

Определитель 2 порядка

РАССМОТРИМ СИСТЕМУ 2 – х УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ
НЕИЗВЕСТНЫМИ



$$\left[\begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{array} \right.$$

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$, - некоторые числа,
 x, y - неизвестные

Составим из коэффициентов системы
прямоугольную таблицу вида

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} \end{pmatrix}$$

МАТРИЦА - ЛЮБАЯ
ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ТАБЛИЦА,
СОСТАВЛЕННУЮ ИЗ ЧИСЕЛ a_{ij}

Определителем второго порядка *или* детерминантом,
соответствующим матрице назовем число **D** такое,
что

$$\mathbf{Det}(A) = \Delta = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} \end{vmatrix} = \mathbf{a}_{11}\mathbf{a}_{22} - \mathbf{a}_{21}\mathbf{a}_{12}$$

Вычислить определители

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} = 2 * 6 - 5 * 8 = -28$$

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ -5 & -4 \end{vmatrix} = -69$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} = -12$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = -28$$

Дана система уравнений



$$\begin{cases} 2x+4y=3 \\ 8x - y=6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Составить матрицу системы и} \\ \text{вычислить определитель} \end{array}$$

РЕШЕНИЕ

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -1 \end{vmatrix} = 2 * (-1) - 8 * 4 = -34$$

Свойства определителей



1. Определитель не меняется при транспонировании, т.е. если поменять местами столбцы и строки

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 14; \quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 14;$$

2. Если одна из строк определителя состоит из нулей, то определитель равен нулю.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

3. Если в определителе переставить две строки или два столбца, то определитель поменяет знак.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}$$



$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 42$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = -42$$


4. Определитель, содержащий две одинаковые строки или столбцы, равен нулю.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

5. Если все элементы некоторой строки определителя умножить на некоторое число k , то сам определитель умножится на k .

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11}k & a_{12}k \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = k\Delta$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 42$$


$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 * 4 & -5 \\ 3 * 2 & 8 \end{vmatrix} = 126 = 3 * 42$$

6. Определитель, содержащий две пропорциональные строки, равен нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ ka_{11} & ka_{12} \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 8 & -10 \end{vmatrix} = -40 + 40 = 0$$

7. Определитель не меняется, если к элементам одной из его строк прибавляются соответствующие элементы другой строки, умноженные на одно и то же число

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} + a_{12}k & a_{12} \\ a_{21} + a_{22}k & a_{22} \end{vmatrix}$$



$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 4; \quad \Delta = \begin{vmatrix} 4 + 1 * 2 & 1 \\ 8 + 3 * 2 & 3 \end{vmatrix} = 4$$

8. Если все элементы одной строки (или одного столбца) содержат общий множитель, то этот множитель можно вынести за знак определителя:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 10 \end{vmatrix} = -5$$

$$\Delta = 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 * (2 - 3) = -5$$

Решить уравнения



$$1). \quad x^2 + \begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$2). \quad x^2 + \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ x & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$$3). \quad \begin{vmatrix} 3 & 15-x^2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 4 & x \end{vmatrix}$$

$$4). \quad \begin{vmatrix} x^2-3 & 5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5x & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} - 7x \cdot \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

Сверить ответы



1. Ответ: $-5; 3$
2. Ответ: $-4; 5$
3. Ответ: $5; 4$
4. Ответ: $-1; -2$

Применение

Решение системы уравнений



$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$Det(A) = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$x = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}; \quad y = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

Решить систему

1.
$$\begin{cases} 10X+10Y=280, \\ 5X+2Y=128 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} X+2Y=4 \quad , \\ 5X+2Y=30 \end{cases}$$

Домашнее задание



1. СОСТАВИТЬ И НАЙТИ ЛЮБОЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ И НА ЕГО ПРИМЕРЕ ПРОВЕРИТЬ ВСЕ СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ
2. РЕШИТЬ СИСТЕМУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

$$5X+2Y=30$$

$$3X + 4Y = -3$$