

Выпросился остаться одну ночку;
от одной ночки две ночки; от двух
ночек две недели; от двух месяцев
два года; а от двух годов жил
тридцать лет.

Народная присказка



14 апреля 2018 года
Деркач Д.В., АГПУ



Математическая индукция

Пусть дана последовательность пронумерованных утверждений:

$УТВ_1, УТВ_2, УТВ_3, \dots, УТВ_k, УТВ_{k+1}, \dots$

(конечная или бесконечная). Мы сможем доказать все эти утверждения, если докажем, что:

- 1) **$УТВ_1$** — истинно;
- 2) Если истинно **$УТВ_k$** , то истинно и **$УТВ_{k+1}$** (для любого натурального номера k).

Действительно, в этом случае истинно первое утверждение (п.1), тогда по п.2 истинно и второе, а значит, и третье, и т.д.



Математическая индукция

Этот метод доказательства последовательности утверждений называется **методом математической индукции**.

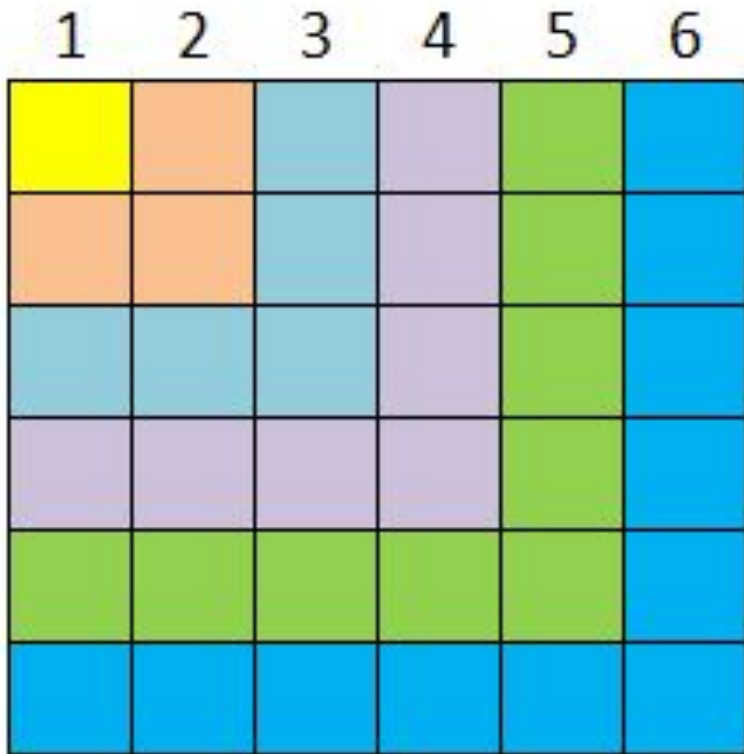
Он состоит из двух этапов. Первый этап называется **база индукции**, а второй — **переход индукции** или **шаг индукции**



1

Сумма первых n нечетных чисел равна n^2 .
Доказать это утверждение с помощью
математической индукции





$$1^2 = 1$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$4 + 5 = 9 = 3^2$$

$$9 + 7 = 16 = 4^2$$

$$16 + 9 = 25 = 5^2$$

$$25 + 11 = 36 = 6^2$$

2

Найти формулу суммы первых n натуральных чисел, доказать ее.



4

Для произвольного натурального n и вещественного $x > -1$ докажите неравенство Бернулли:

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$



5

Найти формулу суммы кубов первых n натуральных чисел, доказать ее.



Домашнее задание

1) Методом математической индукции доказать неравенство ($n \in N$):

$$2^n > n$$

2) Методом математической индукции доказать равенство ($n \in N$)

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$



Источники

1. Малый мехмат МГУ:
<http://mmmf.msu.ru/archive/20102011/z8/10.html>
2. Спивак А.В. Арифметика. – М.: Бюро-Квантум, 2007

