

### 3. Структурные схемы

ТАУ

# Структурные схемы, передаточные и частотные функции непрерывных линейных систем

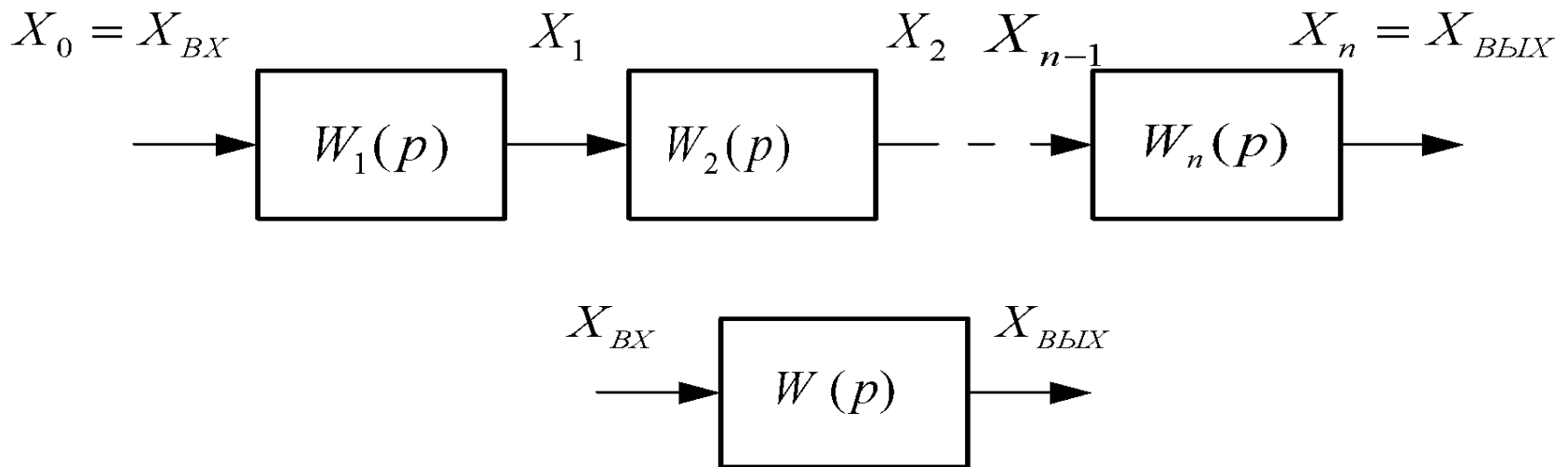
Условная схема, представленная в виде динамических типовых звеньев, определённым образом соединённых между собой, называется **структурной схемой системы**. Структурная схема используется для расчёта динамики системы.

Структурную схему составляют на основании функциональной схемы, причём вначале определяют связи, по которым сигналы могут распространяться только в одном (прямом) направлении. Звенья при этом соединяют определённым образом, указывая стрелками направление распространения сигналов. Затем находят связи обратного прохождения сигналов и также наносят их на структурную схему. После этого в схему вводят возмущающие воздействия.

Соединения звеньев бывают трёх видов:  
последовательное, параллельное согласное и параллельное встречное.

# 3.1 Последовательное соединение звеньев

Это такое соединение, когда выходная переменная каждого предыдущего звена является входным воздействием для последующего звена (и только для него одного).



Опишем эту систему

$$\begin{cases} X_1(p) = X_0(p) \cdot W_1(p), \\ X_2(p) = X_1(p) \cdot W_2(p), \\ \vdots \\ X_{n-1}(p) = X_{n-2}(p) \cdot W_{n-1}(p), \\ X_n(p) = X_{n-1}(p) \cdot W_n(p). \end{cases}$$

исключив из них все промежуточные переменные, кроме входной величины и выходной величины, получаем

Таким образом, передаточная функция системы **последовательно соединённых звеньев** равна **произведению передаточных функций отдельных звеньев**

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_{n-1}(p) \cdot W_n(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p).$$

Переходя к **АФЧХ** и подставляя  **$p=j\omega$** ,

получим:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot \dots \cdot W_n(j\omega) = \\ &= A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j\varphi_2(\omega)} \cdot \dots \cdot A_n(\omega) \cdot e^{j\varphi_n(\omega)} = \\ &= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \left[ \prod_{i=1}^n A_i(\omega) \right] \cdot e^{\sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}, \end{aligned}$$

При этом **модули комплексных коэффициентов перемножаются**, а **аргументы складываются**

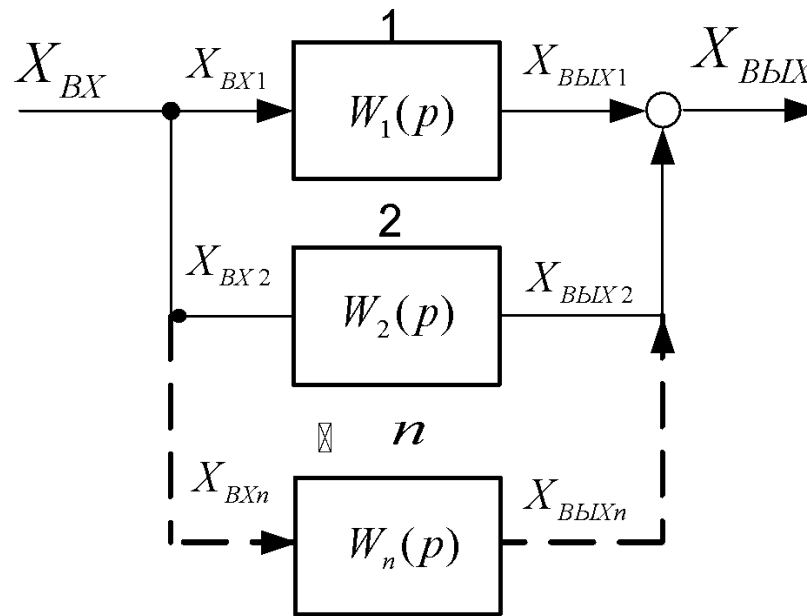
$$A(\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \dots \cdot A_n(\omega),$$
$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega).$$

При **последовательном соединении звеньев логарифмические амплитудно-частотные** (логарифм произведения равен сумме логарифмов) и **фазо-частотные** (при умножении степеней показатели складываются) **характеристики** отдельных звеньев складываются:

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + \dots + L_n(\omega).$$

При последовательном соединении минимально-фазовых звеньев полученная система также будет минимально-фазовой, т.е. её передаточная функция не будет иметь ни нулей, ни полюсов в правой полуплоскости.

## 3.2 Согласно-параллельное соединение звеньев



- Это такое соединение, когда на **вход всех звеньев** подаётся один и тот же сигнал, а **выходная переменная равна сумме выходных переменных звеньев**

Если параллельно соединяются  $n$  звеньев, то входная величина

$$x_{ВХ} = x_{ВХ1} = x_{ВХ2} = \dots = x_{ВХn},$$

а выходная величина

$$x_{ВЫХ} = \sum_{i=1}^n x_{ВЫХi}.$$

Переходя к изображениям, для передаточной функции согласно-параллельного соединения звеньев получим

$$W(p) = \frac{X_{ВЫХ}(p)}{X_{ВХ}(p)} = \sum_{i=1}^n \frac{X_{ВЫХi}(p)}{X_{ВХi}(p)} = \sum_{i=1}^n W_i(p).$$

Соответственно переходная функция

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t).$$

При **согласно-параллельном** соединении звеньев **передаточные, переходные** функции складываются.



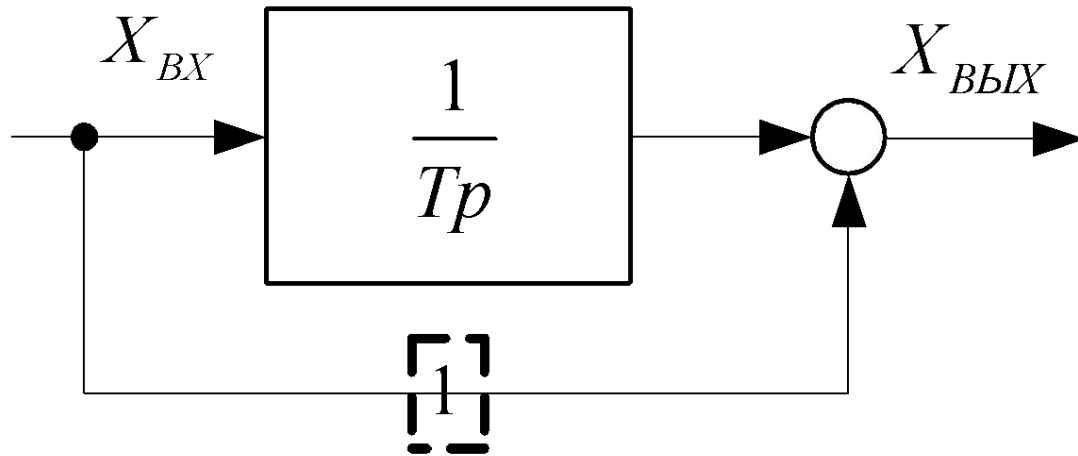
Иначе обстоит дело с условием минимальной фазы. Сумма минимально-фазовых передаточных функций может иметь нули в правой полуплоскости и, следовательно, согласно-параллельное соединение ряда минимально-фазовых звеньев может дать неминимально-фазовую систему. Наоборот, при согласно-параллельном соединении неминимально-фазовых устойчивых звеньев может получиться минимально-фазовая устойчивая система.

Переходя к АФЧХ и подставляя вместо  $p=j\omega$ , получим

$$W(j\omega) = \sum_{i=1}^n W_i(j\omega) = \sum_{i=1}^n A_i(\omega) \cdot e^{j\varphi_i(\omega)} = \frac{B^m(j\omega)}{A^n(j\omega)} = \frac{b_m \cdot \prod_{i=1}^m (j\omega - p_i)}{a_n \cdot \prod_{j=1}^n (j\omega - p_j)}.$$

- Таким образом, суммарная ЛАЧХ при согласно-параллельном соединении звеньев идёт по ЛАЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит выше; суммарная ЛФЧХ идёт по ЛФЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит выше с учётом поправок.

## Пример 1

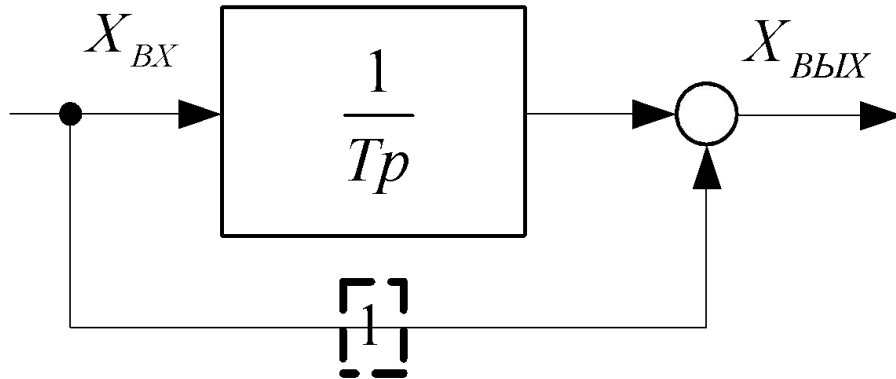


Найти суммарную передаточную функцию ?

Построить суммарную ЛАЧХ и ЛФЧХ.

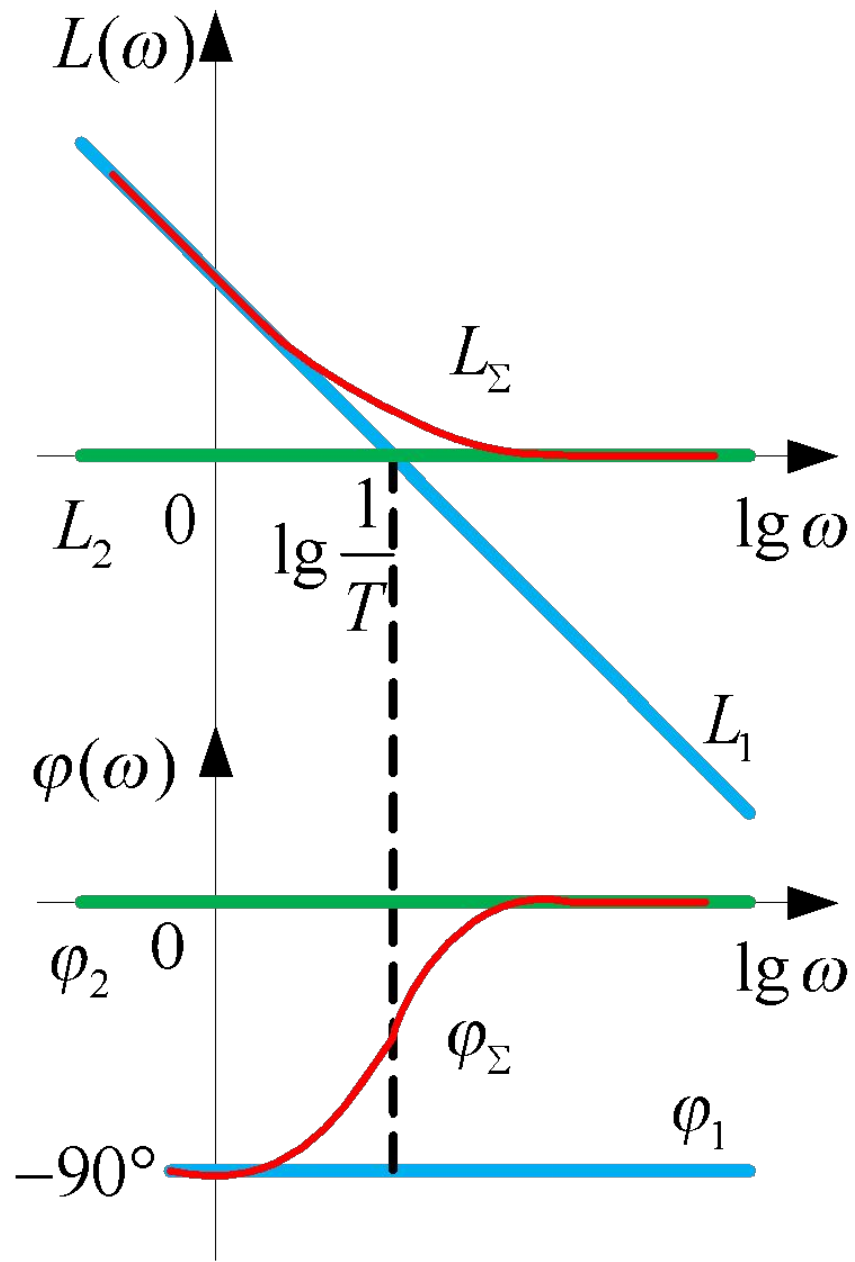
Решение:

1 – интегрирующее



2 – усилительное

$$W(p) = \frac{1}{T \cdot p} + 1 = \frac{1 + T \cdot p}{T \cdot p}$$



### 3.3 Понятие об обратных частотных характеристиках

Если есть звено с передаточной функцией  $W(p)$  и соответственно переходной функцией

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

то звено, у которого ЛАЧХ и ЛФЧХ обратные, имеет характеристики

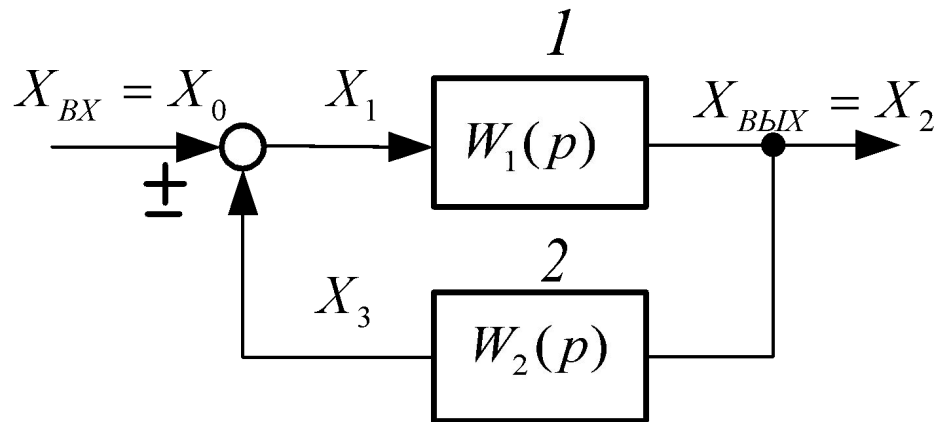
$$W^{-1}(j\omega) = \frac{1}{A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}} = A^{-1}(\omega)e^{j\varphi^{-1}(\omega)};$$

$$A^{-1}(\omega) = \frac{1}{A(\omega)}; \quad L^{-1}(\omega) = -L(\omega);$$

$$\varphi^{-1}(\omega) = -\varphi(\omega).$$

То есть **обратные ЛАЧХ** и **ЛФЧХ** являются **зеркальными отображениями** прямых **ЛАЧХ** и **ЛФЧХ** относительно оси абсцисс.

### 3.3 Встречно-параллельное соединение звеньев



Встречно-параллельным соединением двух звеньев называется такое соединение, при котором выходной сигнал первого звена подаётся на вход второго, а выходной сигнал второго звена с соответствующим знаком суммируется с общим входным сигналом и подаётся на вход первого звена. Общим выходным сигналом является выход первого звена.

Звено, в котором направление передачи сигнала совпадает с направлением передачи общего сигнала (первое звено), называется **звеном прямой связи**, а звено, в котором направление передачи сигнала противоположно направлению передачи общего сигнала (второе звено), называется **звеном обратной связи**.

Если знак сигнала обратной связи положителен, т.е. если он суммируется с общим сигналом, то обратная связь называется **положительной**.

Если знак сигнала отрицателен, т.е. он вычитается из общего сигнала, то обратная связь называется **отрицательной**.



Рассмотрим встречно-параллельное соединение на примере двух звеньев.

$$\begin{cases} X_1(p) = X_0(p) \pm X_3(p); \\ X_2(p) = X_1(p) \cdot W_1(p); \\ X_3(p) = X_2(p) \cdot W_2(p). \end{cases}$$

В системе уравнений знак «+» соответствует положительной, а знак «-» - отрицательной обратной связи.

В результате решения, получаем

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = [X_{\text{ВХ}}(p) \pm X_{\text{ВЫХ}}(p) \cdot W_2(p)] \cdot W_1(p),$$

откуда

$$W(p) = \frac{X_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(p)}{X_{\hat{A}\hat{O}}(p)} = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

Знак «-» соответствует положительной, а знак «+» - отрицательной обратной связи.

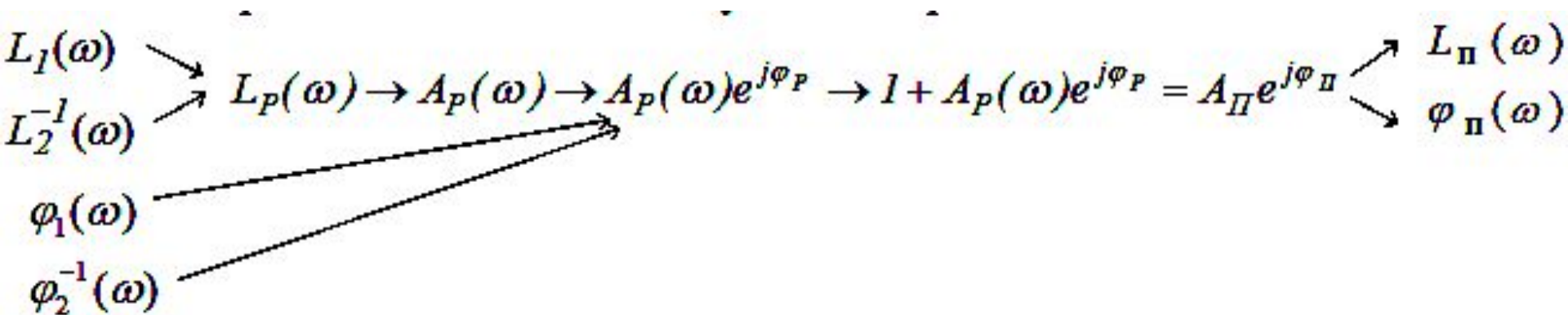
Для получения АФЧХ заменим в передаточной функции  $p$  на  $j \cdot \omega$

$$W(j \cdot \omega) = \dot{A}(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)}}{1 \boxtimes A_1(\omega) \cdot e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j\varphi_2(\omega)}} \cdot$$

Результирующая ФЧХ совпадает с характеристиками ЛАЧХ, которая проходит ниже.

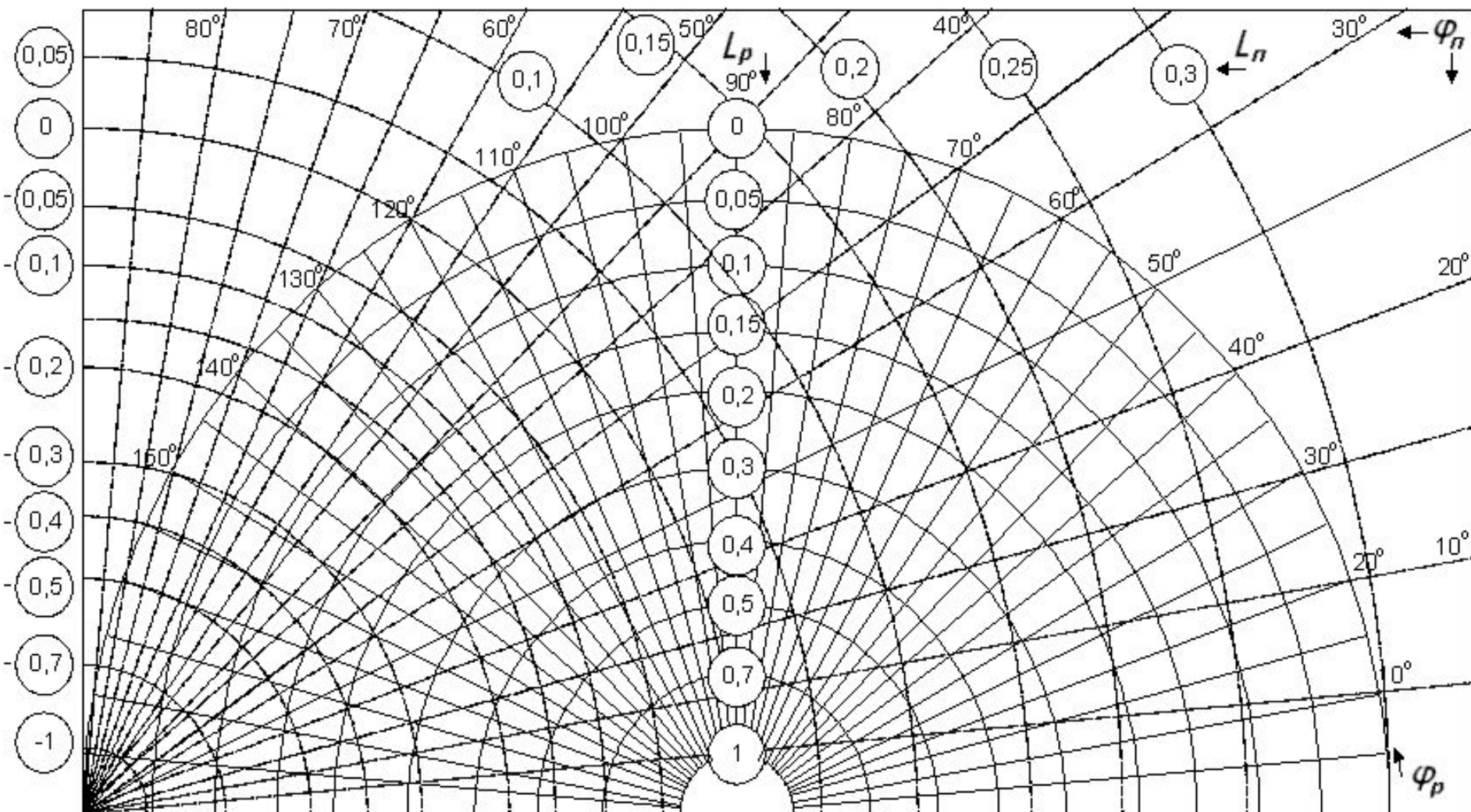
1. Таким образом, для построения характеристик **встречно-параллельного соединения** звеньев **вычерчивается ЛАЧХ звена прямого канала и обратная ЛФЧХ звена**, находящегося в цепи обратной связи. Результирующая ЛАЧХ **проходит по низам с учетом поправок.**

2. **Поправки** можно найти следующим образом:

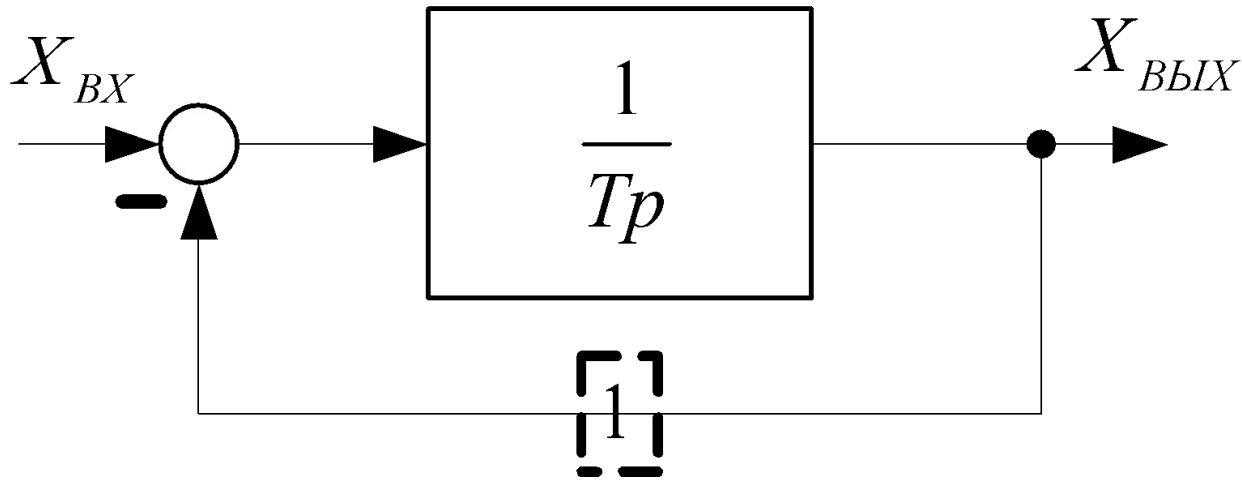


- Для более оперативного отыскания поправок, исходя из векторной диаграммы для поправочного вектора может быть построена номограмма.
- Следовательно, суммарная ЛАЧХ проходит по ЛАЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит ниже; суммарная ЛФЧХ проходит по ЛФЧХ того звена, ЛАЧХ которого лежит ниже с учётом поправок.

# Номограмма для построения ЛЧХ при встречно – параллельном соединении звеньев



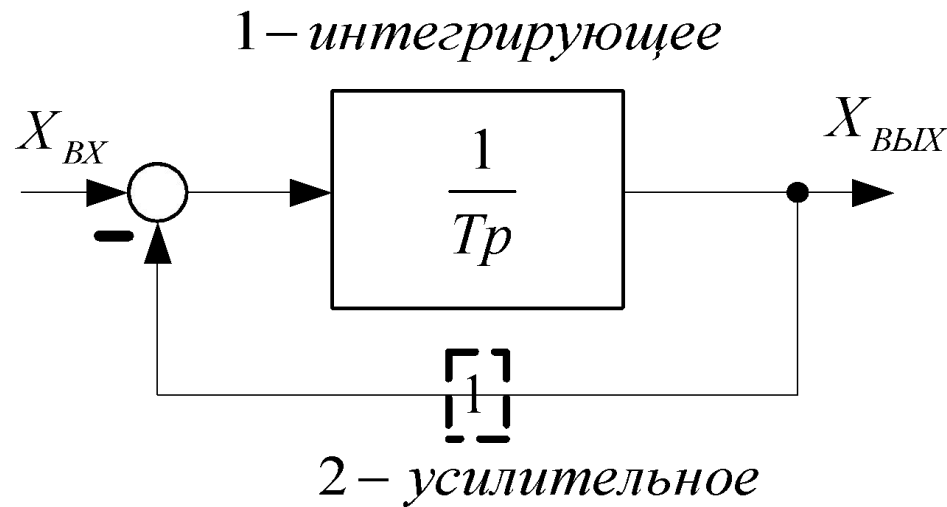
## Пример 2



Найти суммарную передаточную функцию ?

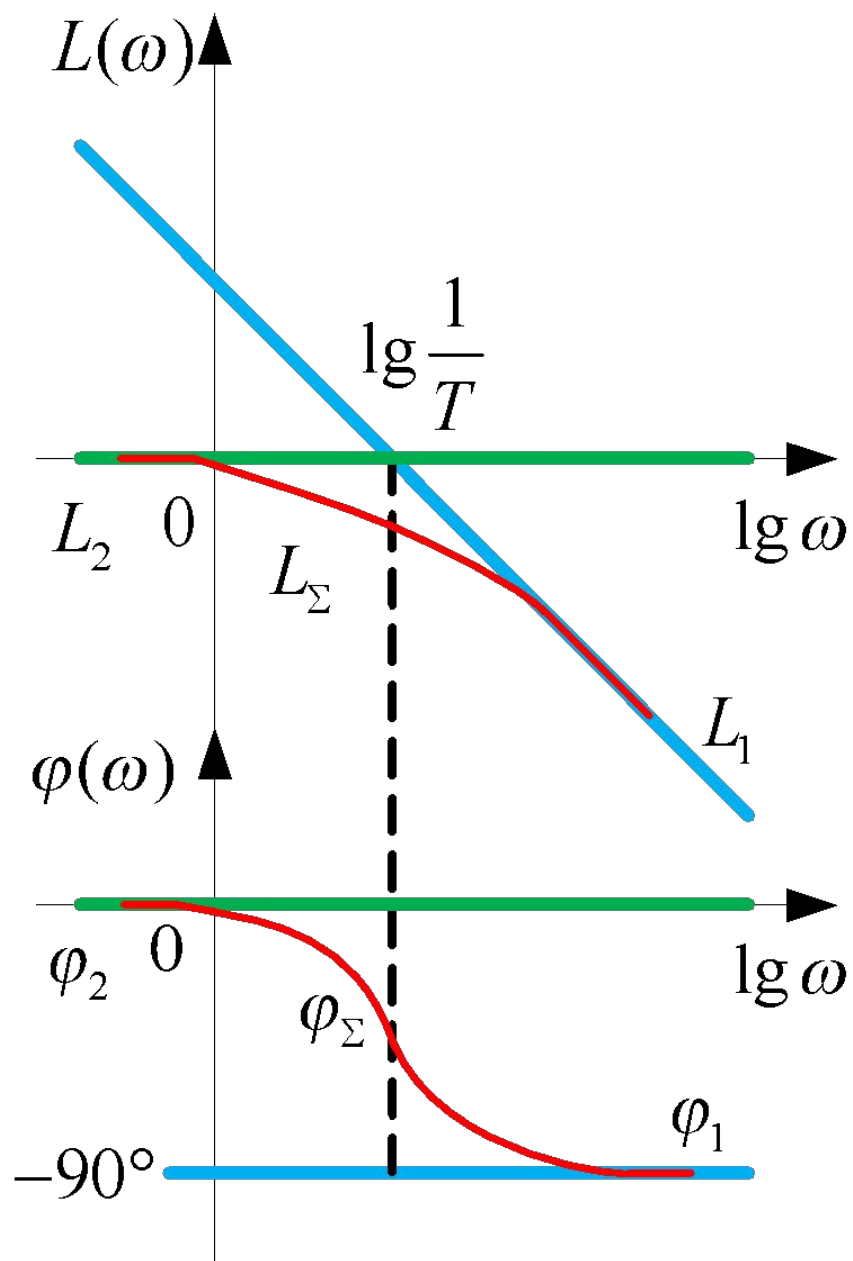
Построить суммарную ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Решение:



$$W(p) = \frac{\frac{1}{T \cdot p}}{1 + \frac{1}{T \cdot p} \cdot 1} = \frac{\frac{1}{T \cdot p}}{\frac{T \cdot p + 1}{T \cdot p}} = \frac{1}{T \cdot p + 1}.$$





4.

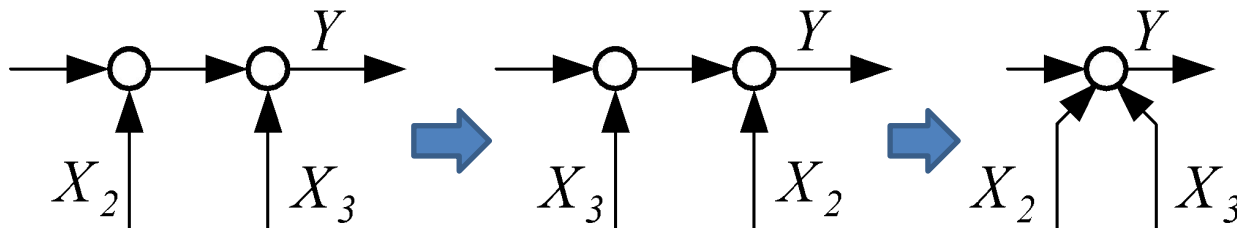
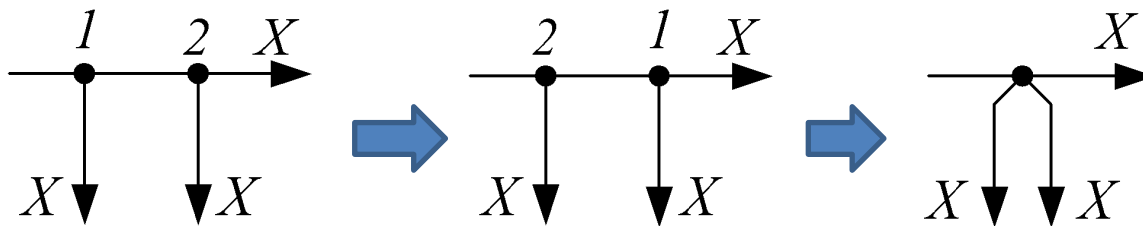
# Преобразование структурных схем

# Преобразования структурных схем

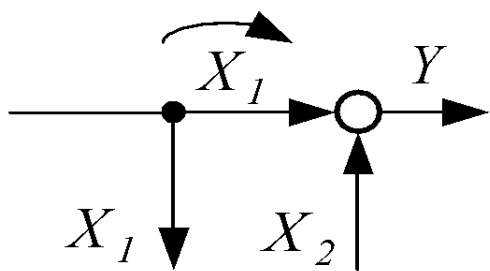
Преобразованием структурных схем называют замену одной структурной схемы другой, равноценной ей. Принцип преобразования структурных схем сводится к перестановке различных соединений элементов. Эти перестановки необходимо делать таким образом, чтобы **все входные и выходные величины преобразованного участка оставались неизменными**. В основе преобразований **линеаризованных** структурных схем лежит **принцип наложения**, известный из курса ТОЭ.


# Основные правила перестановки элементов узлов и сумматоров

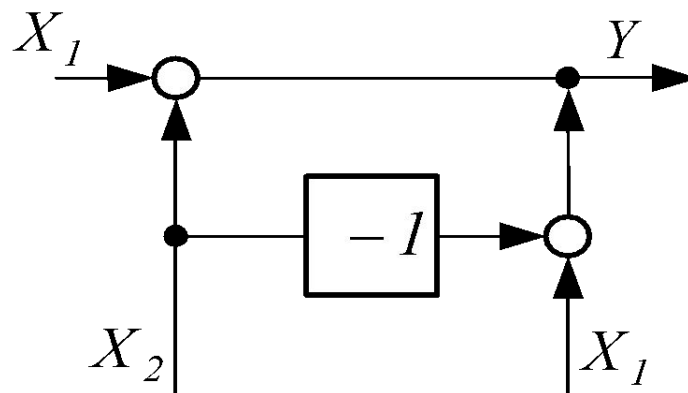
1. Два узла или два сумматора можно менять местами или объединять в один.



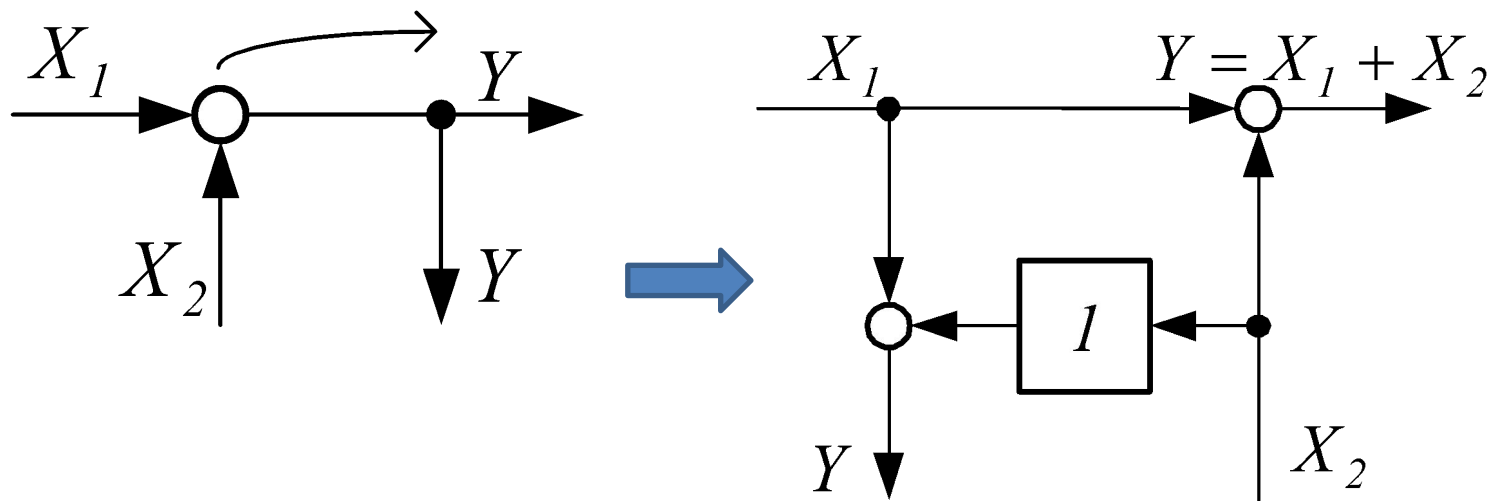
2. При переносе узла через сумматор по ходу сигнала следует добавить линию связи между боковыми ветвями, направленную по ходу сигнала и содержит звено с  $k_y = -1$ .



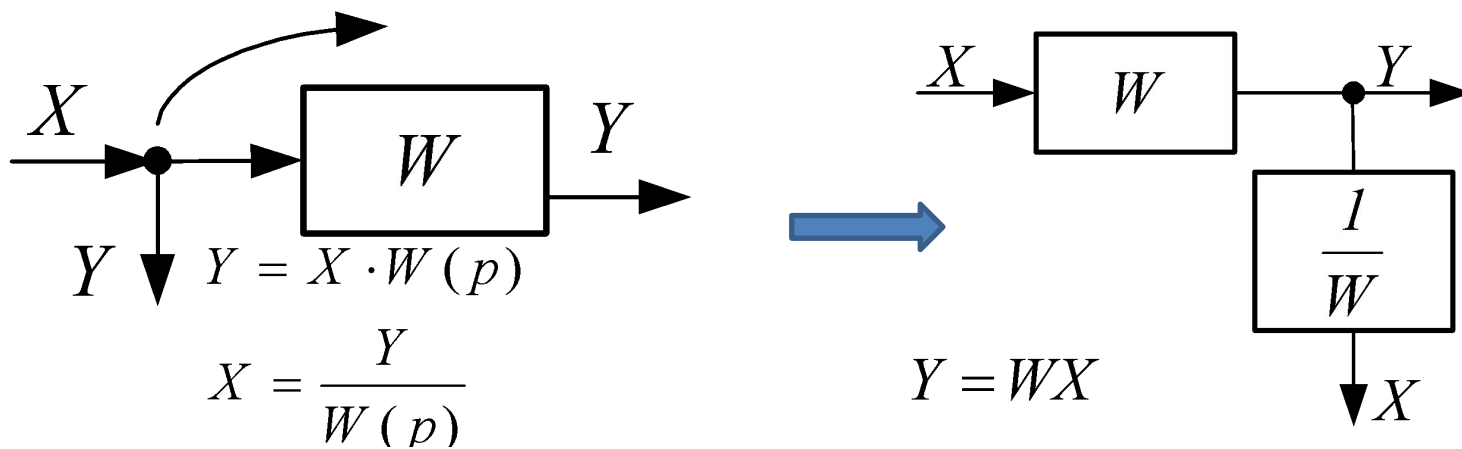
  
$$Y = X_1 + X_2$$



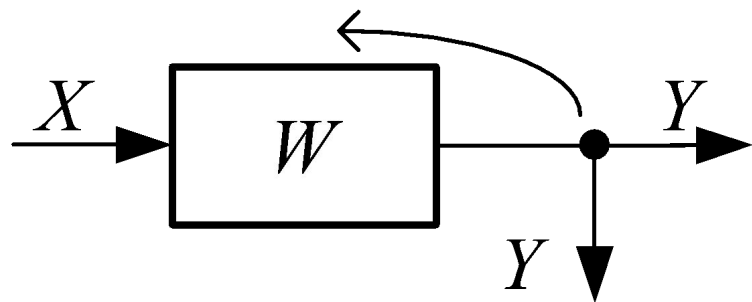
3. При переносе сумматора через узел по ходу сигнала необходимо добавить линию связи между боковыми ветвями напротив хода сигнала и содержащих звено с  $k_y = 1$ .



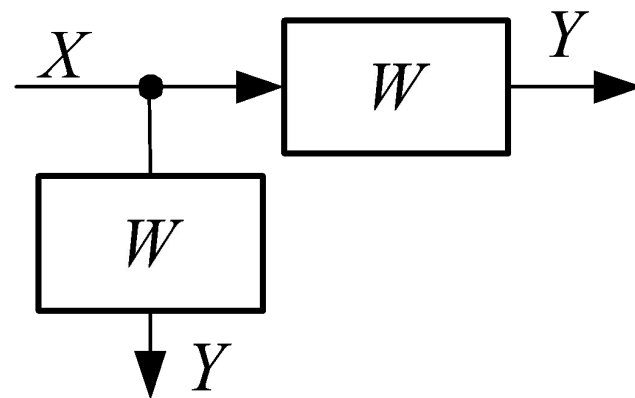
4. При переносе узла через линейное звено по ходу сигнала необходимо включить в ответвление обратное линейное звено.



5. При переносе узла через линейное звено против хода сигнала необходимо включить в ответвление такое же линейное звено.

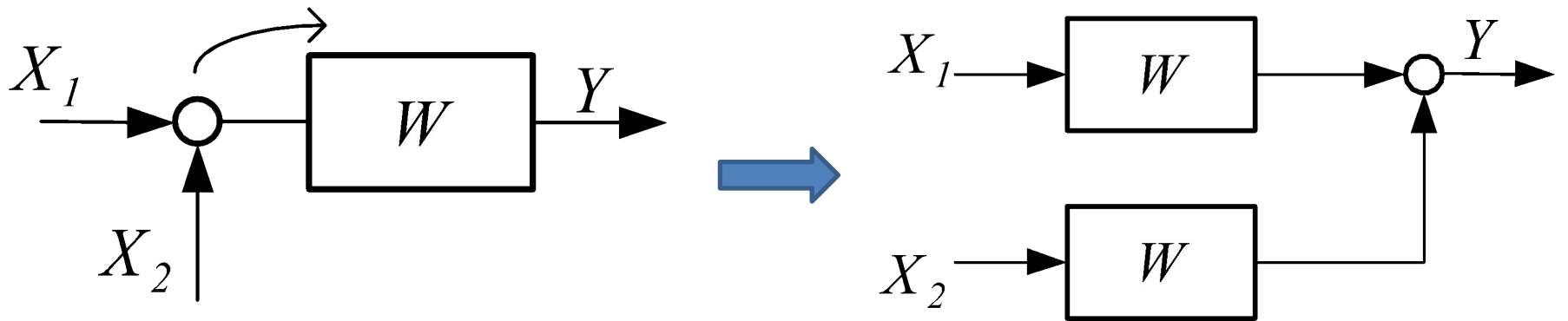


$$Y = WX$$

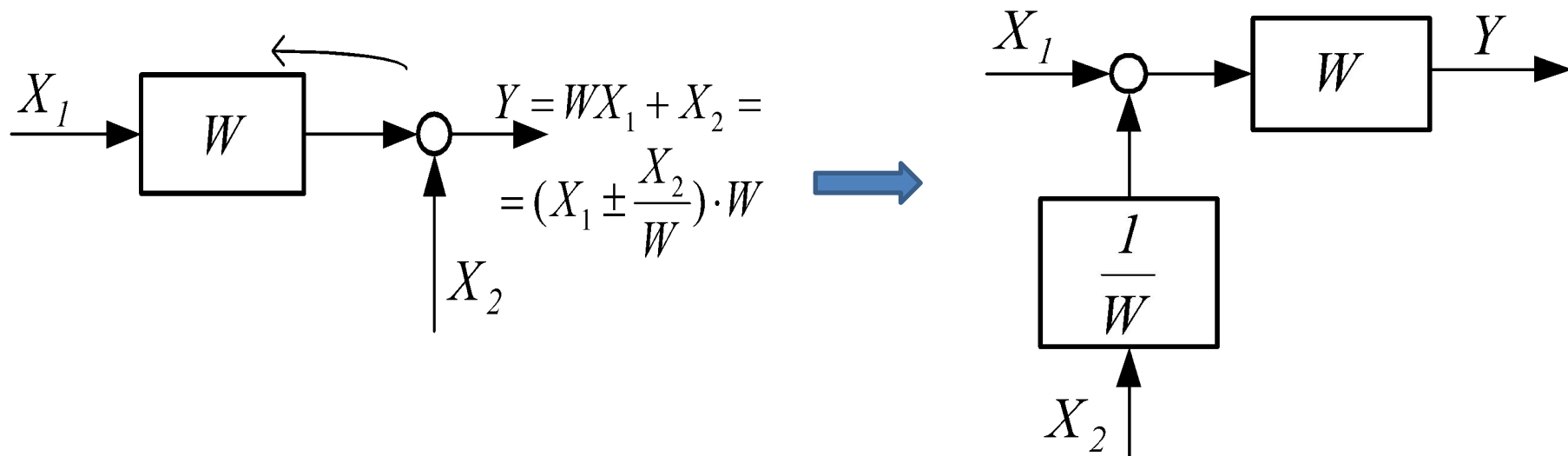




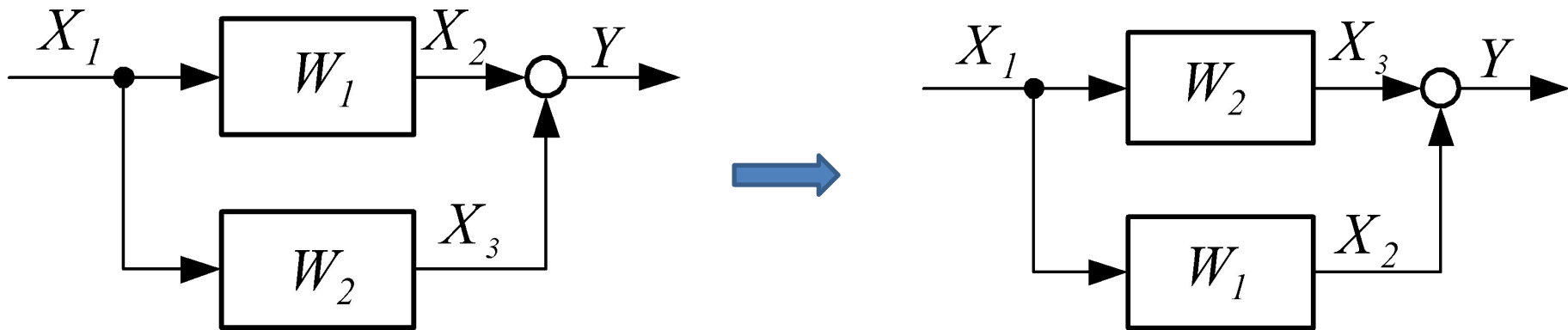
6. При переносе сумматора через линейное звено по ходу сигнала необходимо включить в линию второго хода сумматора такое же линейное звено.



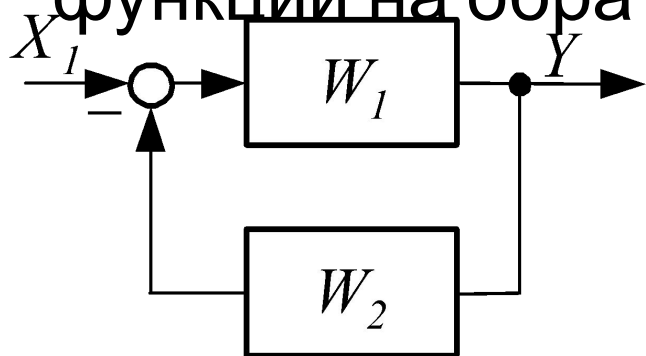
7. При переносе сумматора через линейное звено против хода сигнала необходимо включить в линию второго входа сумматора обратное линейное звено.



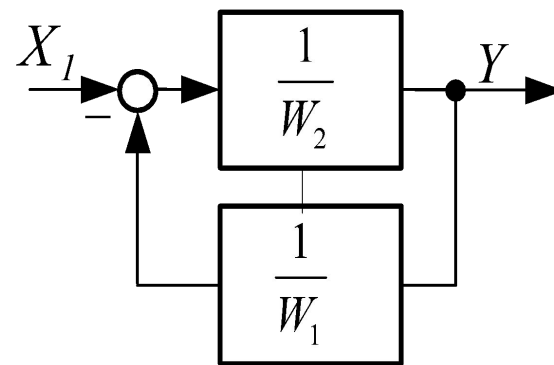
8. Ветви согласно-параллельных соединений звеньев можно менять местами.



9. При встречно-параллельном соединении звеньев звенья можно менять местами, предварительно заменив их передаточные функции на обратные.



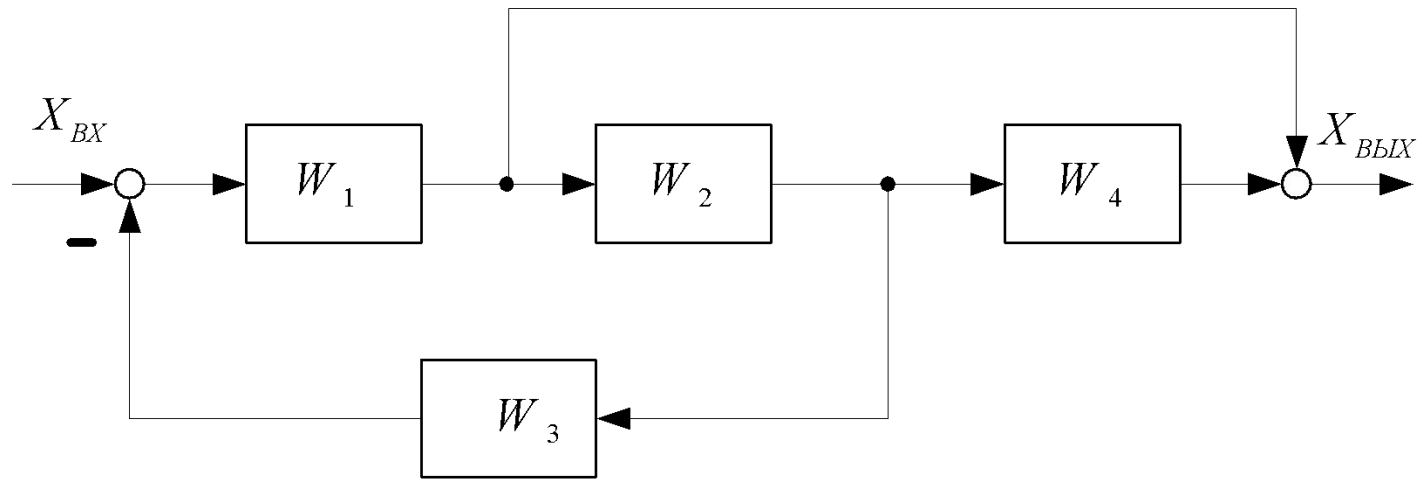
$$W = \frac{W_1}{1 + W_1 \cdot W_2};$$



$$W = \frac{\frac{1}{W_2}}{1 + \frac{1}{W_1 \cdot W_2}} = \frac{W_1}{1 + W_1 \cdot W_2}.$$

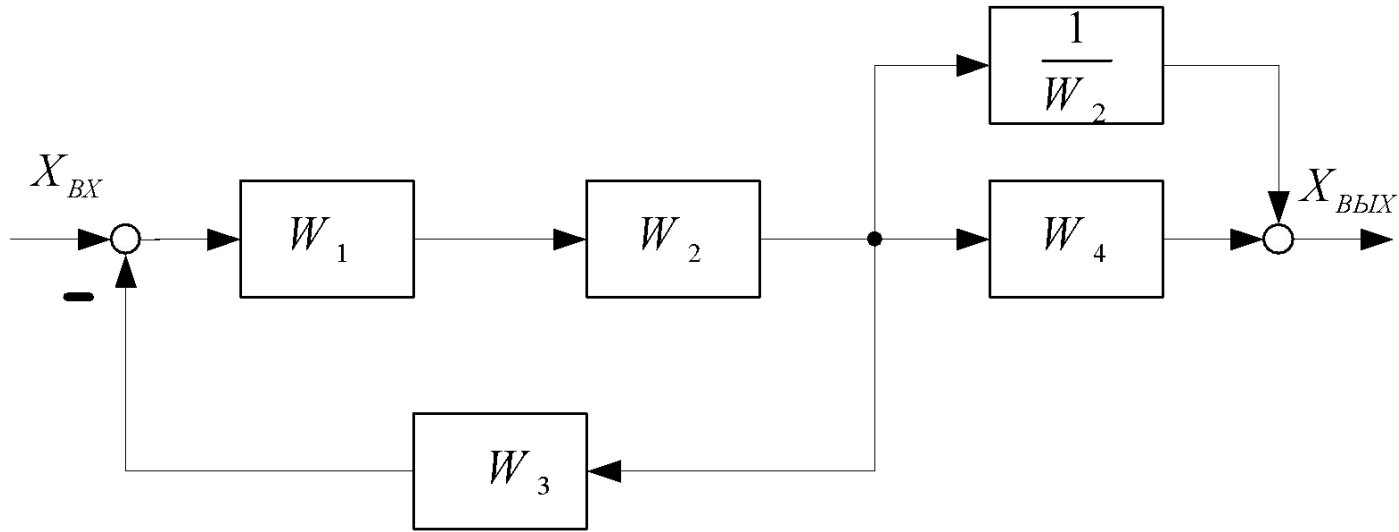
Применение приведенных правил даёт возможность производить самые различные преобразования структурных схем.

Пример.



Найти  $W_{\Sigma}$ ?

Решение:



$$W_{1-3} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3}; \quad W_{2-4} = \frac{1}{W_2} + W_4 = \frac{1 + W_2 \cdot W_4}{W_2};$$

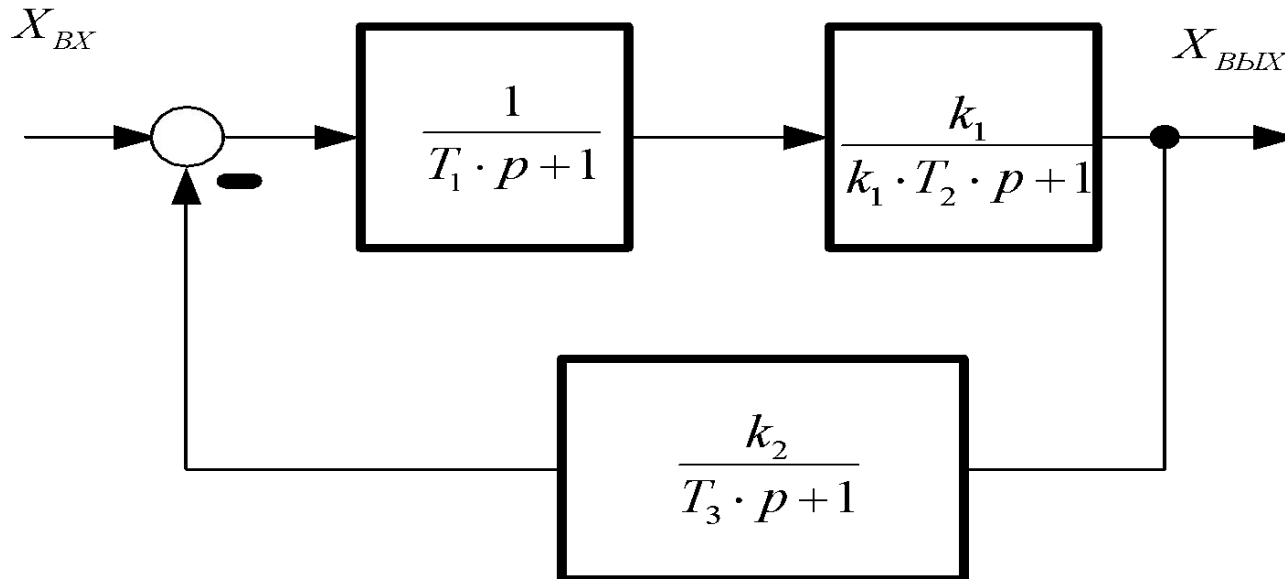
$$W_{\Sigma} = W_{1-3} \cdot W_{2-4} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3} \cdot \frac{1 + W_2 \cdot W_4}{W_2}.$$

# *Передаточная функция в установившемся режиме*

- Структурная схема для установившегося режима составляется на основе уравнений элементов САУ в статике или на основе линеаризованной структурной схемы САУ формальным путём приравнивания оператора  $p$  к нулю.

# Пример

Дана структурная схема САУ.  
Вычислить общий коэффициент усиления  
(передаточную функцию в  
установившемся режиме).





- Поведение системы в **переходном процессе (в динамике)** происходит в соответствии **передаточной функцией**

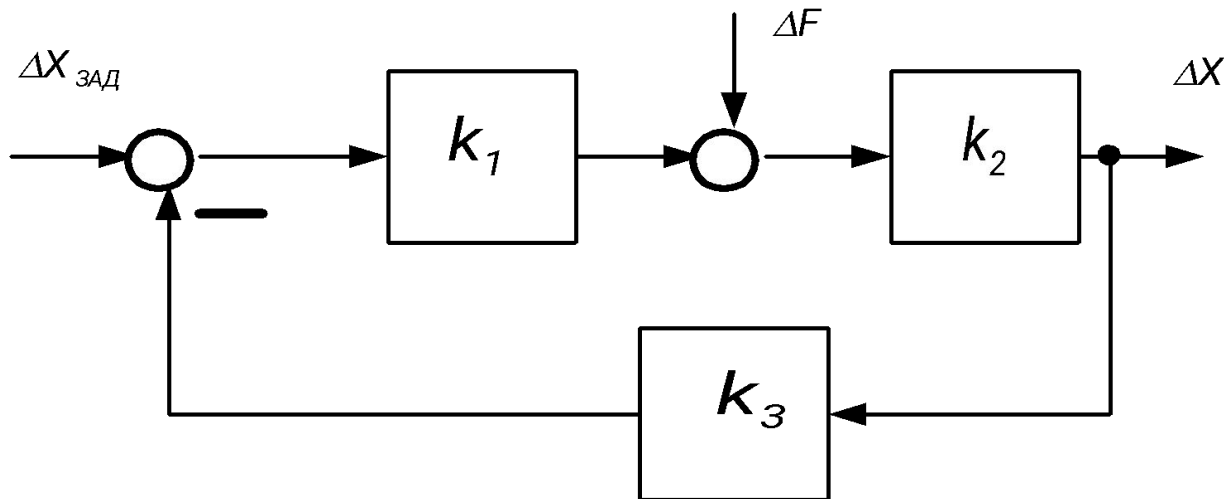
$$W(p) = \frac{\frac{1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_1}{k_1 \cdot T_2 \cdot p + 1}}{1 + \frac{1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_1}{k_1 \cdot T_2 \cdot p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_3 \cdot p + 1}}.$$

- Общий **коэффициент усиления (установившийся режим)** получим, заменяя  $p$  на нуль.

$$W(p) \Big|_{p=0} = \frac{k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}.$$

## Влияние коэффициента замкнутого контура

Пусть задана статическая система



По задающему воздействию в разомкнутой САУ (без ОС) изменение выходного сигнала равно

$$\Delta X_{\text{ПО ЗАД РАЗ}} = \Delta X_{\text{ЗАД}} \cdot k_1 \cdot k_2.$$

В замкнутой САУ это изменение равно

$$\Delta X_{\text{ПОЗАДЗАМ}} = \frac{\Delta X_{\text{ЗАД}} \cdot k_1 \cdot k_2}{1 + k_p},$$

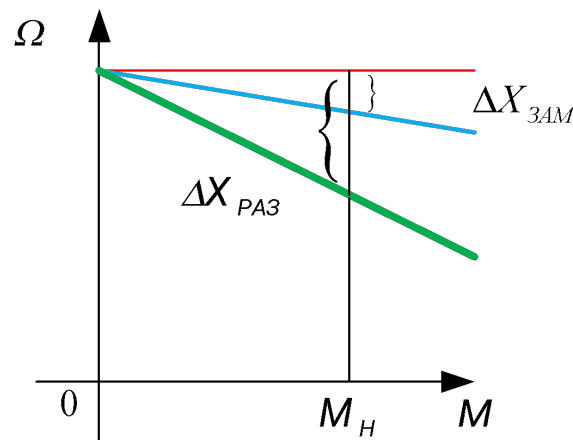
где  $k_p = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$ .

По возмущающему воздействию в разомкнутой САУ изменение выходного сигнала равно

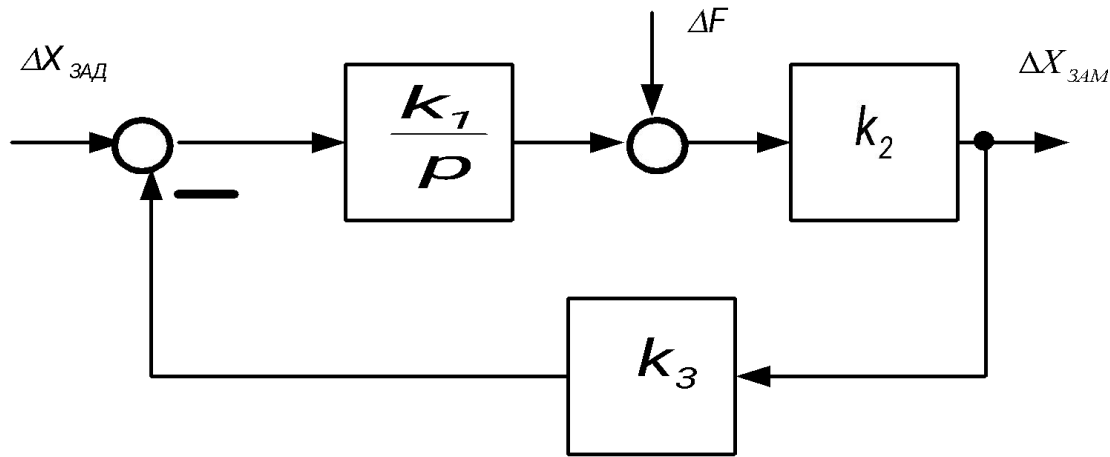
$$\Delta \tilde{O}_{\hat{A} \hat{C} \hat{D} \hat{C}} = \Delta F \cdot k_2.$$

В замкнутой САУ  $\Delta X_{\hat{A} \hat{C} \hat{D} \hat{C}} = \frac{\Delta \tilde{O}_{\hat{A} \hat{C} \hat{D} \hat{C}}}{1 + k_p}$ .

Отсюда можно сделать вывод. В замкнутой статической системе отклонение, как по задающему, так и по возмущающему воздействию в  $(1 + k_p)$  раз меньше, чем в разомкнутой системе без ОС



В **астатической** САУ отклонение выходного сигнала по возмущающему воздействию составит



$$\Delta X_{\text{по воз зам}} = \frac{k_2}{1 + \frac{k_1}{p} \cdot k_2 \cdot k_3} = 0.$$