



СВОЙСТВА ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

8 класс



ИЗДАТЕЛЬСТВО

БИНОМ

Переместительный (коммутативный) закон

Результат не меняется при перестановке слагаемых или сомножителей.

*Для логического умножения
(конъюнкции)*

$$A \wedge B = B \wedge A$$

A	B	$A \wedge B$	$B \wedge A$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Произведение не меняется от перестановки его сомножителей.

*Для логического сложения
(дизъюнкции)*

$$A \vee B = B \vee A$$

A	B	$A \vee B$	$B \vee A$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Сумма не меняется от перестановки её слагаемых.

Сочетательный (ассоциативный) закон

При одинаковых знаках операций скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

*Для логического умножения
(конъюнкции)*

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) = A \wedge B \wedge C$$

*Для логического сложения
(дизъюнкции)*

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) = A \vee B \vee C$$

A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \wedge C$	$A \wedge B \wedge C$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee C$	$A \vee B \vee C$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Распределительный (дистрибутивный) закон

Операцию можно выполнить по частям – для каждого слагаемого, входящего во второй сомножитель.

*Для логического умножения
(конъюнкции)*

$$\begin{aligned} A \wedge (B \vee C) \\ = \\ (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \end{aligned}$$

*Для логического сложения
(дизъюнкции)*

$$\begin{aligned} A \vee (B \wedge C) \\ = \\ (A \vee B) \wedge (A \vee C) \end{aligned}$$

Распределительный (дистрибутивный) закон

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B & C</i>	<i>A ∨ (B & C)</i>	<i>A ∨ B</i>	<i>A ∨ C</i>	<i>(A ∨ B) & (A ∨ C)</i>
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Закон двойного отрицания

Двойное отрицание исключает отрицание.

=

$$A = A$$

A	¬	=
0	1	0
1	0	1

Закон исключения третьего

Из двух противоречивых высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе — ложно, третьего не дано.

*Для логического умножения
(конъюнкции)*

$$\neg A \wedge A = 0$$

A	$\neg A$	$A \wedge \neg A$
0	1	0
1	0	0

*Для логического сложения
(дизъюнкции)*

$$\neg A \vee A = 1$$

A	$\neg A$	$\neg A \vee A$
0	1	1
1	0	1

Закон повторения

Повторение высказывания через «И (\wedge)» и «ИЛИ (\vee)» равносильно самому высказыванию.

*Для логического умножения
(конъюнкции)*

$$A \wedge A = A$$

A	$A \wedge A$
0	0
1	1

*Для логического сложения
(дизъюнкции)*

$$A \vee A = A$$

A	$A \vee A$
0	0
1	1

Закон позволяет исключить повторение одного и того же высказывания

Законы операций с 0 и 1

*Для логического умножения
(конъюнкции)*

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \wedge 1 = A$$

A	$A \wedge 0$
0	0
1	0

A	$A \wedge 1$
0	0
1	1

*Для логического сложения
(дизъюнкции)*

$$A \vee 0 = A$$

$$A \vee 1 = 1$$

A	$A \vee 0$
0	0
1	1

A	$A \vee 1$
0	1
1	1

Закон общей инверсии

Для логического умножения
(конъюнкции)

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

A	B	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

Для логического сложения
(дизъюнкции)

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Закон склеивания

Для логического умножения
(конъюнкции)

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A$$

Для логического сложения
(дизъюнкции)

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \overline{B}) = A$$

A	B	\overline{B}	$A \wedge B$	$A \wedge \overline{B}$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B})$	$A \vee B$	$A \vee \overline{B}$	$(A \vee B) \wedge (A \vee \overline{B})$
0	0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1	1

Упражнение

Упростите следующие выражения:

$$1. (A \vee B) \& \bar{B} = (A \wedge \bar{B}) \vee (B \wedge \bar{B}) = (A \wedge \bar{B}) \vee 0 =$$

распределительный закон

$$= (0 \vee A) \wedge (0 \vee \bar{B}) = A \wedge \bar{B}$$

закон операций с 0 и 1
распределительный закон

закон исключенного третьего

$$2. (\overline{\overline{A}} \wedge \overline{\overline{B}}) \vee (\overline{\overline{A}} \wedge \overline{\overline{B}}) = (A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A \wedge (B \vee \bar{B}) =$$

закон двойного отрицания

$$= A \wedge 1 = A$$

закон операций с 0 и 1

закон исключенного третьего

распределительный закон

Упражнение

Упростите следующие выражения:

$$3. \overline{(A \vee B)} \& \bar{B} = (\bar{A} \wedge \bar{B}) \wedge \bar{B} = \bar{A} \wedge (\bar{B} \wedge \bar{B}) = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

закон отрицания инверсии
согласительный закон
закон исключения третьего

$$4. (\bar{A} \vee \bar{B}) \vee A \vee B = (\bar{A} \vee A) \vee (\bar{B} \vee B) = 1 \vee 1 = 1$$

согласительный закон
закон исключения третьего

Домашняя работа

Упростите следующие выражения:

$$1. \overline{(\bar{A} \& \bar{B})} \& (\bar{B} \vee \bar{B})$$

$$2. A \vee (\bar{A} \wedge \bar{\bar{B}})$$

$$3. \overline{(\bar{A} \& \bar{B})} \& (\bar{B} \vee \bar{B})$$