, л	0,332	0,0018	0,0054
a_v	Площадь (дм ²) поверхности сосуда	2,37	0,06	0,025
$f_{кисл}$	Влияние концентрации к-ты	1,0	0,0008	0,0008
$f_{время}$	Влияние времени выщелачивания	1,0	0,001	0,001
$f_{темп}$	Влияние темпер-ры	1,0	0,06	0,06
r	Масса выщелач. Cd на ед-цу площади мг/дм ²	0,036	0,0033	0,09

Количество выщелачиваемого кадмия на единицу площади

- Используя формулу (1), промежуточные значения влияющих факторов и их стандартные неопределенности, представленные в табл. 2, получим:

$$r = \frac{0,26 * 0,332}{2,37} * 1 * 1 * 1 * 1 = 0,034 \text{ мг/дм}^2$$

Суммарная стандартная неопределенность $u_c(r)/r$

Для вычисления суммарной стандартной неопределенности суммируют стандартные неопределенности для каждой составляющей

$$\frac{u_c(r)}{r} = \sqrt{\left(\frac{u(c_o)}{c_o}\right)^2 + \left(\frac{u(V_L)}{V_L}\right)^2 + \left(\frac{u(a_v)}{a_v}\right)^2 + \left(\frac{u(f_k)}{f_k}\right)^2 + \left(\frac{u(f_m)}{f_m}\right)^2 + \left(\frac{u(f_B)}{f_B}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{0,069^2 + 0,054^2 + 0,025^2 + 0,0008^2 + 0,001^2 + 0,06^2} = 0,095 \quad (13)$$

Отсюда:

$$u(r) = 0,095 r = 0,0034 \text{ мг/дм}^2$$

Расширенная неопределенность

- Расширенную неопределенность U_r получают путем умножения стандартной неопределенности массовой концентрации кадмия в пробе воды $u(r)$ на коэффициент охвата $k = 2$ в предположении нормального распределения для уровня доверия 95 %:
- $$U_r = k * u(r) = 2 * u(r) = 2 * 0,0034 = 0,007 \text{ мг/дм}^2$$

Полный результат измерения

- Полный результат измерения, состоящий из оценки измеряемой величины (с точностью до двух знаков после запятой) и расширенной неопределенности можно представить в виде записи:
- «Массовая концентрация кадмия в образце составляет $(0,034 \pm 0,007)$ мг/дм². Указанная расширенная неопределенность является произведением стандартной неопределенности и коэффициента охвата $k = 2$, основанного на предполагаемом нормальном распределении, и определяет интервал, соответствующий вероятности охвата приблизительно равной 95 %»