3. Структурные схемы

ТАУ

Структурные схемы, передаточные и частотные функции непрерывных линейных систем

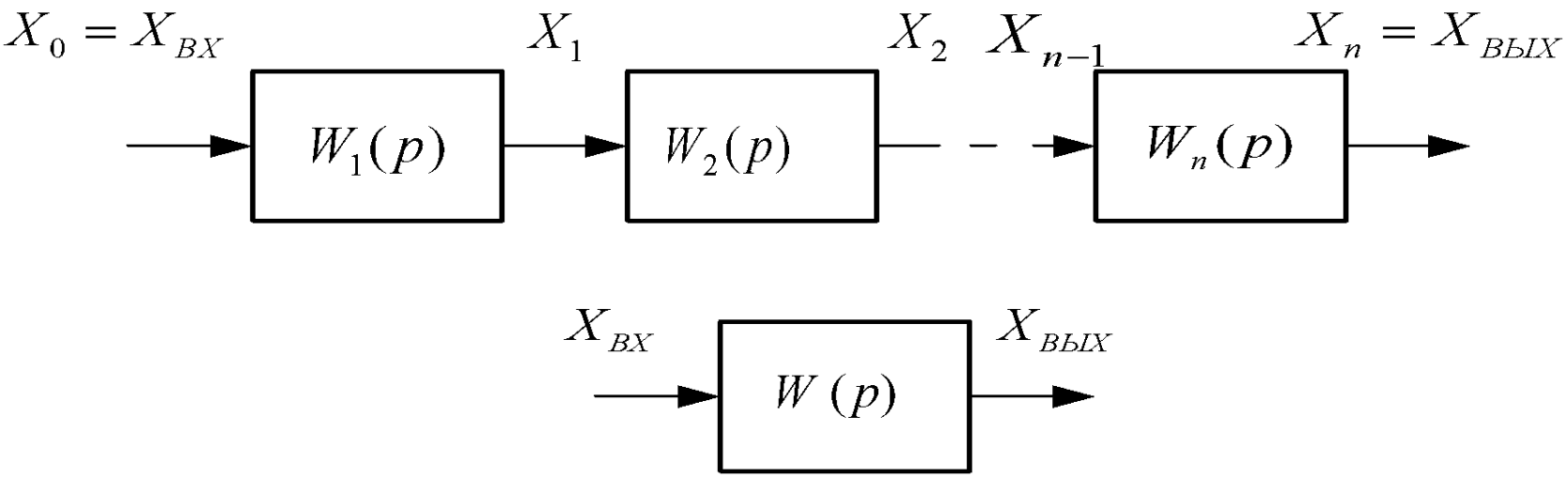
Условная схема, представленная в виде динамических типовых звеньев, определённым образом соединённых между собой, называется ***структурной схемой системы***. Структурная схема используется для расчёта динамики системы.

Структурную схему составляют на основании функциональной схемы, причём вначале определяют связи, по которым сигналы могут распространяться только в одном (прямом) направлении. Звенья при этом соединяют определённым образом, указывая стрелками направление распространения сигналов. Затем находят связи обратного прохождения сигналов и также наносят их на структурную схему. После этого в схему вводят возмущающие воздействия.

Соединения звеньев бывают трёх видов: последовательное, параллельное согласное и параллельное встречное.

3.1 Последовательное соединение звеньев

Это такое соединение, когда выходная переменная каждого предыдущего звена является входным воздействием для последующего звена (и только для него одного).



Опишем эту систему

$$\begin{cases} X_1(p) = X_0(p) \cdot W_1(p). \\ X_2(p) = X_1(p) \cdot W_2(p), \\ \vdots \\ X_{n-1}(p) = X_{n-2}(p) \cdot W_{n-1}(p), \\ X_n(p) = X_{n-1}(p) \cdot W_n(p). \end{cases}$$

исключив из них все промежуточные переменные, кроме входной величины и выходной величины , получаем

Таким образом, передаточная функция системы последовательно соединённых звеньев равна произведению передаточных функций отдельных звеньев

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \cdots \cdot W_{n-1}(p) \cdot W_n(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p).$$

Переходя к *АФЧХ* и подставляя $p=j\omega$, получим:

$$W(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot \ldots \cdot W_n(j\omega) =$$

$$= A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j\varphi_2(\omega)} \cdot \ldots \cdot A_n(\omega) \cdot e^{j\varphi_n(\omega)} =$$

$$= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \left[\prod_{i=1}^{n} A_i(\omega) \right] \cdot e^{\sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega)},$$

При этом модули комплексных коэффициентов перемножаются, а аргументы складываются

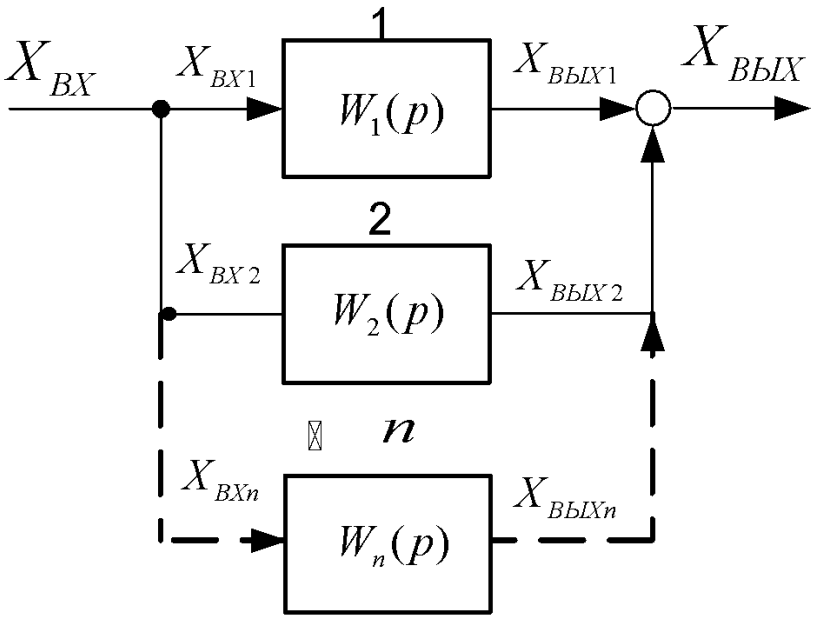
$$A(\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \cdots \cdot A_n(\omega),$$
$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \cdots + \varphi_n(\omega).$$

При последовательном соединении звеньев логарифмические амплитудно-частотные (логарифм произведения равен сумме логарифмов) и фазо-частотные (при умножении степеней показатели складываются) характеристики отдельных звеньев складываются:

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + \cdots + L_n(\omega).$$

При последовательном соединении минимально-фазовых звеньев полученная система также будет минимально-фазовой, т.е. её передаточная функция не будет иметь ни нулей, ни полюсов в правой полуплоскости.

3.2 Согласно-параллельное соединение звеньев



- Это такое соединение, когда на вход всех звеньев подаётся один и тот же сигнал, а выходная переменная равна сумме выходных переменных звеньев

Если параллельно соединяются *n* звеньев, то входная величина

$$x_{\text{ВХ}} = x_{\text{ВХ1}} = x_{\text{ВХ2}} = \cdots = x_{\text{ВХ}n},$$

а выходная величина

$$x_{\text{ВЫХ}} = \sum_{i=1}^{n} x_{\text{ВЫХ}i}.$$

Переходя к изображениям, для передаточной функции согласно-параллельного соединения звеньев получим

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{\text{ВЫХ}i}(p)}{X_{\text{ВХ}i}(p)} = \sum_{i=1}^{n} W_i\,(p).$$

Соответственно переходная функция

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i\,(t).$$

При согласно-параллельном соединении звеньев передаточные, переходные функции складываются.

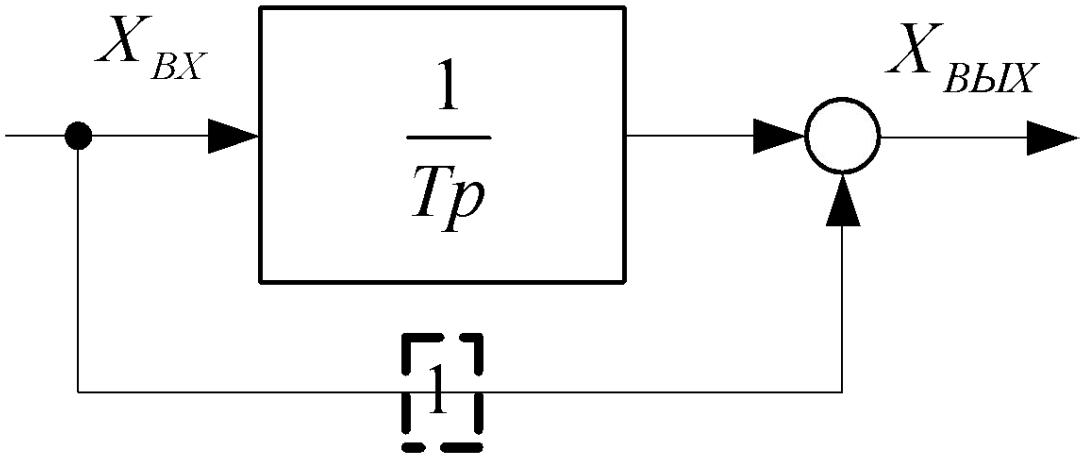
Иначе обстоит дело с условием минимальной фазы. Сумма минимально-фазовых передаточных функций может иметь нули в правой полуплоскости и, следовательно, согласно-параллельное соединение ряда минимально-фазовых звеньев может дать неминимально-фазовую систему. Наоборот, при согласно-параллельном соединении неминимально-фазовых устойчивых звеньев может получиться минимально-фазовая устойчивая система.

Переходя к АФЧХ и подставляя вместо $p=j\omega$, получим

$$W(j\omega)=\sum_{i=1}^{n}W_i(j\omega)=\sum_{i=1}^{n}A_i(\omega)\cdot e^{j\varphi_i(\omega)}=\frac{B^m(j\omega)}{A^n(j\omega)}=\frac{b_m\cdot\prod_{i=1}^{m}(j\omega-p_i)}{a_n\cdot\prod_{j=1}^{n}(j\omega-p_j)}.$$

- Таким образом, суммарная ЛАЧХ при согласно-параллельном соединении звеньев идёт по ЛАЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит выше; суммарная ЛФЧХ идёт по ЛФЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит выше с учётом поправок.

Пример 1

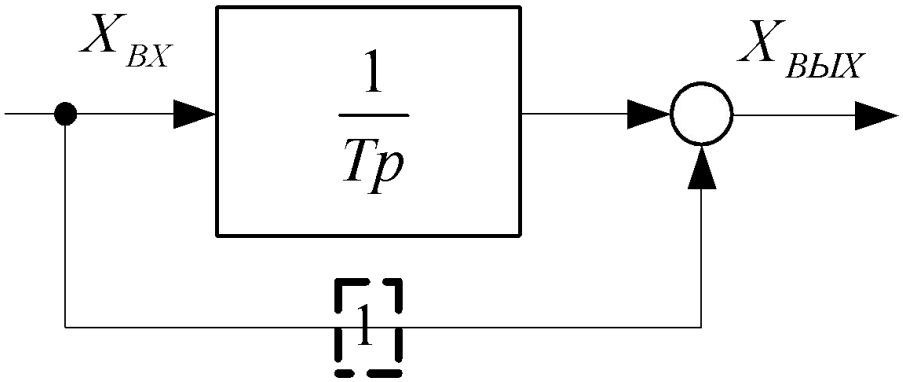


Найти суммарную передаточную функцию ?

Построить суммарную ЛАЧХ и ЛФЧХ.

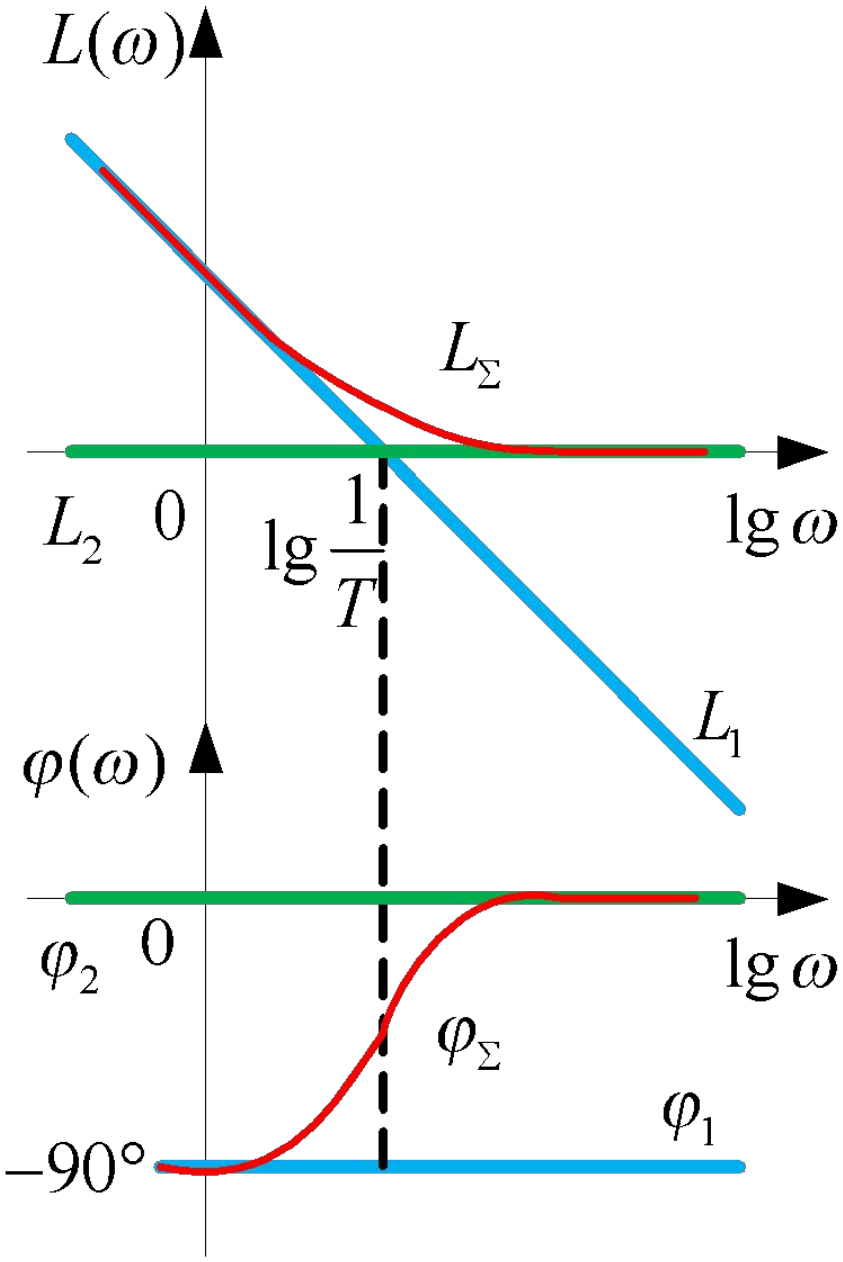
Решение:

1 – *интегрирующее*



2 – *усилительное*

$$W(p) = \frac{1}{T \cdot p} + 1 = \frac{1 + T \cdot p}{T \cdot p}$$


$L(\omega)$
L_Σ
L_2
0
$\lg \frac{1}{T}$
$\lg \omega$
L_1
$\varphi(\omega)$
φ_2
0
$\lg \omega$
φ_Σ
φ_1
$-90°$

3.3 Понятие об обратных частотных характеристиках

Если есть звено с передаточной функцией *W(p)* и соответственно переходной функцией

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

то звено, у которого ЛАЧХ и ЛФЧХ обратные, имеет характеристики

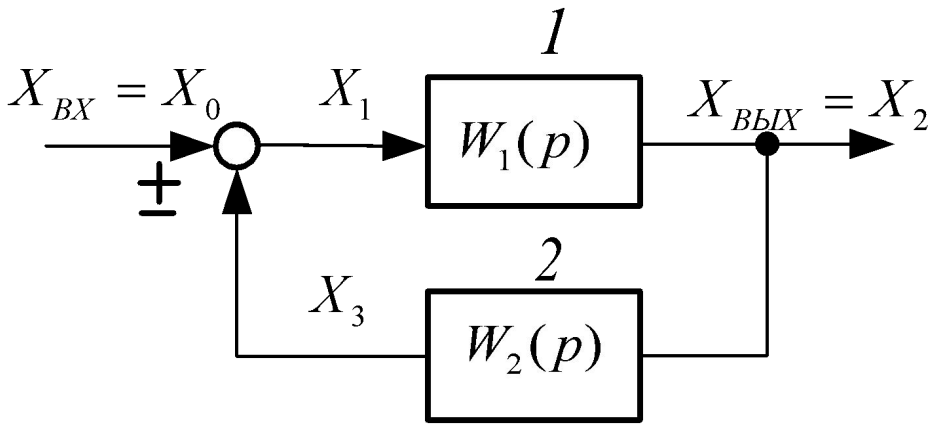
$$W^{-1}(j\omega) = \frac{1}{A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}} = A^{-1}(\omega)e^{j\varphi^{-1}(\omega)};$$

$$A^{-1}(\omega) = \frac{1}{A(\omega)}; \quad L^{-1}(\omega) = -L(\omega);$$

$$\varphi^{-1}(\omega) = -\varphi(\omega).$$

То есть обратные ЛАЧХ и ЛФЧХ являются зеркальными отображениями прямых ЛАЧХ и ЛФЧХ относительно оси абсцисс.

3.3 Встречно-параллельное соединение звеньев



Встречно-параллельным соединением двух звеньев называется такое соединение, при котором выходной сигнал первого звена подаётся на вход второго, а выходной сигнал второго звена с соответствующим знаком суммируется с общим входным сигналом и подаётся на вход первого звена. Общим выходным сигналом является выход первого звена.

Звено, в котором направление передачи сигнала совпадает с направлением передачи общего сигнала (первое звено), называется ***звеном прямой связи***, а звено, в котором направление передачи сигнала противоположно направлению передачи общего сигнала (второе звено), называется ***звеном обратной связи***.

Если знак сигнала обратной связи положителен, т.е. если он суммируется с общим сигналом, то обратная связь называется ***положительной***. Если знак сигнала отрицателен, т.е. он вычитается из общего сигнала, то обратная связь называется ***отрицательной***.

Рассмотрим встречно-параллельное соединение на примере двух звеньев.

$$\begin{cases} X_1(p) = X_0(p) \pm X_3(p); \\ X_2(p) = X_1(p) \cdot W_1(p); \\ X_3(p) = X_2(p) \cdot W_2(p). \end{cases}$$

В системе уравнений знак «+» соответствует положительной, а знак «-» - отрицательной обратной связи.

В результате решения, получаем

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = [X_{\text{ВХ}}(p) \pm X_{\text{ВЫХ}}(p) \cdot W_2(p)] \cdot W_1(p),$$

откуда

$$W(p) = \frac{X_{\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(p)}{X_{\hat{A}\tilde{O}}(p)} = \frac{W_1(p)}{1 \boxtimes W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

Знак «-» соответствует положительной, а знак «+» - отрицательной обратной связи.

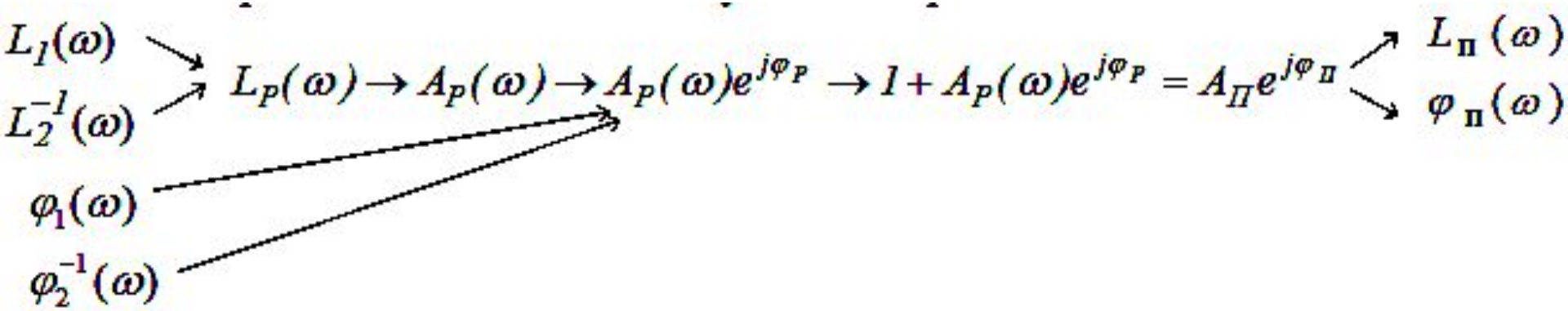
Для получения *АФЧХ* заменим в передаточной функции p на $j \cdot \omega$

$$W(j \cdot \omega) = \grave{A}(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{A_1(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_1(\omega)}}{1 \boxtimes A_1(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_2(\omega)}}.$$

Результирующая ФЧХ совпадает с характеристиками ЛАЧХ, которая проходит ниже.

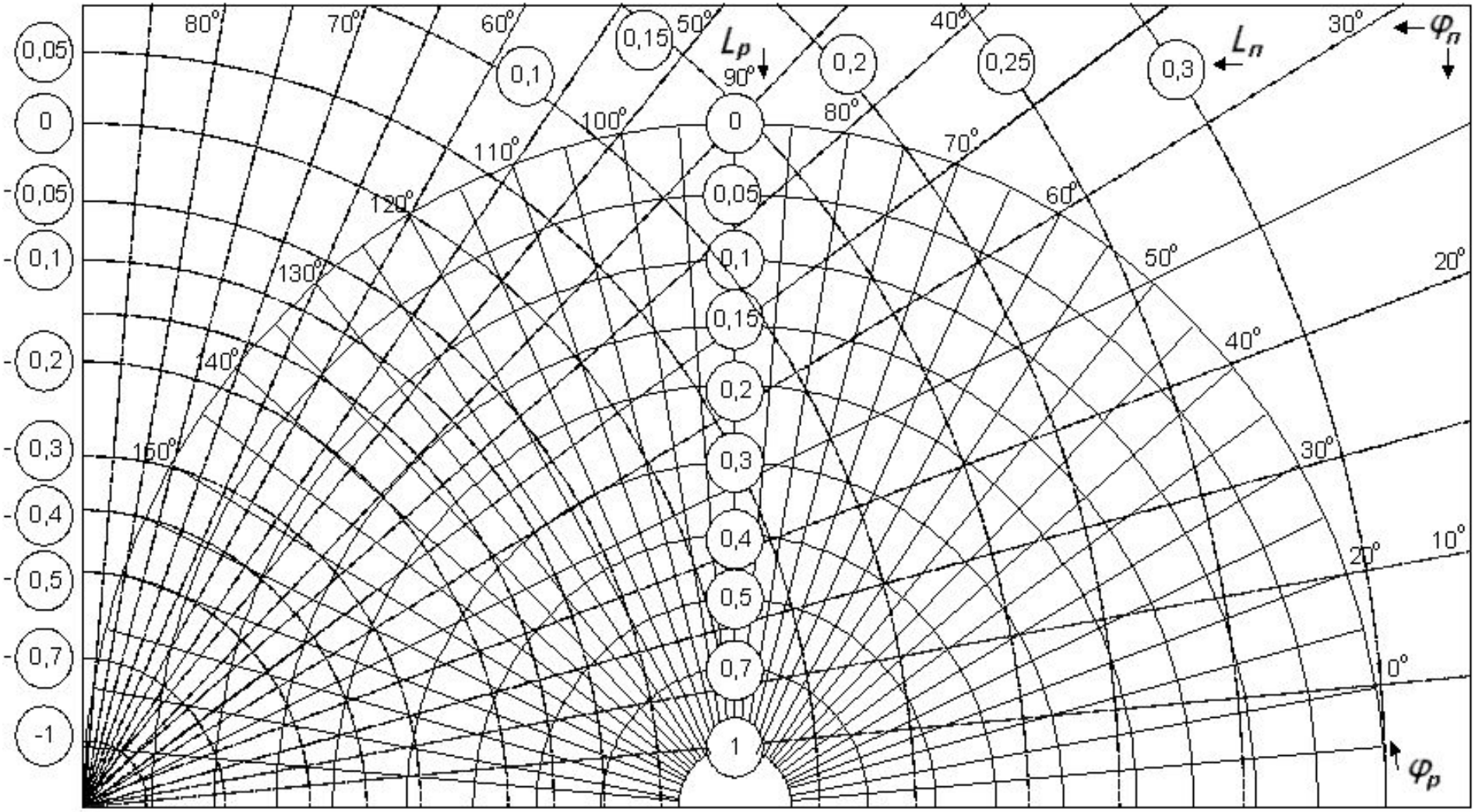
1. Таким образом, для построения характеристик встречно-параллельного соединения звеньев вычерчивается ЛАЧХ звена прямого канала и обратная ЛФЧХ звена, находящегося в цепи обратной связи . Результирующая ЛАЧХ проходит по низам с учетом поправок.

2. Поправки можно найти следующим образом:

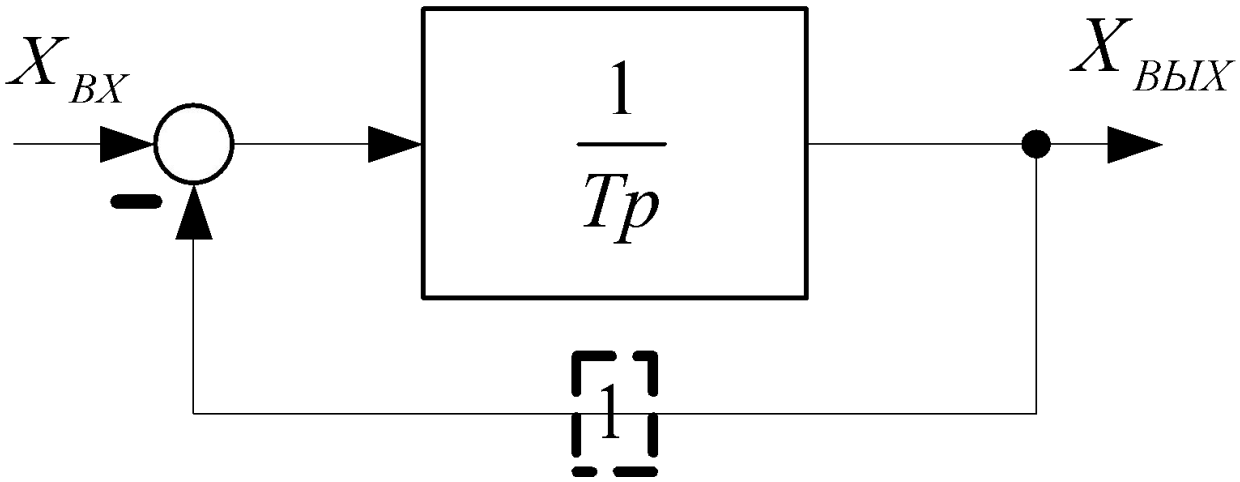


- Для более оперативного отыскания поправок, исходя из векторной диаграммы для поправочного вектора может быть построена номограмма.
- Следовательно, суммарная ЛАЧХ проходит по ЛАЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит ниже; суммарная ЛФЧХ проходит по ЛФЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит ниже с учётом поправок.

Номограмма для построения ЛЧХ при встречно – параллельном соединении звеньев



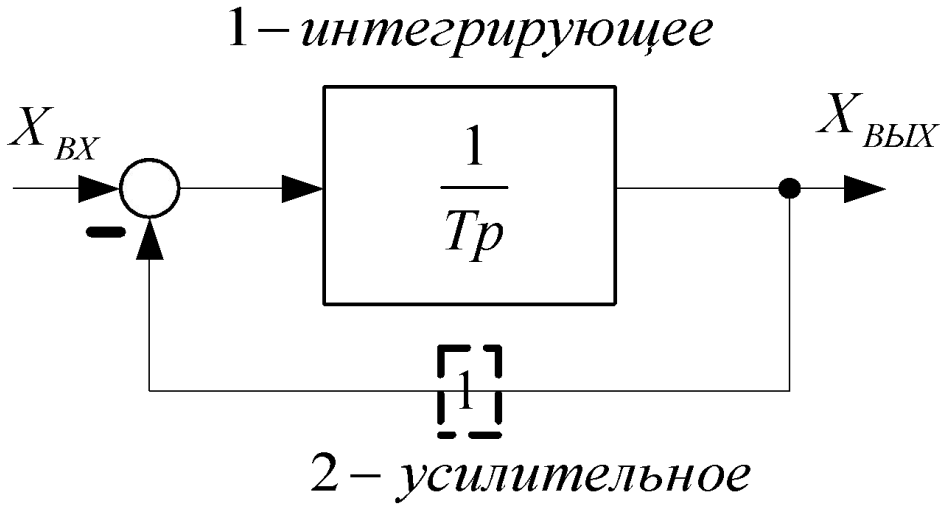
Пример 2



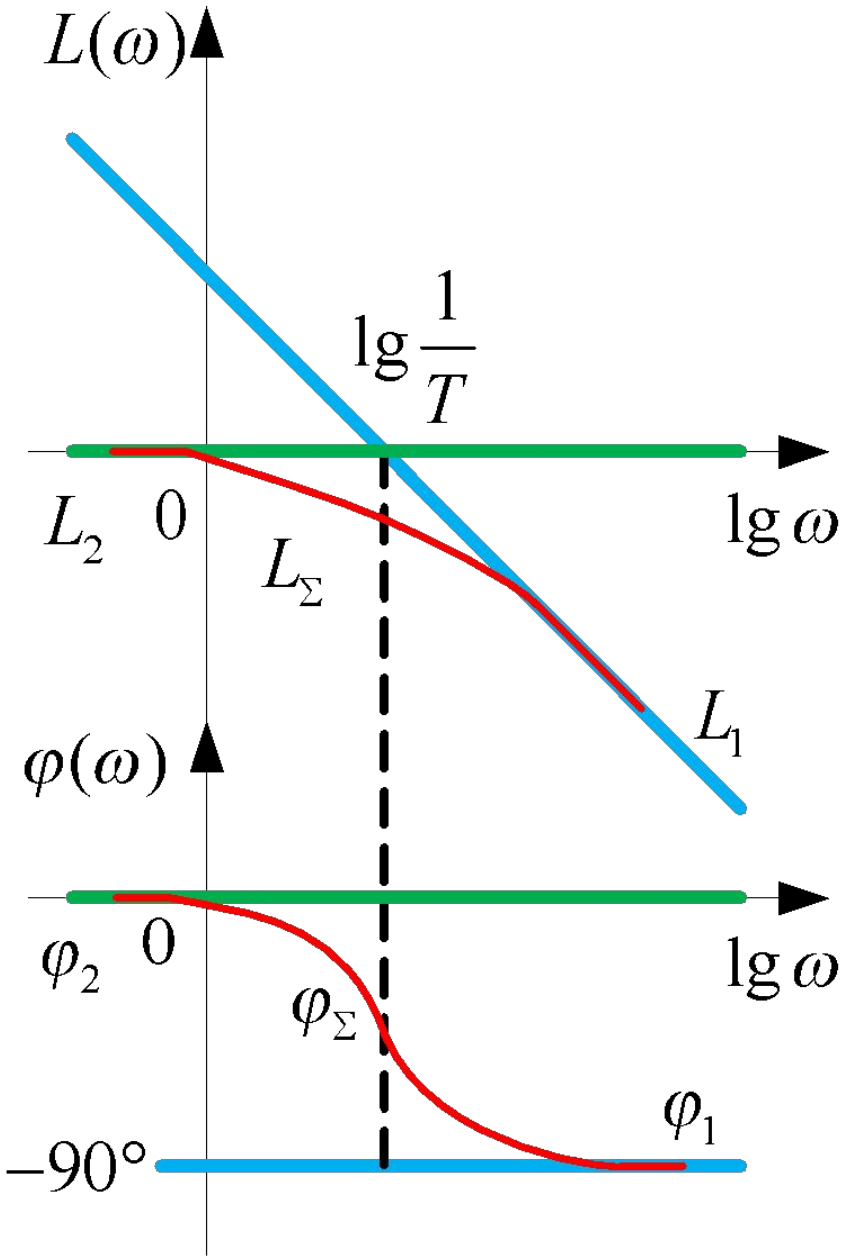
Найти суммарную передаточную функцию ?

Построить суммарную ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Решение:



$$W(p) = \frac{\frac{1}{T \cdot p}}{1 + \frac{1}{T \cdot p} \cdot 1} = \frac{\frac{1}{T \cdot p}}{\frac{T \cdot p + 1}{T \cdot p}} = \frac{1}{T \cdot p + 1}.$$


$L(\omega)$
$\lg\frac{1}{T}$
L_2
0
$\lg\omega$
L_Σ
L_1
$\varphi(\omega)$
φ_2
0
$\lg\omega$
φ_Σ
φ_1
$-90°$

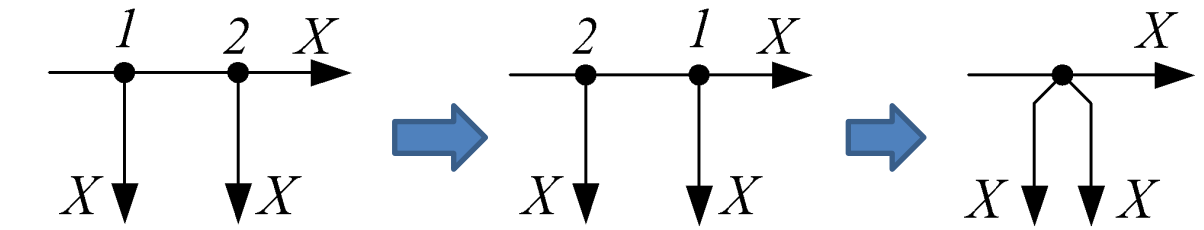
4. Преобразование структурных схем

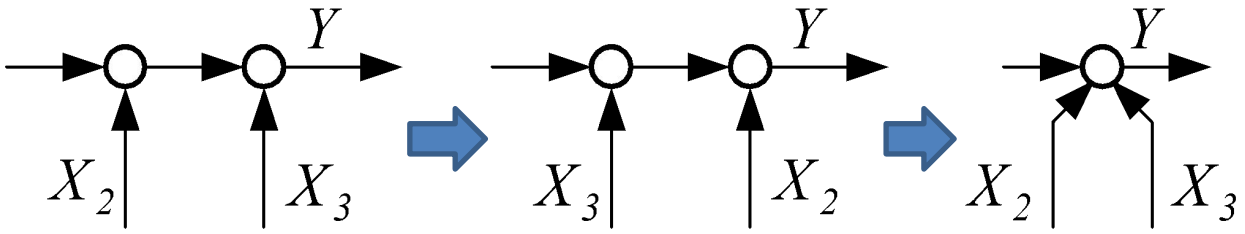
Преобразования структурных схем

Преобразованием структурных схем называют замену одной структурной схемы другой, равноценной ей. Принцип преобразования структурных схем сводится к перестановке различных соединений элементов. Эти перестановки необходимо делать таким образом, чтобы все входные и выходные величины преобразованного участка оставались неизменными. В основе преобразований линеаризованных структурных схем лежит принцип наложения, известный из курса ТОЭ.

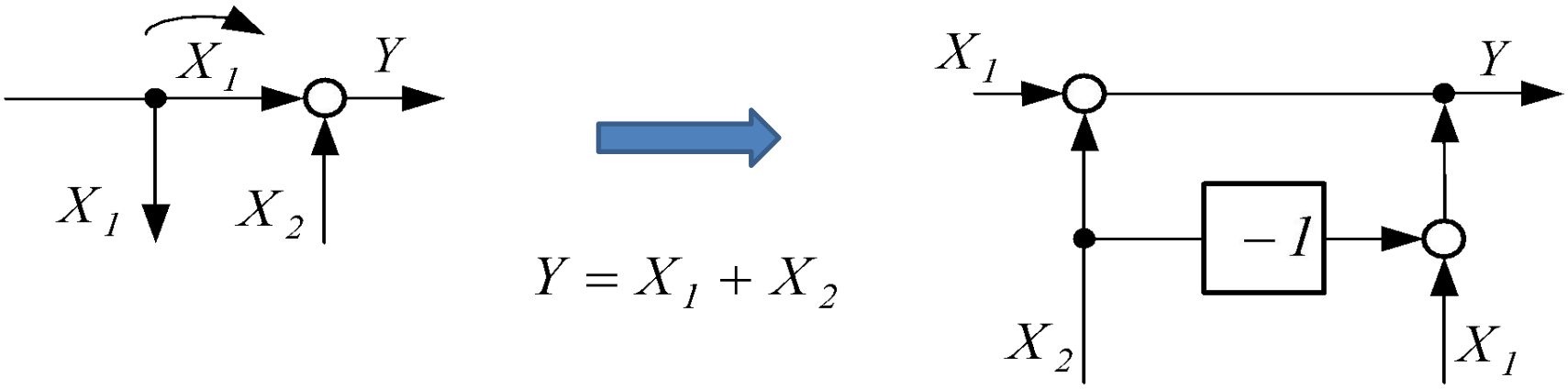
Основные правила перестановки элементов узлов и сумматоров

1. Два узла или два сумматора можно менять местами или объединять в один.

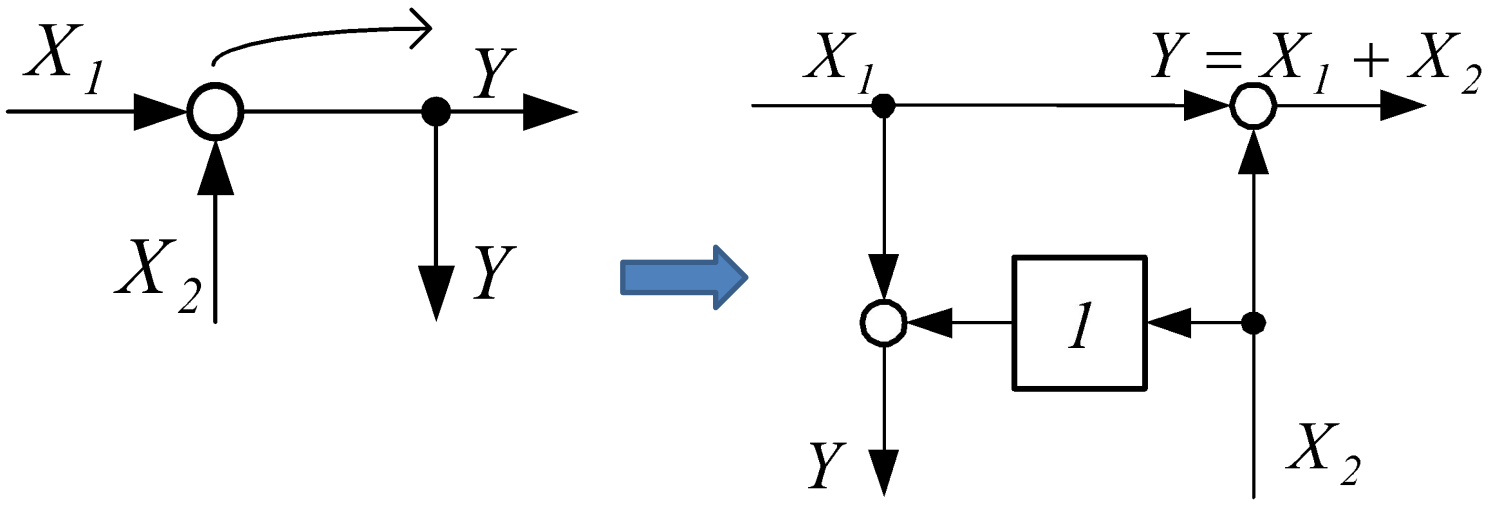




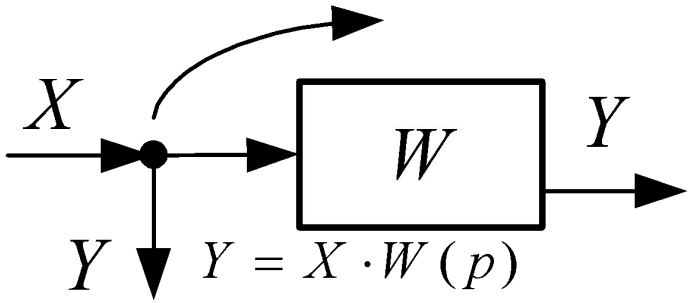
2. При переносе узла через сумматор по ходу сигнала следует добавить линию связи между боковыми ветвями, направленную по ходу сигнала и содержит звено с $k_y = -1$.

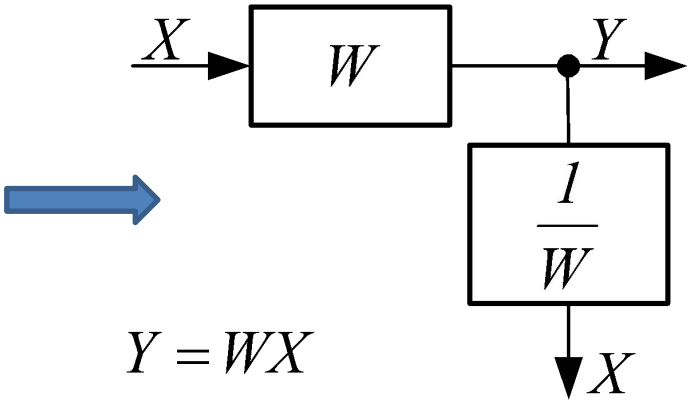


3. При переносе сумматора через узел по ходу сигнала необходимо добавить линию связи между боковыми ветвями напротив хода сигнала и содержащих звено с $k_y = 1$.

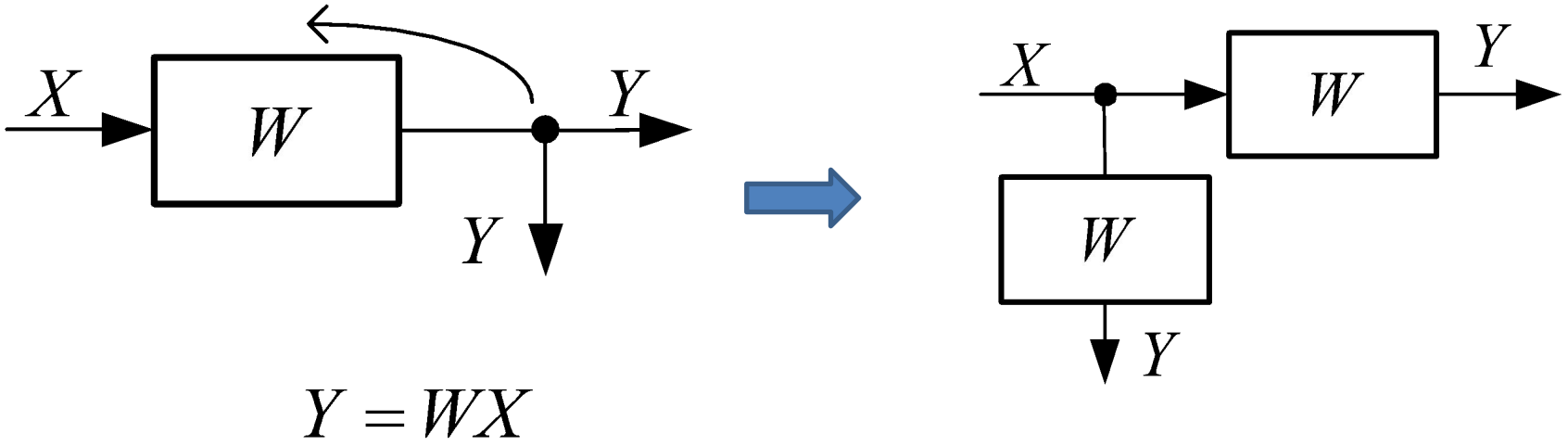


4. При переносе узла через линейное звено по ходу сигнала необходимо включить в ответвление обратное линейное звено.



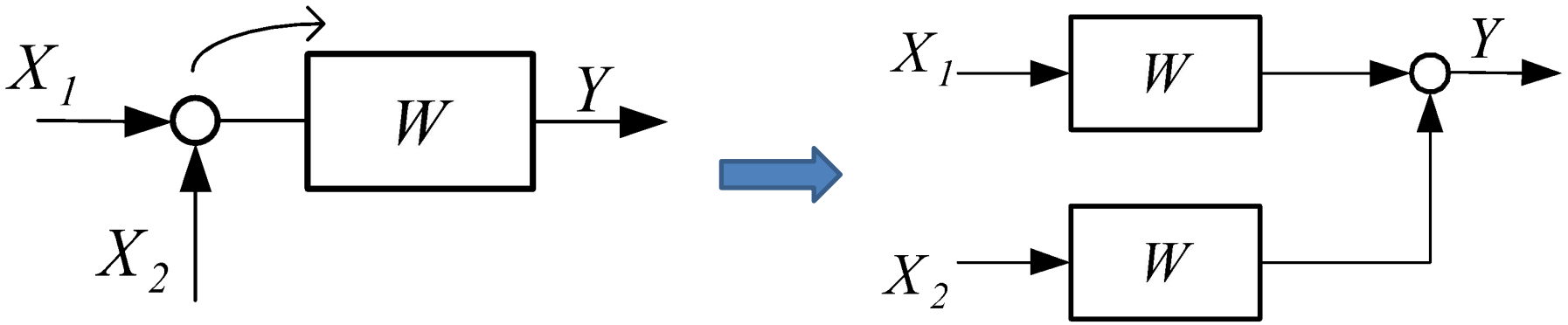


5. При переносе узла через линейное звено против хода сигнала необходимо включить в ответвление такое же линейное звено.

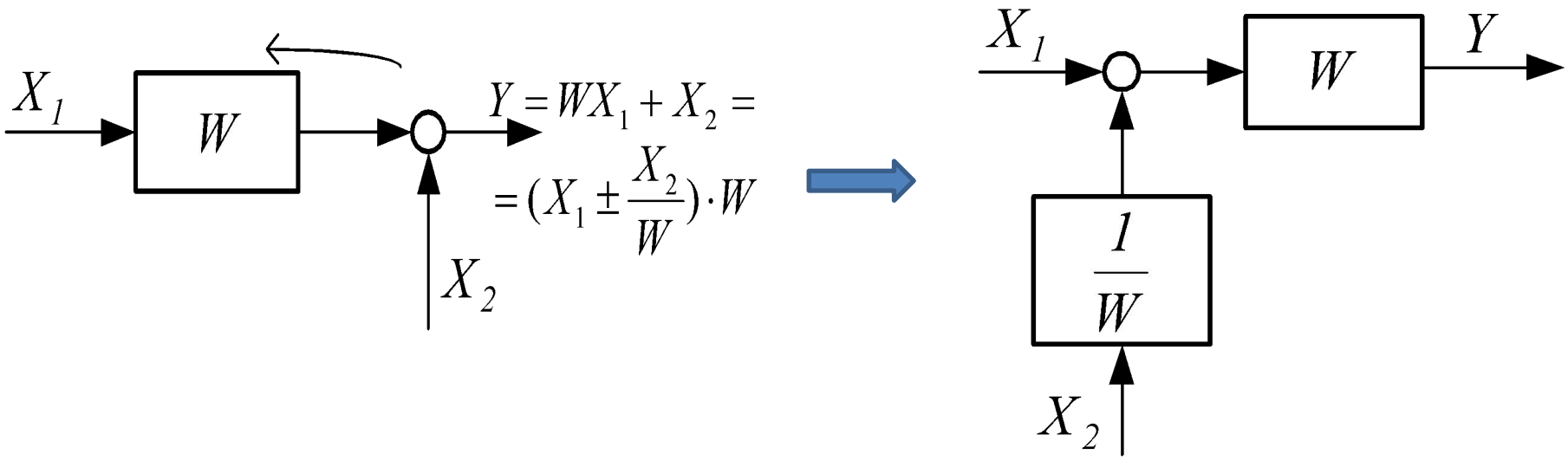


$$Y = WX$$

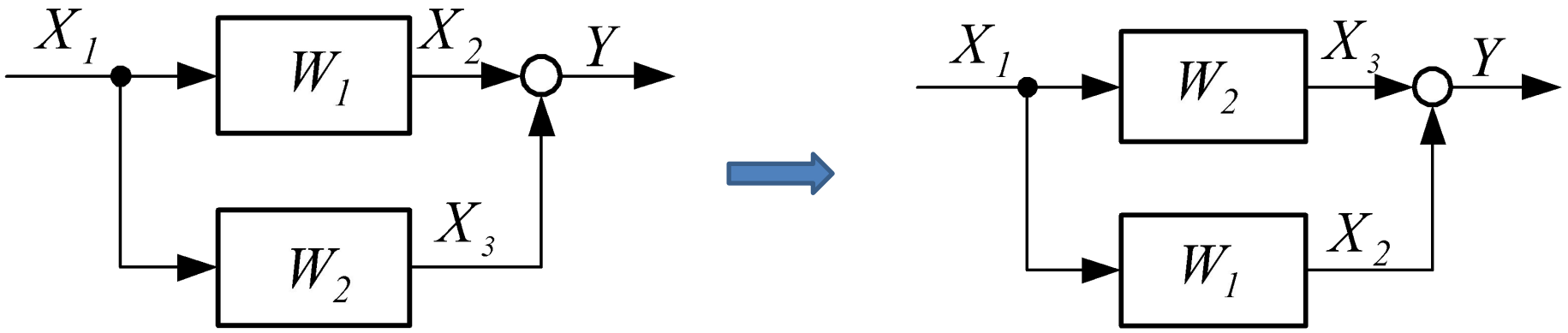
6. При переносе сумматора через линейное звено по ходу сигнала необходимо включить в линию второго хода сумматора такое же линейное звено.



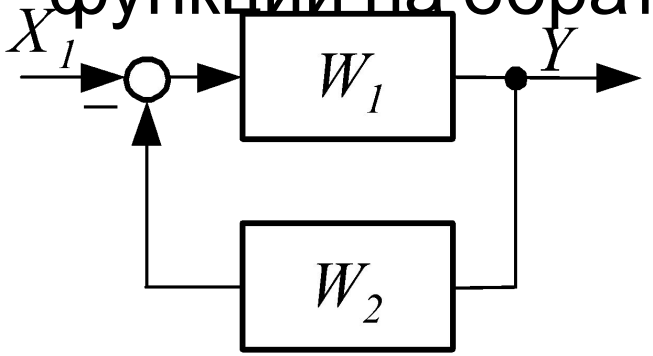
7. При переносе сумматора через линейное звено против хода сигнала необходимо включить в линию второго входа сумматора обратное линейное звено.

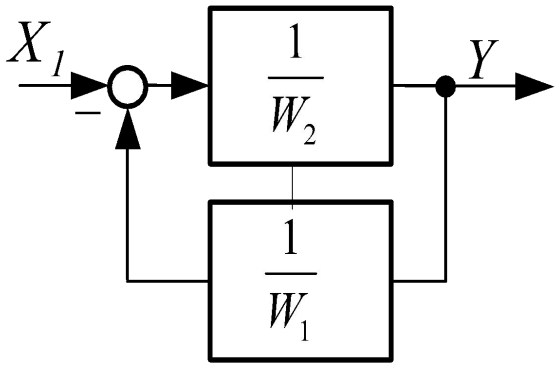


8. Ветви согласно-параллельных соединений звеньев можно менять местами.



9. При встречно-параллельном соединении звеньев звенья можно менять местами, предварительно заменив их передаточные функции на обратные.



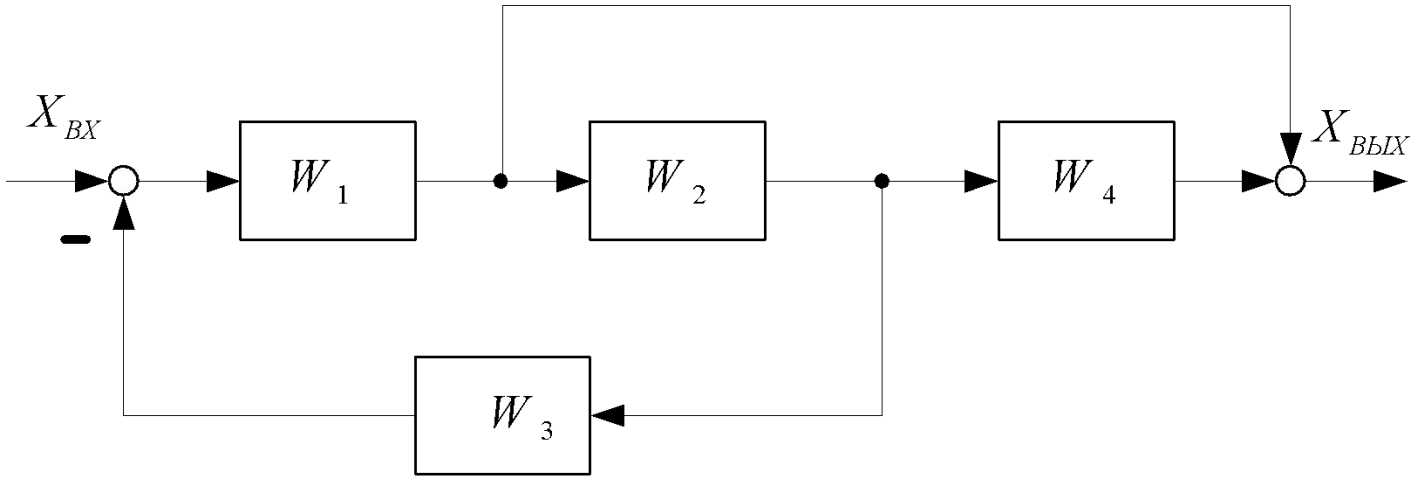


$$W = \frac{W_1}{1 + W_1 \cdot W_2};$$

$$W = \frac{\frac{1}{W_2}}{1 + \frac{1}{W_1 \cdot W_2}} = \frac{W_1}{1 + W_1 \cdot W_2}.$$

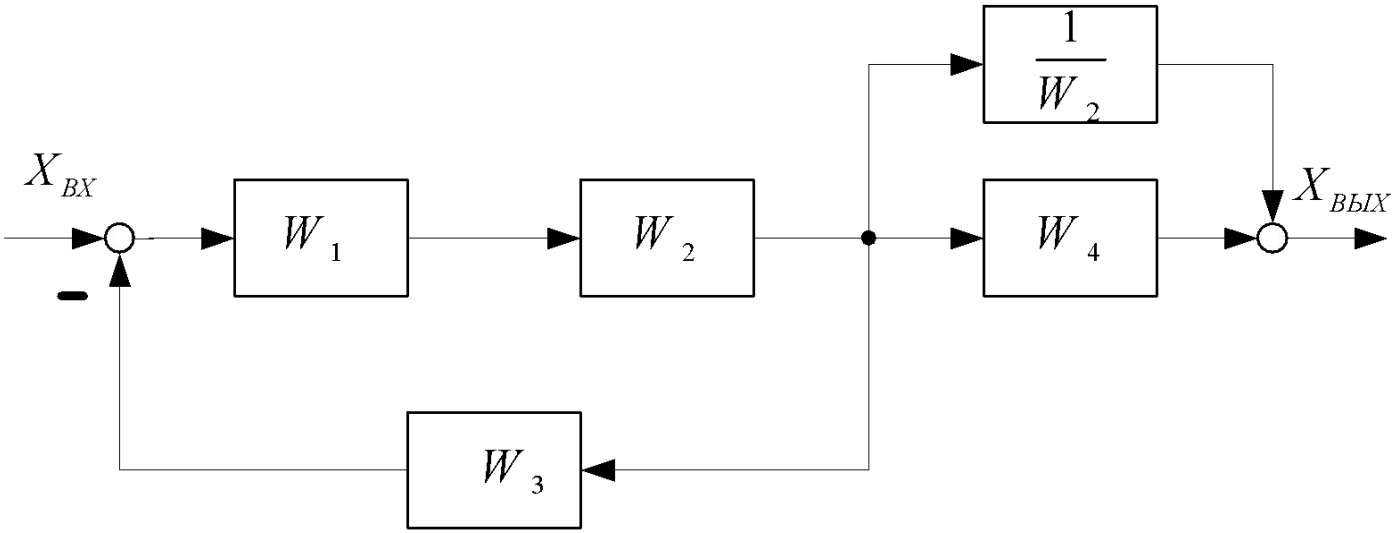
Применение приведенных правил даёт возможность производить самые различные преобразования структурных схем.

Пример.



Найти W_Σ?

Решение:



$$W_{1-3} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3}; \qquad W_{2-4} = \frac{1}{W_2} + W_4 = \frac{1 + W_2 \cdot W_4}{W_2};$$

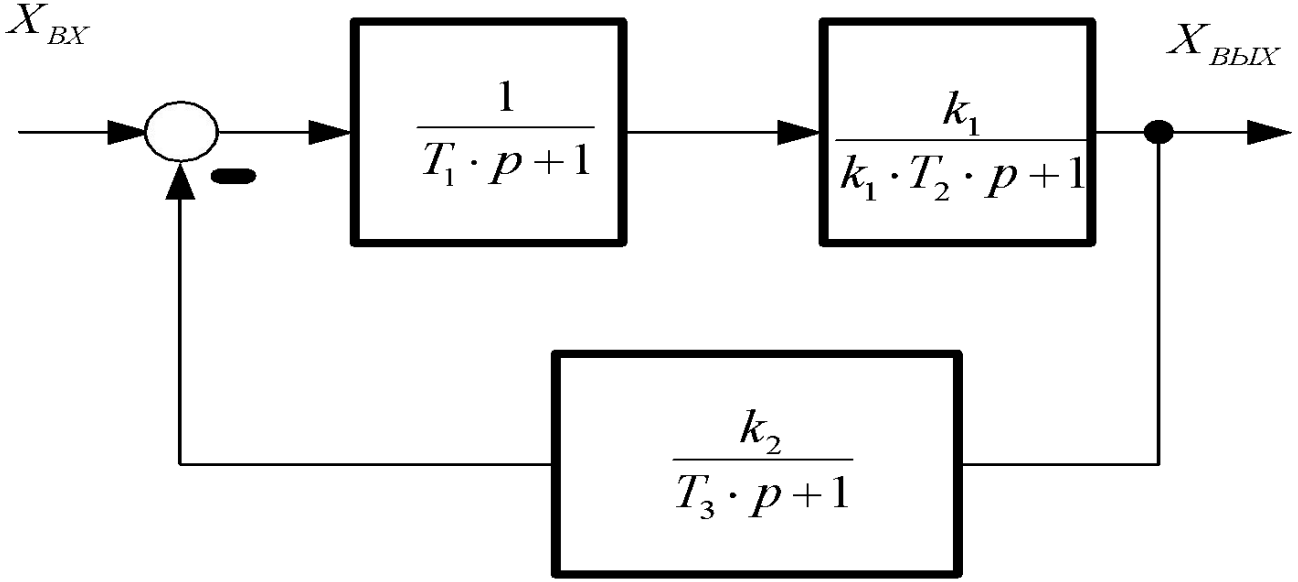
$$W_\Sigma = W_{1-3} \cdot W_{2-4} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3} \cdot \frac{1 + W_2 \cdot W_4}{W_2}.$$

Передаточная функция в установившемся режиме

- Структурная схема для установившегося режима составляется на основе уравнений элементов *САУ* в статике или на основе линеаризованной структурной схемы *САУ* формальным путём приравнивания оператора p к нулю.

Пример

Дана структурная схема САУ. Вычислить общий коэффициент усиления (передаточную функцию в установившемся режиме).



- Поведение системы в переходном процессе (в динамике) происходит в соответствии передаточной функцией

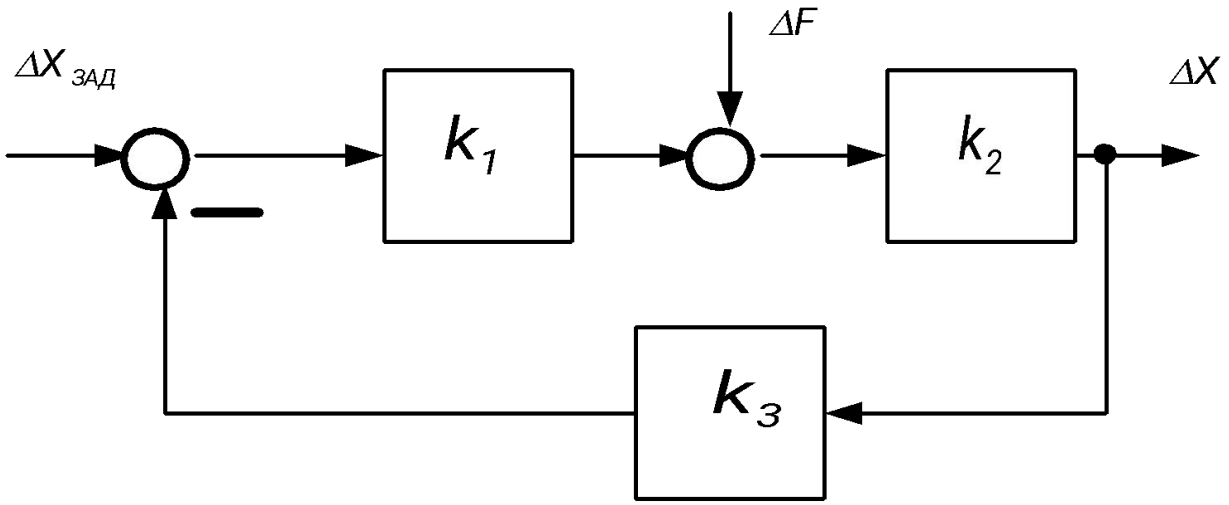
$$W(p) = \frac{\frac{1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_1}{k_1 \cdot T_2 \cdot p + 1}}{1 + \frac{1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_1}{k_1 \cdot T_2 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_3 \cdot p + 1}}.$$

- Общий коэффициент усиления (установившийся режим) получим, заменяя *p* на нуль.

$$W(p)\Big|_{p=0} = \frac{k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}.$$

Влияние коэффициента замкнутого контура

Пусть задана статическая система



По задающему воздействию в разомкнутой САУ (без ОС) изменение выходного сигнала равно

$$\Delta X_{\text{ПО ЗАД РАЗ}} = \Delta X_{\text{ЗАД}} \cdot k_1 \cdot k_2.$$

В замкнутой САУ это изменение равно

$$\Delta X_{\text{ПОЗАДЗАМ}} = \frac{\Delta X_{\text{ЗАД}} \cdot k_1 \cdot k_2}{1 + k_p},$$

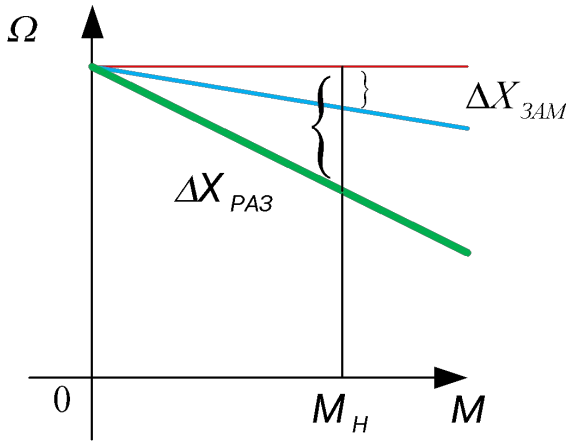
где $k_p = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3.$

По возмущающему воздействию в разомкнутой САУ изменение выходного сигнала равно

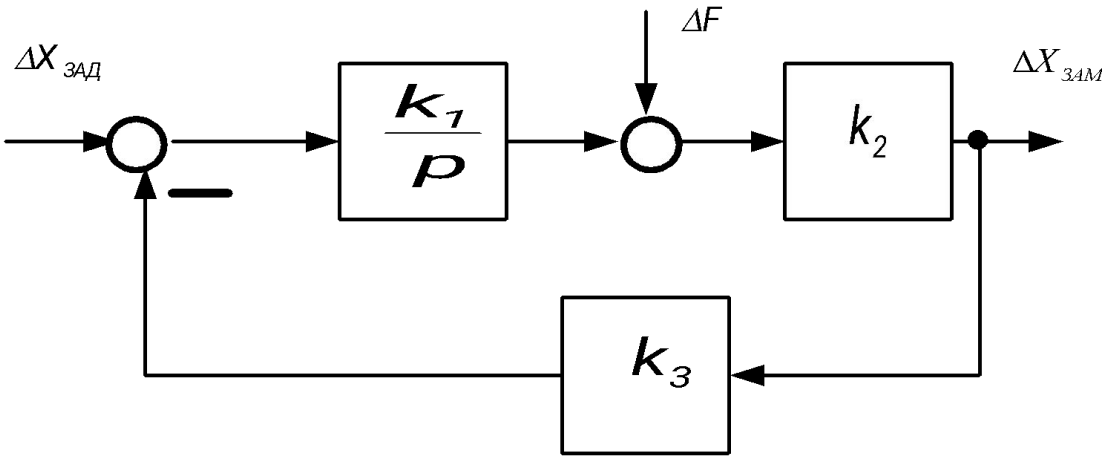
$$\Delta\tilde{O}_{\hat{A}\hat{I}\ \c{C}\grave{I}\quad \text{Ð}\grave{A}\c{C}} = \Delta F \cdot k_2.$$

В замкнутой САУ $\Delta X_{\hat{A}\hat{I}\ \c{C}\grave{I}\quad \c{C}\grave{A}\grave{I}} = \dfrac{\Delta\tilde{O}_{\hat{A}\hat{I}\ \c{C}\grave{I}\quad \text{Ð}\grave{A}\c{C}}}{1+k_p}.$

Отсюда можно сделать вывод. В замкнутой статической системе отклонение, как по задающему, так и по возмущающему воздействию в $(1 + k_P)$ раз меньше, чем в разомкнутой системе без ОС



В астатической САУ отклонение выходного сигнала по возмущающему воздействию составит



$$\Delta X_{\text{ПО ВОЗ ЗАМ}} = \frac{k_2}{1 + \frac{k_1}{p} \cdot k_2 \cdot k_3} = 0.$$