

Анализ уравнений регрессии с помощью двумерных сечений поверхностей отклика

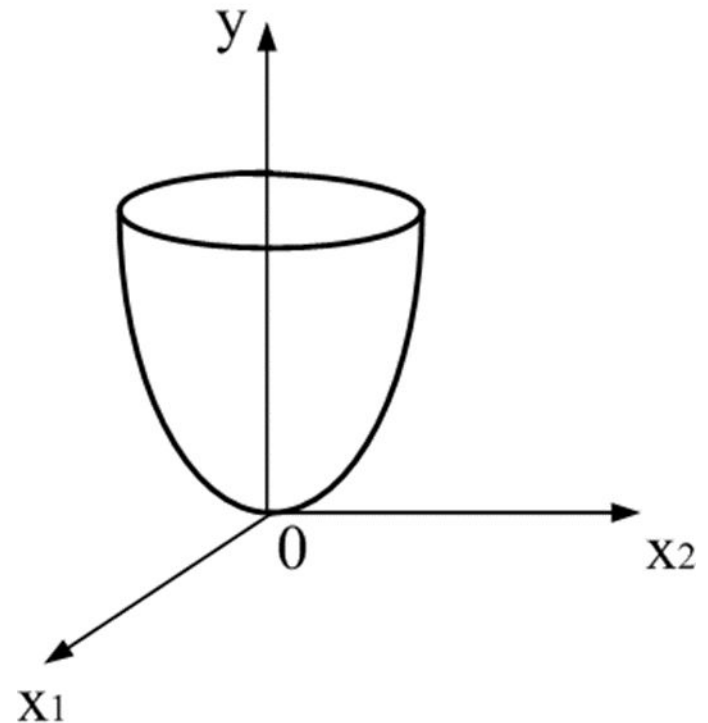
Уравнения регрессии, как правило, состоят из большого числа слагаемых, и в случае для двух и более факторов выявить характер влияния факторов на критерий оптимизации достаточно сложно. Эта задача решается с помощью *поверхностей отклика*, представляющих собой графическое отображение уравнения регрессии и наглядно показывающих характер влияния факторов на критерий оптимизации.

Если при проведении исследования варьировали два фактора, то график функции – это какая-либо объемная фигура. Например, для уравнения регрессии первого порядка для двух факторов поверхность отклика выглядит как плоскость. Объемное изображение, особенно если уравнение не первого, а второго и более высокого порядка более трудно проанализировать. В этом случае применяется методика построения двумерных сечений поверхности отклика.

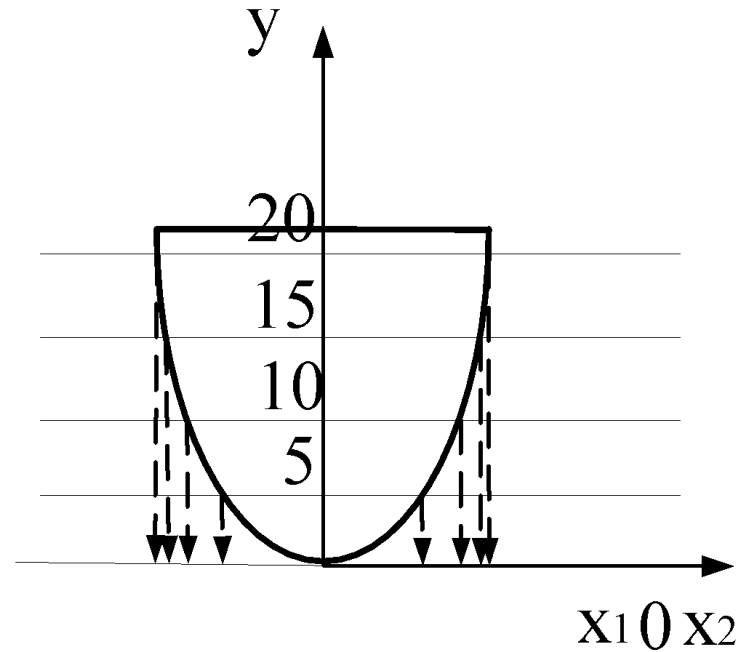
Суть методики в следующем. Объемная поверхность отклика рассекается плоскостями, параллельными какой-либо плоскости, с равным шагом по (y). Полученные линии пересечения поверхности отклика функции и секущих плоскостей проектируем на плоскость.

Рассмотрим уравнение вида: $y = x_1^2 + x_2^2$

График этой функции представляет собой гиперболоид вращения.

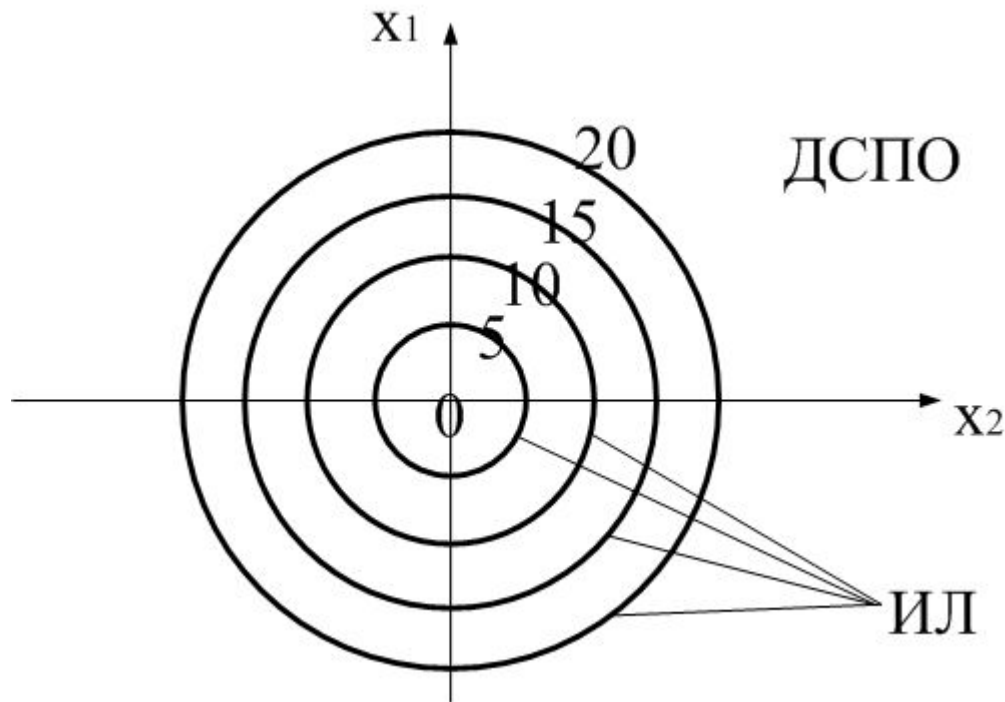


Если на полученную объемную фигуру посмотреть с уровня плоскости x_1Ox_2 , получим:



Это поверхность отклика функции $y = x_1^2 + x_2^2$.

Полученные линии пересечения плоскостей и фигуры проектируют на плоскость x_1Ox_2 . Вид сверху на проекцию будет следующий:



ДСПО – двумерное
сечение поверхности
отклика

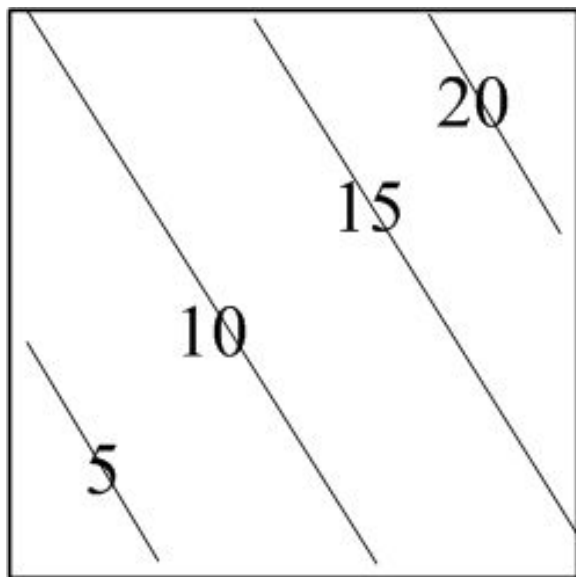
ИЛ – изолинии

Полученные проекции представляют собой **линии
равного уровня - изолинии**. Каждой точке на изолинии
соответствует одно и то же значение критерия
оптимизации (y).

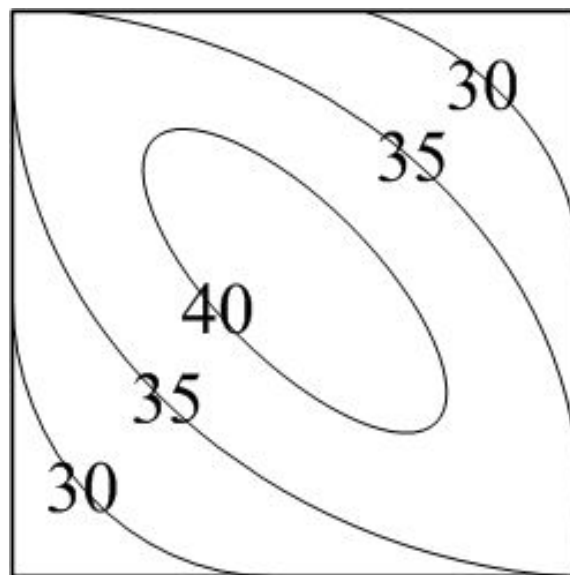
Пример:

При использовании в плане эксперимента трех факторов поверхность отклика графически для уравнения регрессии с тремя факторами отобразить невозможно, т.к. для критерия оптимизации необходимо четвертое измерение. Для анализа влияния факторов на критерий оптимизации поступают следующим образом: фиксируют значение одного из факторов последовательно на минимальном, нулевом и максимальном уровнях и строят двумерные сечения по соответствующим двум осям. Из каждого изображения можно выяснить характер влияния двух факторов на значения критерия оптимизации, влияние третьего выявляется путем сопоставления всех трех

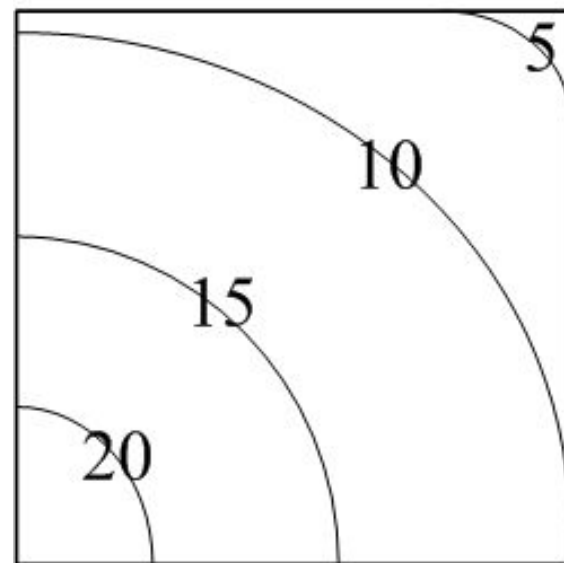
В пакете Microsoft EXCEL для построения двумерных сечений поверхностей отклика применяют матрицы данных, получаемые из *таблиц подстановки*.



$X_3 = -1$



$X_3 = 0$



$X_3 = 1$

Анализ выполняется следующим образом. Во-первых, последовательно рассмотрим все 3 изображения.

а) *при* $X3 = -1$ увеличение фактора x_1 приводит к увеличению значений показателя качества от 5 до 20 и больше, но до 25–30 не доходит, поскольку таких изолиний на этом изображении нет.

С увеличением x_2 значения y будут увеличиваться. При движении вдоль оси x_1 пересекается большее количество изолиний, т.е. изменение x_1 приводит к более резкому изменению y .

б) *при* $X3 = 0$ анализ поверхности отклика показывает, что с увеличением x_1 значения y сначала увеличиваются (до значений более 40), а затем уменьшаются. По прежнему изменение x_1 приводит к более резкому изменению y .

в) *при* $X3 = 1$ увеличение фактора x_1 приводит к уменьшению y , так же как и увеличение x_2 . Степень влияния факторов остается прежней (x_1 влияет больше).

г) необходимо оценить влияние фактора x_3 . Оценка ведется путем сопоставления всех трех изображений.

Таким образом увеличение x_3 приводит сначала к росту значений y , а затем к их снижению.

Построение двумерных сечений – это графическое отображение полученных уравнений регрессии. Эти сечения позволяют оценить степень влияния каждого фактора на показатель качества, в том числе оценить ориентировочно оптимальное сочетание факторов.

В нашем примере это зона 40 и выше; 45 получить невозможно, т.к. в зоне 40 должна была быть хотя бы точка 45.

Контрольные вопросы к Л.р. №5

АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДВУМЕРНЫХ СЕЧЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА

1. Планы второго порядка. Матрицы планов Бокса-Хантера, Кифера, Коно, Бокса. Размещение экспериментальных точек в факторном пространстве.
2. Методика построения двумерных сечений поверхности отклика уравнения регрессии.
3. Создание матрицы исходных данных для построения трехмерных диаграмм. Построение и форматирование диаграмм.
4. Провести анализ направленности и степени влияния факторов на критерий оптимизации с использованием двумерных сечений поверхности отклика уравнения регрессии.