

3. Структурные схемы

ТАУ

Структурные схемы, передаточные и частотные функции непрерывных линейных систем

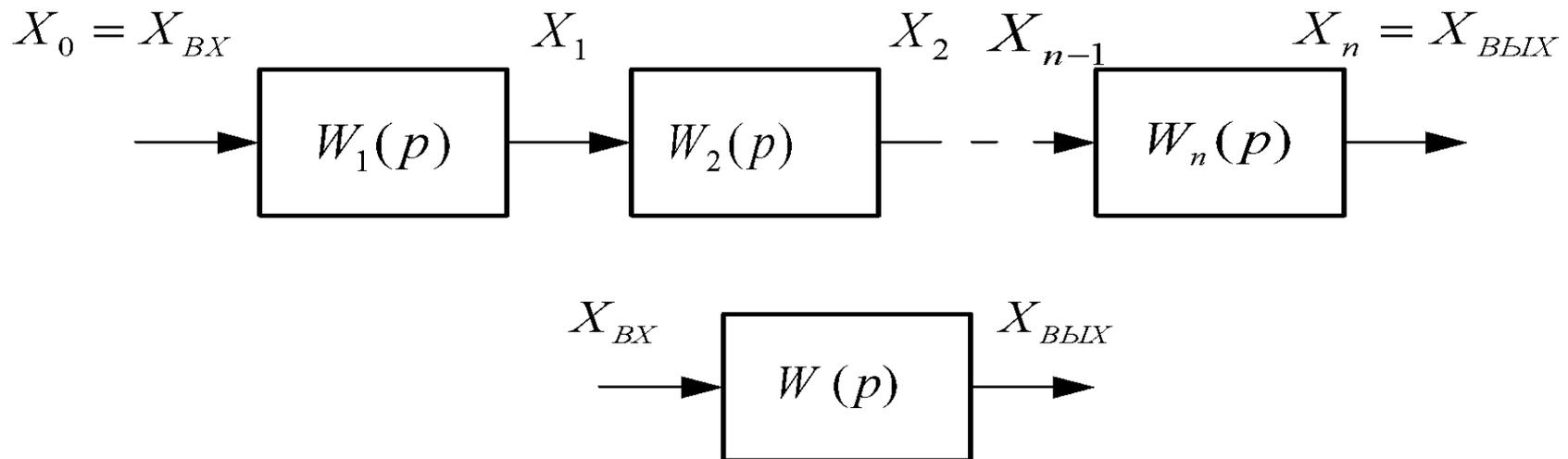
Условная схема, представленная в виде динамических типовых звеньев, определённым образом соединённых между собой, называется **структурной схемой системы**. Структурная схема используется для расчёта динамики системы.

Структурную схему составляют на основании функциональной схемы, причём вначале определяют связи, по которым сигналы могут распространяться только в одном (прямом) направлении. Звенья при этом соединяют определённым образом, указывая стрелками направление распространения сигналов. Затем находят связи обратного прохождения сигналов и также наносят их на структурную схему. После этого в схему вводят возмущающие воздействия.

Соединения звеньев бывают трёх видов:
последовательное, параллельное согласное и параллельное встречное.

3.1 Последовательное соединение звеньев

Это такое соединение, когда выходная переменная каждого предыдущего звена является входным воздействием для последующего звена (и только для него одного).



Таким образом, передаточная функция системы **последовательно соединённых звеньев** равна **произведению передаточных функций отдельных звеньев**

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_{n-1}(p) \cdot W_n(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p).$$

Переходя к **АФЧХ** и подставляя **$p=j\omega$** ,

получим:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot \dots \cdot W_n(j\omega) = \\ &= A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j\varphi_2(\omega)} \cdot \dots \cdot A_n(\omega) \cdot e^{j\varphi_n(\omega)} = \\ &= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \left[\prod_{i=1}^n A_i(\omega) \right] \cdot e^{\sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}, \end{aligned}$$

При этом **модули комплексных коэффициентов перемножаются**, а **аргументы складываются**

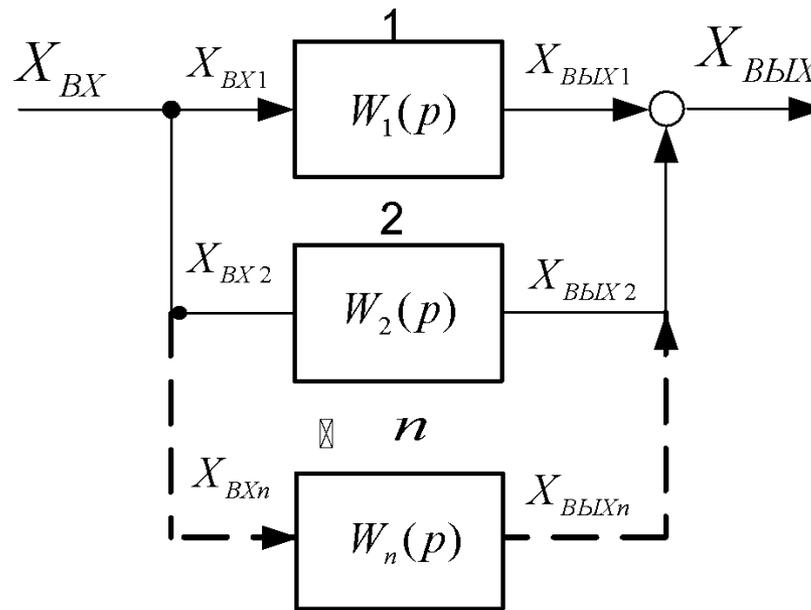
$$A(\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \dots \cdot A_n(\omega),$$
$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega).$$

При **последовательном соединении звеньев логарифмические амплитудно-частотные** (логарифм произведения равен сумме логарифмов) и **фазо-частотные** (при умножении степеней показатели складываются) **характеристики** отдельных звеньев складываются:

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + \dots + L_n(\omega).$$

При последовательном соединении минимально-фазовых звеньев полученная система также будет минимально-фазовой, т.е. её передаточная функция не будет иметь ни нулей, ни полюсов в правой полуплоскости.

3.2 Согласно-параллельное соединение звеньев



- Это такое соединение, когда на **вход всех звеньев** подаётся один и тот же сигнал, а **выходная переменная равна сумме выходных переменных звеньев**

Если параллельно соединяются n звеньев, то входная величина

$$x_{ВХ} = x_{ВХ1} = x_{ВХ2} = \dots = x_{ВХn},$$

а выходная величина

$$x_{ВЫХ} = \sum_{i=1}^n x_{ВЫХi}.$$

Переходя к изображениям, для передаточной функции согласно-параллельного соединения звеньев получим

$$W(p) = \frac{X_{ВЫХ}(p)}{X_{ВХ}(p)} = \sum_{i=1}^n \frac{X_{ВЫХi}(p)}{X_{ВХi}(p)} = \sum_{i=1}^n W_i(p).$$

Соответственно переходная функция

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t).$$

При **согласно-параллельном** соединении звеньев **передаточные, переходные** функции складываются.

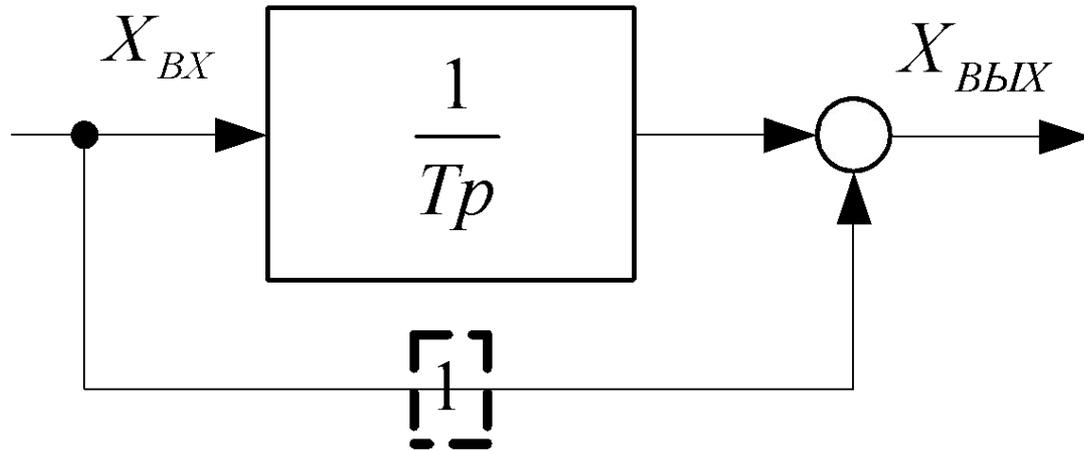
Иначе обстоит дело с условием минимальной фазы. Сумма минимально-фазовых передаточных функций может иметь нули в правой полуплоскости и, следовательно, согласно-параллельное соединение ряда минимально-фазовых звеньев может дать неминимально-фазовую систему. Наоборот, при согласно-параллельном соединении неминимально-фазовых устойчивых звеньев может получиться минимально-фазовая устойчивая система.

Переходя к АФЧХ и подставляя вместо $p=j\omega$, получим

$$W(j\omega) = \sum_{i=1}^n W_i(j\omega) = \sum_{i=1}^n A_i(\omega) \cdot e^{j\varphi_i(\omega)} = \frac{B^m(j\omega)}{A^n(j\omega)} = \frac{b_m \cdot \prod_{i=1}^m (j\omega - p_i)}{a_n \cdot \prod_{j=1}^n (j\omega - p_j)}$$

- Таким образом, суммарная ЛАЧХ при согласном-параллельном соединении звеньев идёт по ЛАЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит выше; суммарная ЛФЧХ идёт по ЛФЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит выше с учётом поправок.

Пример 1

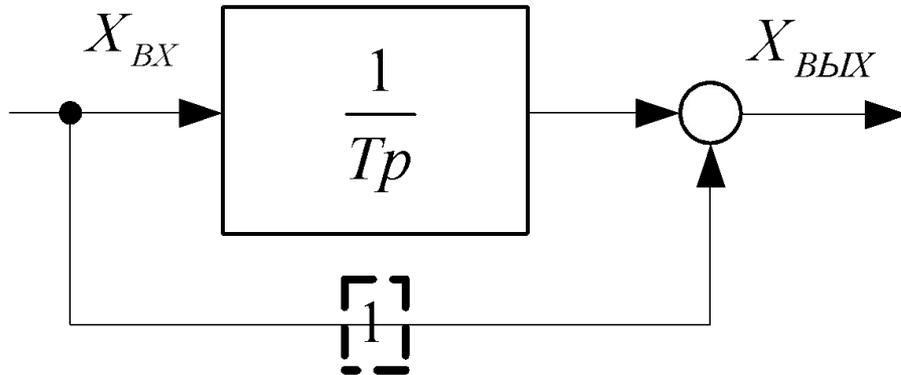


Найти суммарную передаточную функцию ?

Построить суммарную ЛАЧХ и ЛФЧХ.

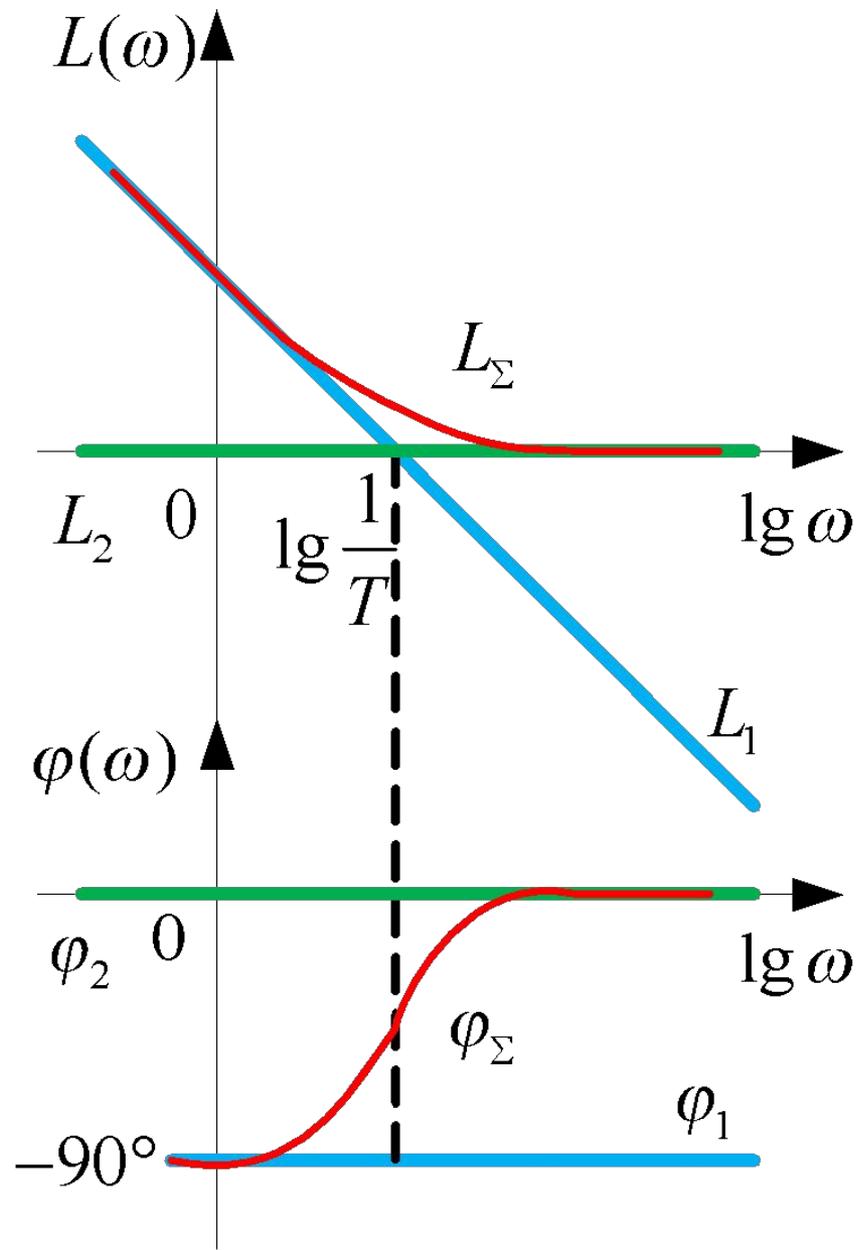
Решение:

1 – интегрирующее



2 – усилительное

$$W(p) = \frac{1}{T \cdot p} + 1 = \frac{1 + T \cdot p}{T \cdot p}$$



3.3 Понятие об обратных частотных характеристиках

Если есть звено с передаточной функцией $W(p)$ и соответственно переходной функцией

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

то звено, у которого ЛАЧХ и ЛФЧХ обратные, имеет характеристики

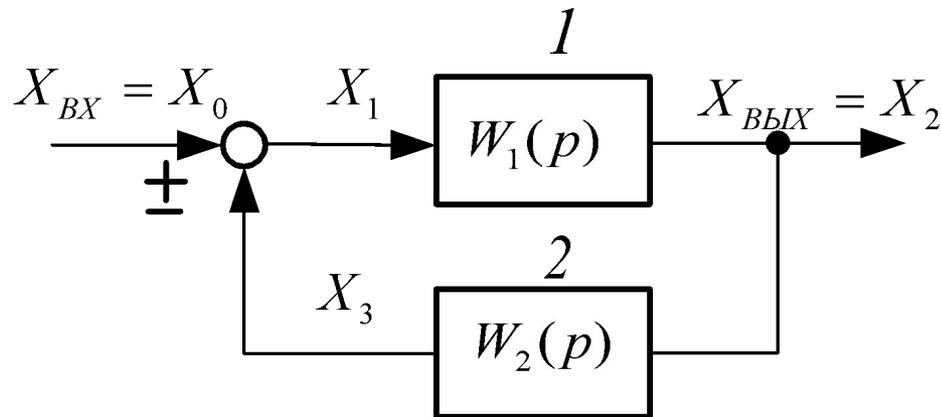
$$W^{-1}(j\omega) = \frac{1}{A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}} = A^{-1}(\omega)e^{j\varphi^{-1}(\omega)};$$

$$A^{-1}(\omega) = \frac{1}{A(\omega)}; \quad L^{-1}(\omega) = -L(\omega);$$

$$\varphi^{-1}(\omega) = -\varphi(\omega).$$

То есть обратные ЛАЧХ и ЛФЧХ являются зеркальными отображениями прямых ЛАЧХ и ЛФЧХ относительно оси абсцисс.

3.3 Встречно-параллельное соединение звеньев



Встречно-параллельным соединением двух звеньев называется такое соединение, при котором выходной сигнал первого звена подаётся на вход второго, а выходной сигнал второго звена с соответствующим знаком суммируется с общим входным сигналом и подаётся на вход первого звена. Общим выходным сигналом является выход первого звена.

Звено, в котором направление передачи сигнала совпадает с направлением передачи общего сигнала (первое звено), называется **звеном прямой связи**, а звено, в котором направление передачи сигнала противоположно направлению передачи общего сигнала (второе звено), называется **звеном обратной связи**.

Если знак сигнала обратной связи положителен, т.е. если он суммируется с общим сигналом, то обратная связь называется **положительной**.

Если знак сигнала отрицателен, т.е. он вычитается из общего сигнала, то обратная связь называется **отрицательной**.

Рассмотрим встречно-параллельное соединение на **примере двух звеньев**.

$$\begin{cases} X_1(p) = X_0(p) \pm X_3(p); \\ X_2(p) = X_1(p) \cdot W_1(p); \\ X_3(p) = X_2(p) \cdot W_2(p). \end{cases}$$

В системе уравнений знак «+» соответствует **положительной**, а знак «-» - **отрицательной обратной связи**.

В результате решения, получаем

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = [X_{\text{ВХ}}(p) \pm X_{\text{ВЫХ}}(p) \cdot W_2(p)] \cdot W_1(p),$$

откуда

$$W(p) = \frac{X_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(p)}{X_{\hat{A}\hat{O}}(p)} = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

Знак «-» соответствует положительной, а знак «+» - отрицательной обратной связи.

Для получения АФЧХ заменим в передаточной функции p на $j \cdot \omega$

$$W(j \cdot \omega) = \dot{A}(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)}}{1 \boxtimes A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j\varphi_2(\omega)}} \cdot$$

Результирующая ФЧХ совпадает с характеристиками ЛАЧХ, которая проходит ниже.

1. Таким образом, для построения характеристик **встречно-параллельного соединения** звеньев **вычерчивается ЛАЧХ звена прямого канала и обратная ЛФЧХ звена**, находящегося в цепи обратной связи. Результирующая ЛАЧХ **проходит по низам с учетом поправок.**

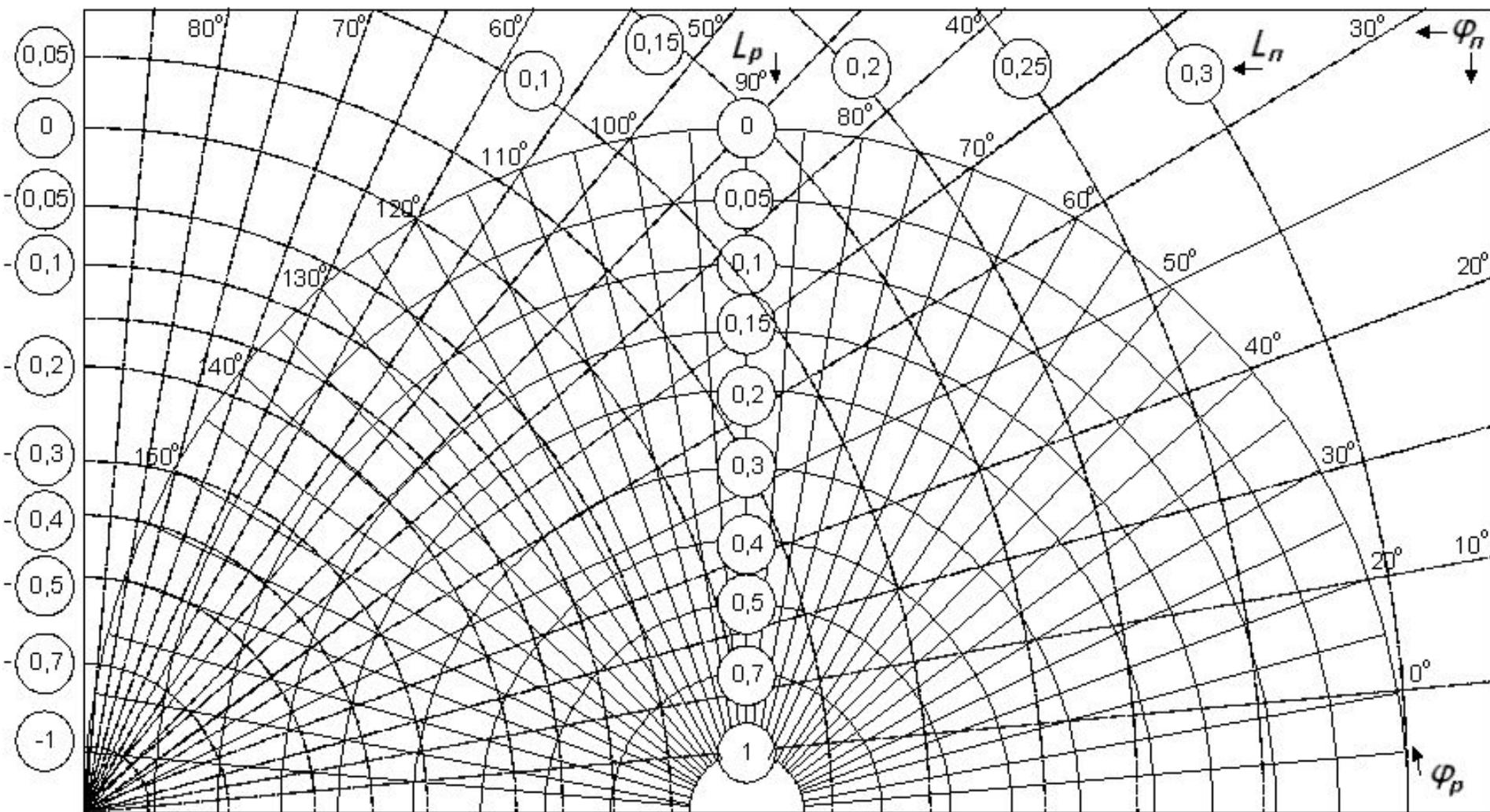
2. **Поправки** можно найти следующим образом:

$$\begin{array}{l} L_1(\omega) \\ L_2^{-1}(\omega) \end{array} \rightarrow L_P(\omega) \rightarrow A_P(\omega) \rightarrow A_P(\omega)e^{j\varphi_P} \rightarrow 1 + A_P(\omega)e^{j\varphi_P} = A_{\Pi}e^{j\varphi_{\Pi}} \rightarrow \begin{array}{l} L_{\Pi}(\omega) \\ \varphi_{\Pi}(\omega) \end{array}$$

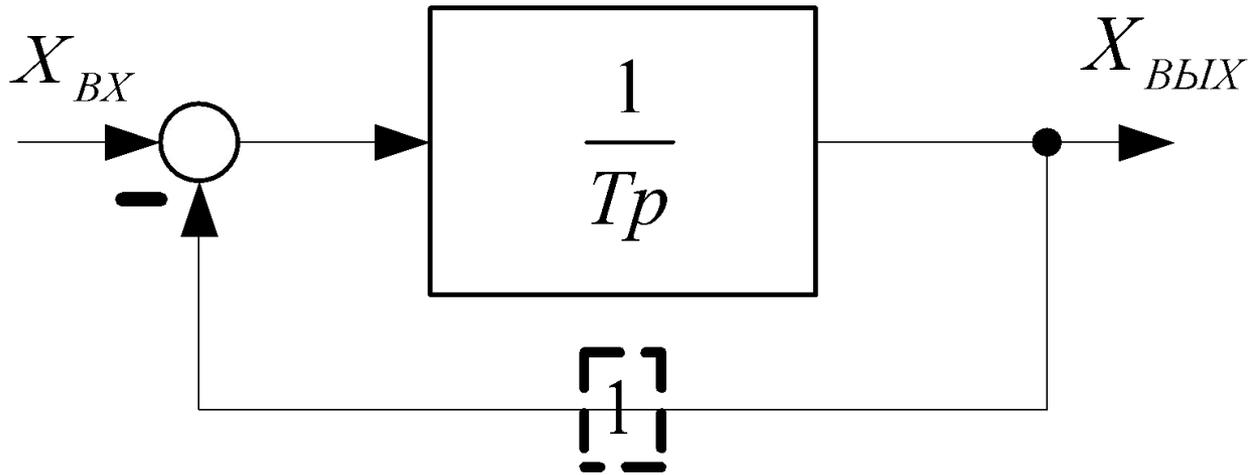
$\varphi_1(\omega)$ and $\varphi_2^{-1}(\omega)$ are shown as inputs to the $A_P(\omega)$ term in the chain.

- Для более оперативного отыскания поправок, исходя из векторной диаграммы для поправочного вектора может быть построена номограмма.
- Следовательно, суммарная ЛАЧХ проходит по ЛАЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит ниже; суммарная ЛФЧХ проходит по ЛФЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит ниже с учётом поправок.

Номограмма для построения ЛЧХ при встречно – параллельном соединении звеньев



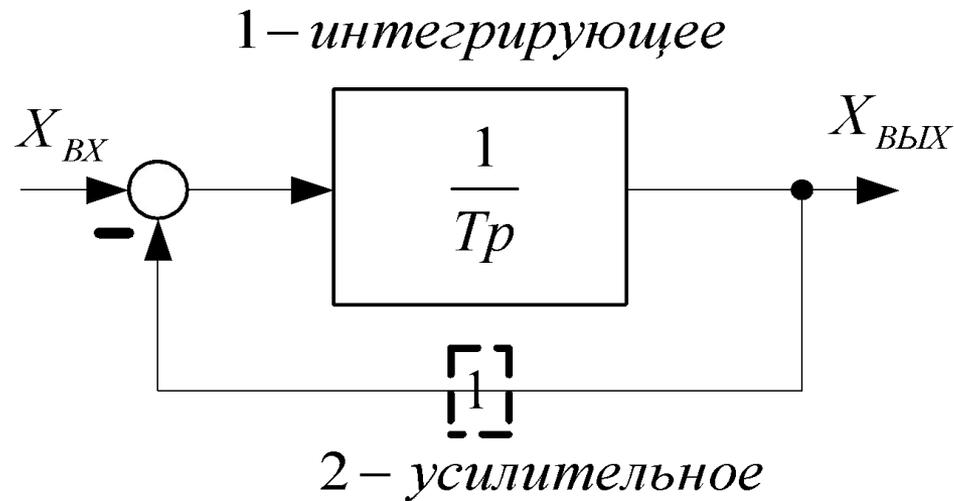
Пример 2



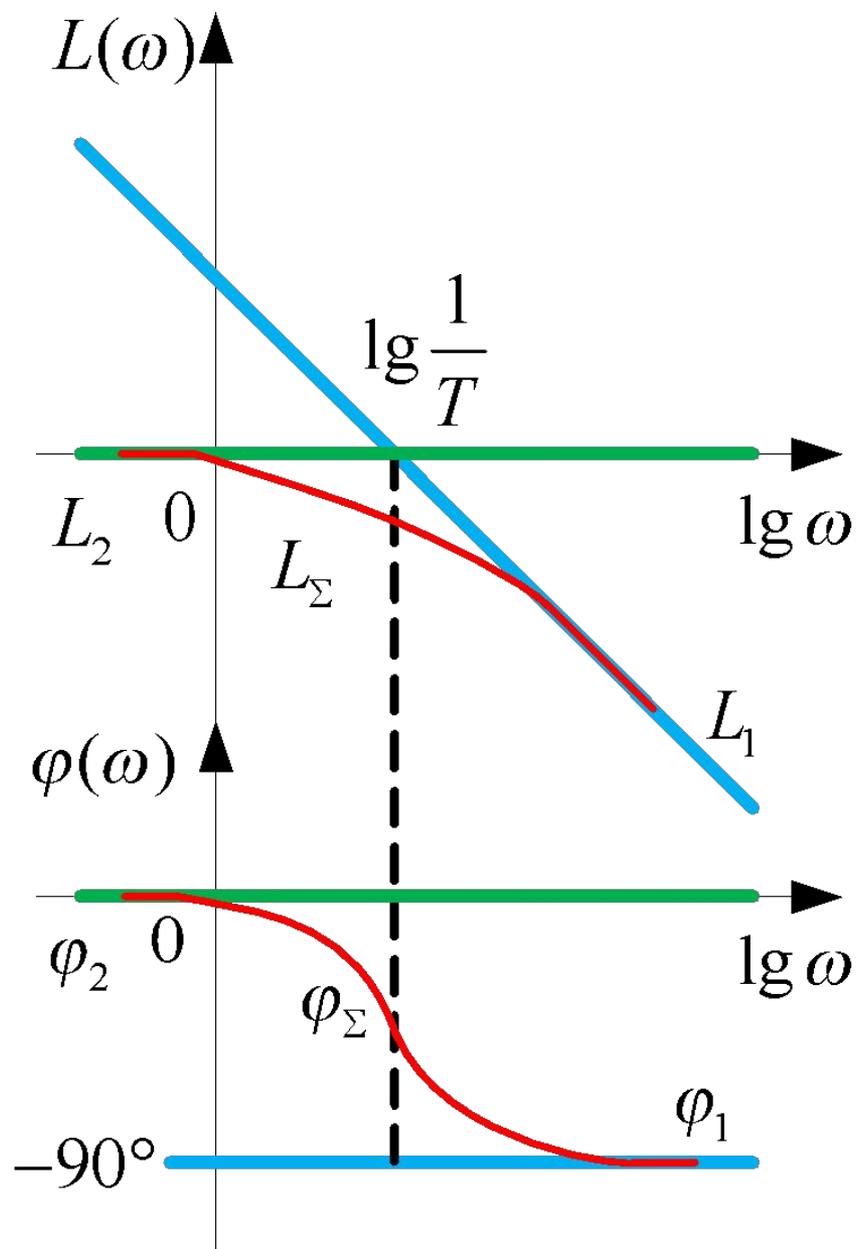
Найти суммарную передаточную функцию ?

Построить суммарную ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Решение:



$$W(p) = \frac{\frac{1}{T \cdot p}}{1 + \frac{1}{T \cdot p} \cdot 1} = \frac{\frac{1}{T \cdot p}}{\frac{T \cdot p + 1}{T \cdot p}} = \frac{1}{T \cdot p + 1}.$$



4.

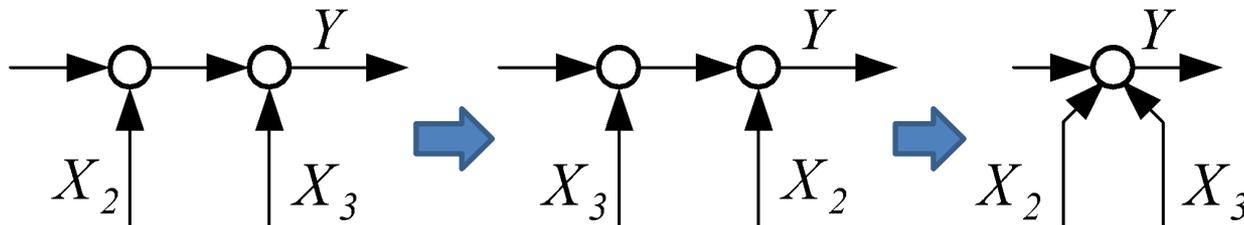
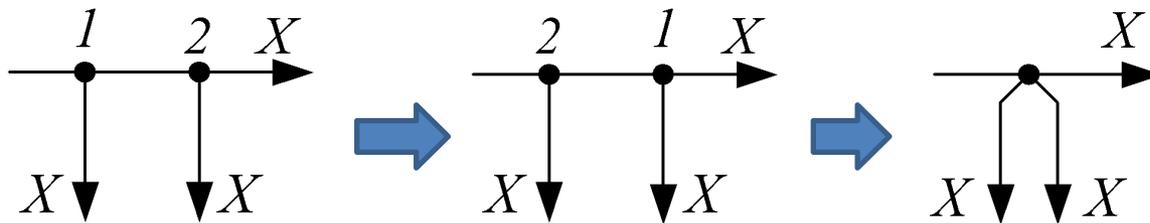
Преобразование структурных схем

Преобразования структурных схем

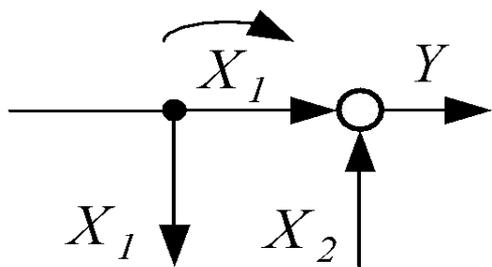
Преобразованием структурных схем называют замену одной структурной схемы другой, равноценной ей. Принцип преобразования структурных схем сводится к перестановке различных соединений элементов. Эти перестановки необходимо делать таким образом, чтобы **все входные и выходные величины преобразованного участка оставались неизменными**. В основе преобразований **линеаризованных** структурных схем лежит **принцип наложения**, известный из курса ТОЭ.

Основные правила перестановки элементов узлов и сумматоров

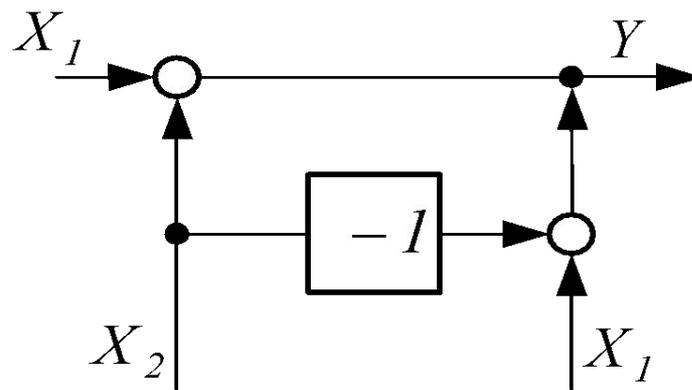
1. Два узла или два сумматора можно менять местами или объединять в один.



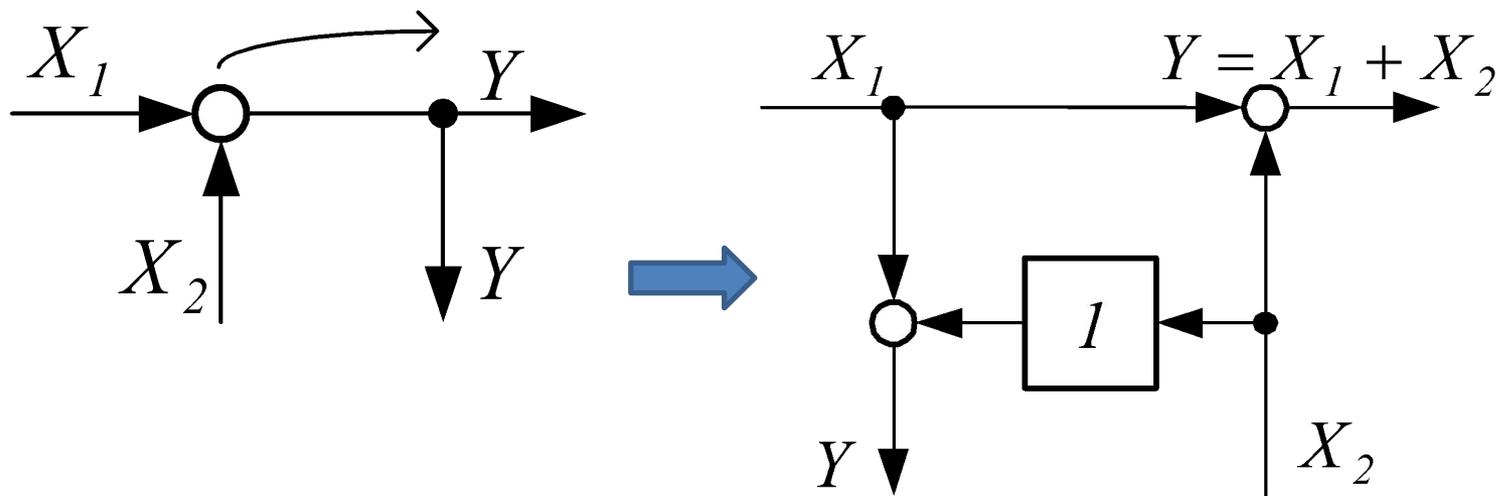
2. При переносе узла через сумматор по ходу сигнала следует добавить линию связи между боковыми ветвями, направленную по ходу сигнала и содержит звено с $k_y = -1$.



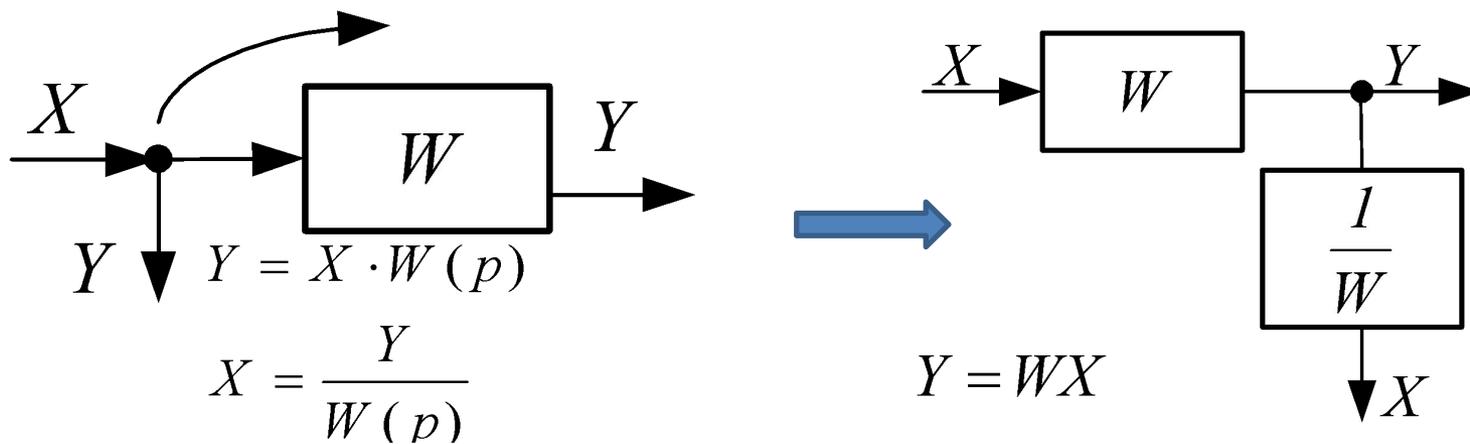

$$Y = X_1 + X_2$$



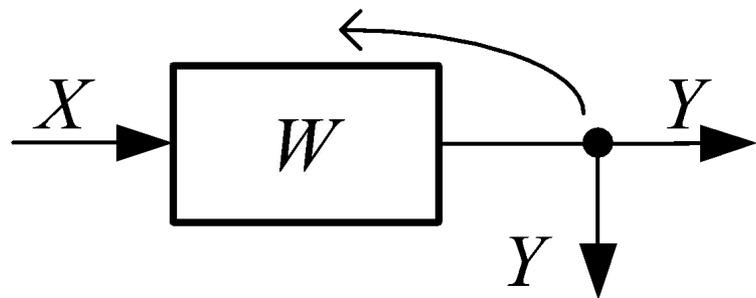
3. При переносе сумматора через узел по ходу сигнала необходимо добавить линию связи между боковыми ветвями напротив хода сигнала и содержащих звено с $k_y = 1$.



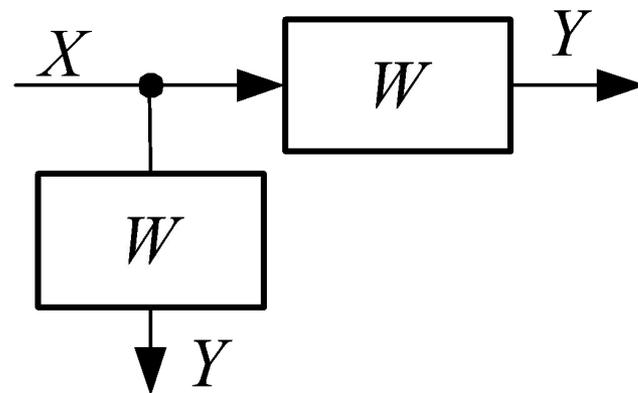
4. При переносе узла через линейное звено по ходу сигнала необходимо включить в ответвление обратное линейное звено.



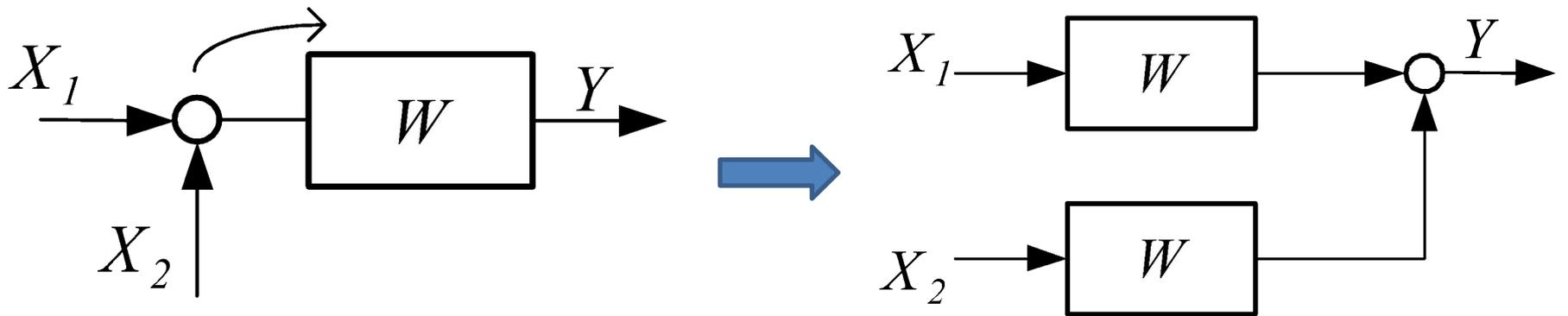
5. При переносе узла через линейное звено против хода сигнала необходимо включить в ответвление такое же линейное звено.



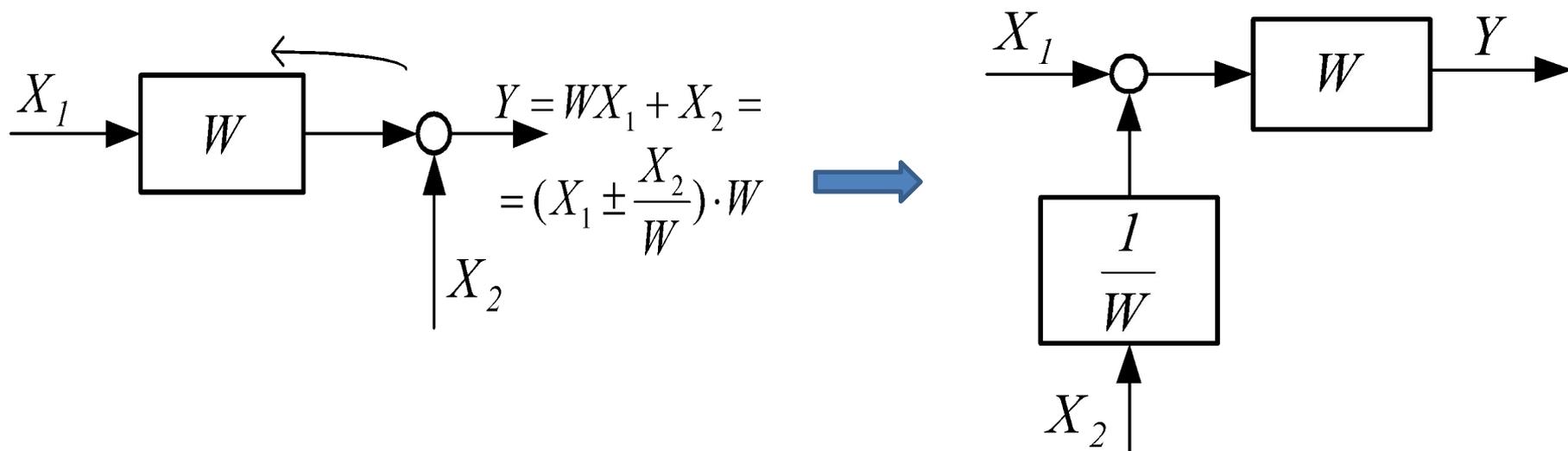
$$Y = WX$$



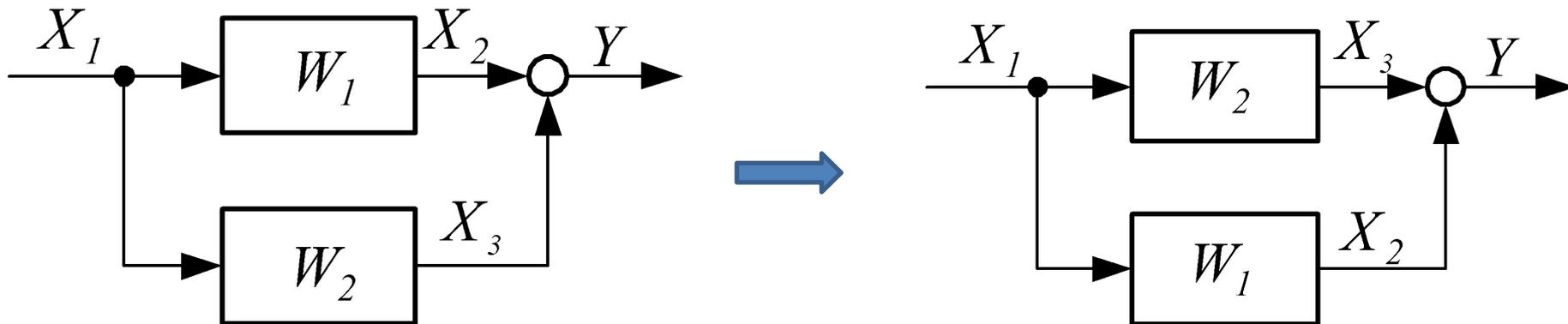
6. При переносе сумматора через линейное звено по ходу сигнала необходимо включить в линию второго хода сумматора такое же линейное звено.



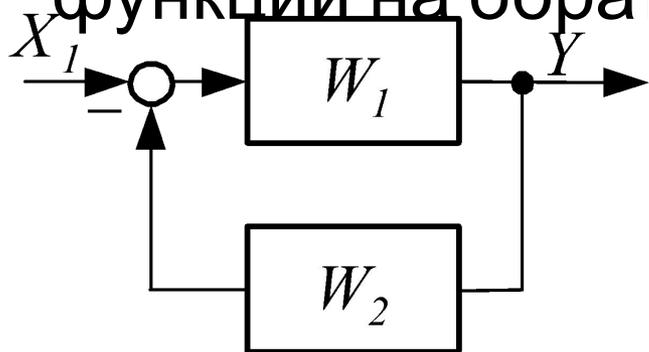
7. При переносе сумматора через линейное звено против хода сигнала необходимо включить в линию второго входа сумматора обратное линейное звено.



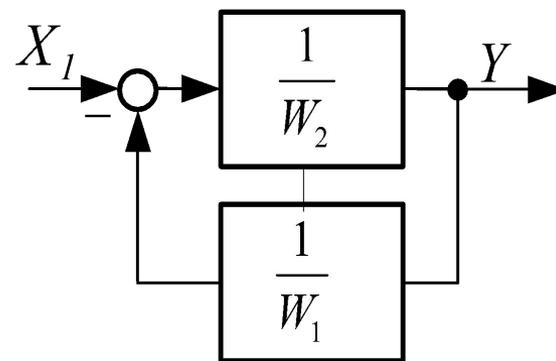
8. Ветви согласно-параллельных соединений звеньев можно менять местами.



9. При встречно-параллельном соединении звеньев звенья можно менять местами, предварительно заменив их передаточные функции на обратные.



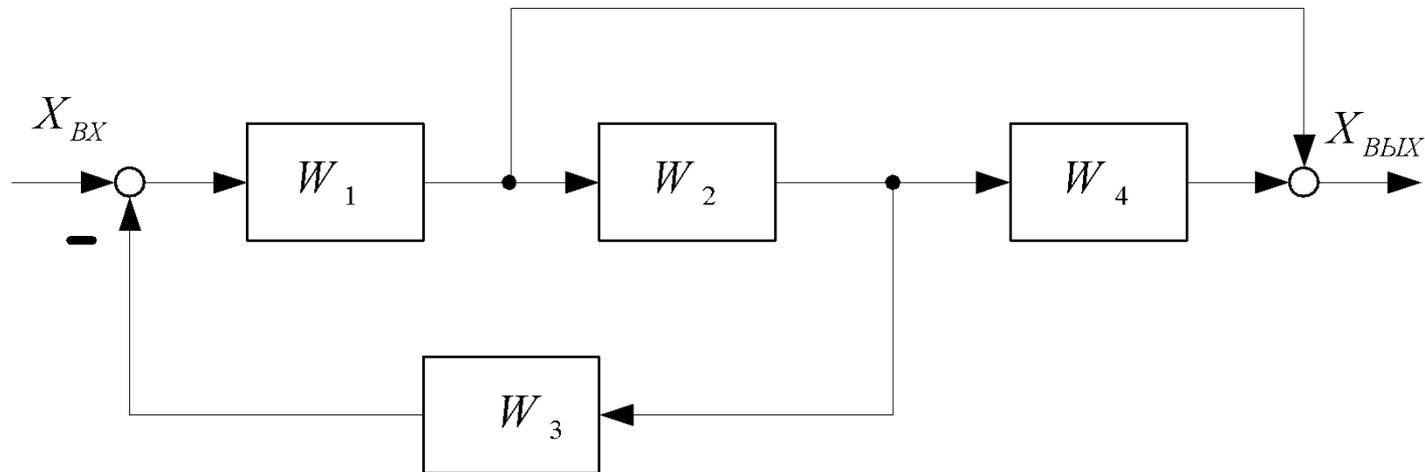
$$W = \frac{W_1}{1 + W_1 \cdot W_2};$$



$$W = \frac{\frac{1}{W_2}}{1 + \frac{1}{W_1 \cdot W_2}} = \frac{W_1}{1 + W_1 \cdot W_2}.$$

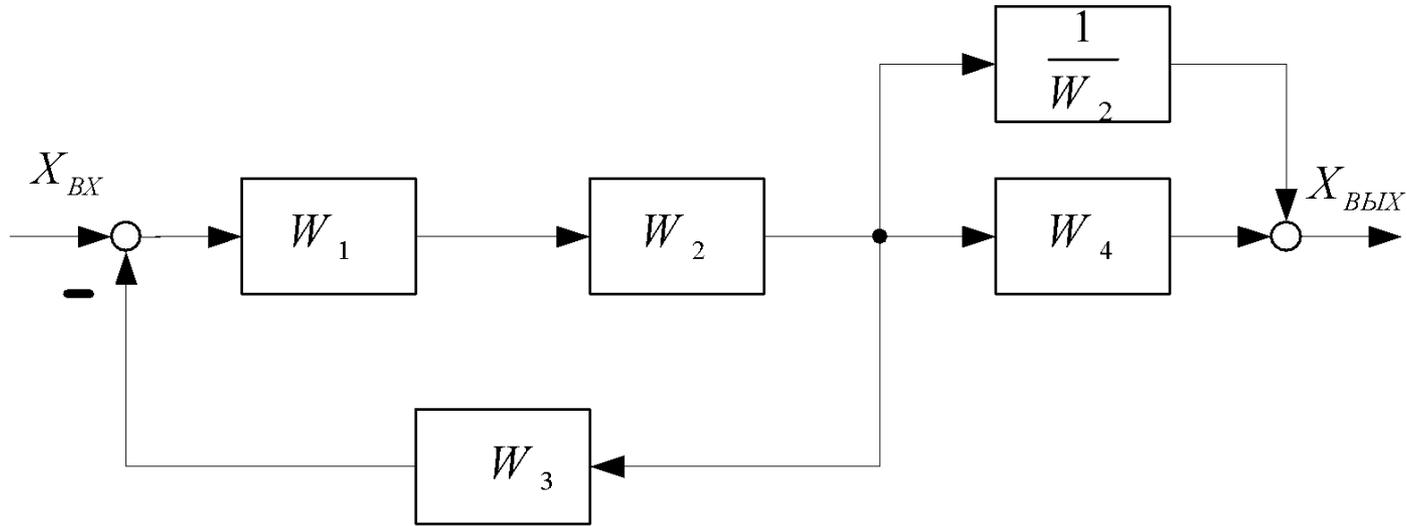
Применение приведенных правил даёт возможность производить самые различные преобразования структурных схем.

Пример.



Найти W_{Σ} ?

Решение:



$$W_{1-3} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3}; \quad W_{2-4} = \frac{1}{W_2} + W_4 = \frac{1 + W_2 \cdot W_4}{W_2};$$

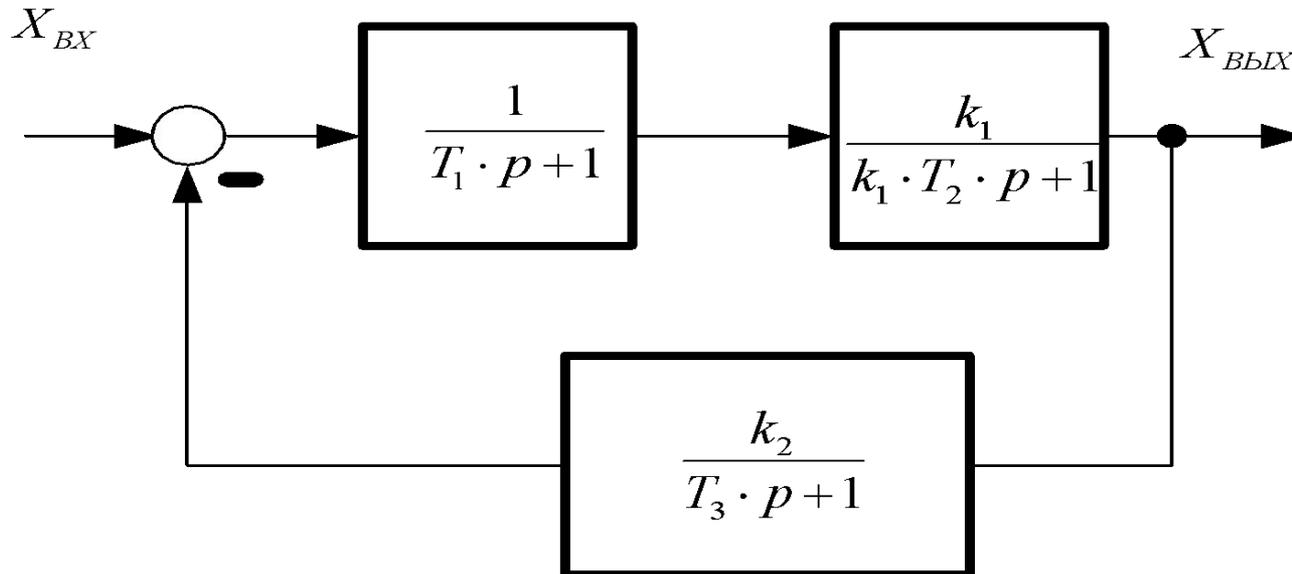
$$W_{\Sigma} = W_{1-3} \cdot W_{2-4} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3} \cdot \frac{1 + W_2 \cdot W_4}{W_2}.$$

Передаточная функция в установившемся режиме

- Структурная схема для установившегося режима составляется на основе уравнений элементов САУ в статике или на основе линеаризованной структурной схемы САУ формальным путём приравнивания оператора p к нулю.

Пример

Дана структурная схема САУ.
Вычислить общий коэффициент усиления
(передаточную функцию в
установившемся режиме).



- Поведение системы в **переходном процессе (в динамике)** происходит в соответствии **передаточной функцией**

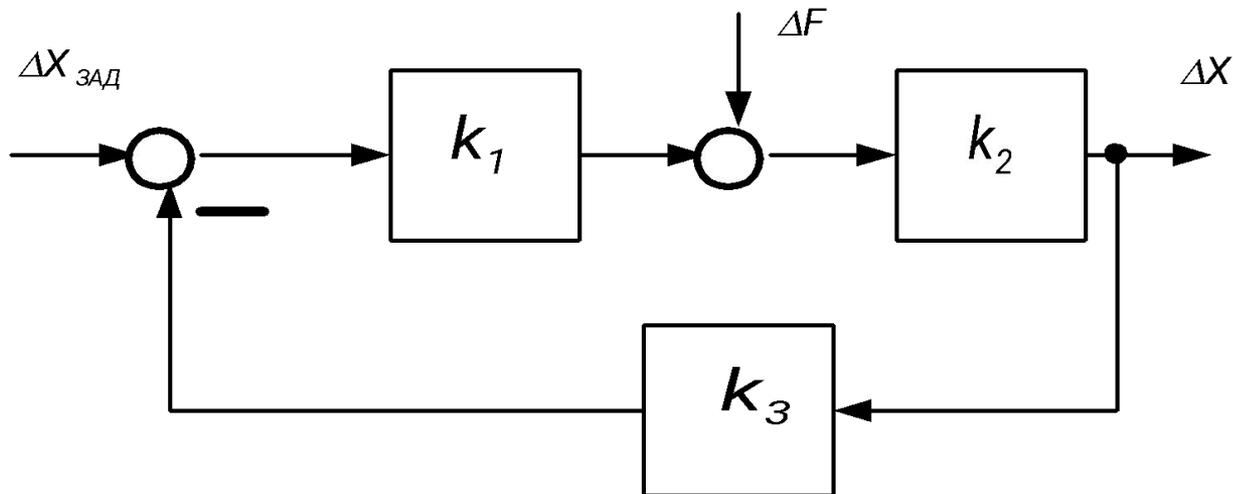
$$W(p) = \frac{\frac{1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_1}{k_1 \cdot T_2 \cdot p + 1}}{1 + \frac{1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_1}{k_1 \cdot T_2 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_3 \cdot p + 1}}.$$

- Общий **коэффициент усиления (установившийся режим)** получим, заменяя p на нуль.

$$W(p) \Big|_{p=0} = \frac{k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}.$$

Влияние коэффициента замкнутого контура

Пусть задана статическая система



По задающему воздействию в разомкнутой САУ (без ОС) изменение выходного сигнала равно

$$\Delta X_{\text{ПО ЗАД РАЗ}} = \Delta X_{\text{ЗАД}} \cdot k_1 \cdot k_2.$$

В замкнутой САУ это изменение равно

$$\Delta X_{\text{ПОЗАДЗАМ}} = \frac{\Delta X_{\text{ЗАД}} \cdot k_1 \cdot k_2}{1 + k_p},$$

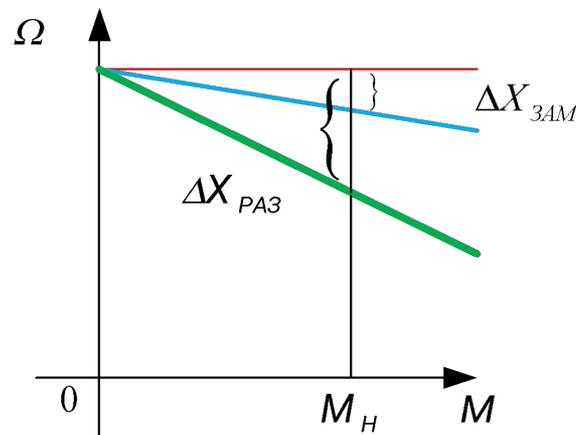
где $k_p = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$.

По возмущающему воздействию в разомкнутой САУ изменение выходного сигнала равно

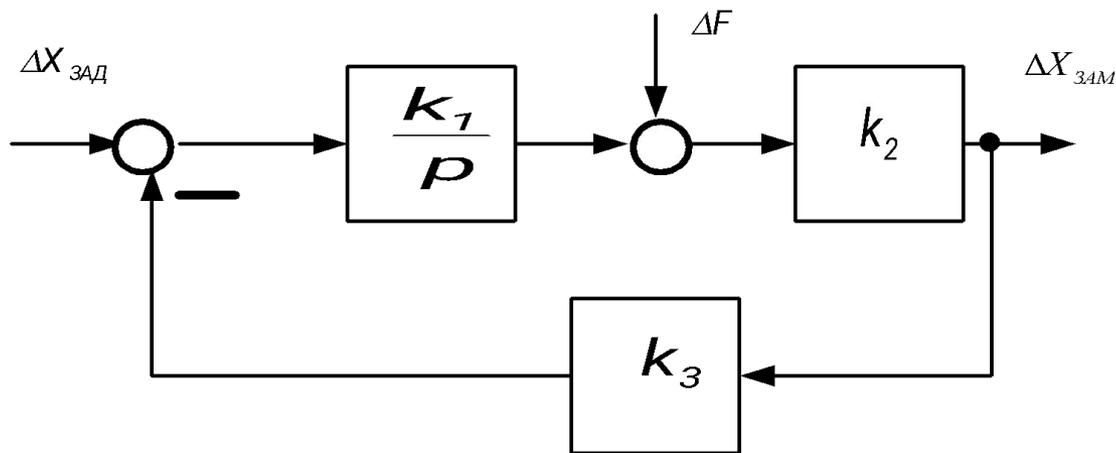
$$\Delta \tilde{O}_{\hat{A} \hat{C} \hat{D} \hat{C}} = \Delta F \cdot k_2.$$

В замкнутой САУ $\Delta X_{\hat{A} \hat{C} \hat{D} \hat{C}} = \frac{\Delta \tilde{O}_{\hat{A} \hat{C} \hat{D} \hat{C}}}{1 + k_p}$.

Отсюда можно сделать вывод. В замкнутой статической системе отклонение, как по задающему, так и по возмущающему воздействию в $(1 + k_p)$ раз меньше, чем в разомкнутой системе без ОС



В **астатической** САУ отклонение выходного сигнала по возмущающему воздействию составит



$$\Delta X_{\text{по воз зам}} = \frac{k_2}{1 + \frac{k_1}{p} \cdot k_2 \cdot k_3} = 0.$$