# АЛГОРИТМЫ СОРТИРОВКИ И ПОНЯТИЕ АНАЛИЗА АЛГОРИТМОВ

# АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ

- Анализ алгоритмов заключается в определении требуемых для его выполнения ресурсов.
- Примеры ресурсов: память, необходимое аппаратное обеспечение, пропускная способность сети, время выполнения.

# ВРЕМЯ РАБОТЫ АЛГОРИТМА

- Время работы программы обычно представляется в виде функции от размера входных данных.
- Время работы алгоритма для некоторых входных данных – это количество элементарных операций или шагов, которые необходимо выполнить.

# СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ РАЗМЕРА ВХОДНЫХ ДАННЫХ

- Размер входных данных измеряется по-разному в зависимости от задачи:
  - В сортировках массива – это число элементов массива,
  - В алгоритмах на графах – это может быть несколько чисел (число вершин и число ребер графа),
  - В перемножении целых чисел – число битов, необходимых для представления входных данных в двоичных обозначениях.

# СОРТИРОВКА ВСТАВКАМИ (1)

- Вход алгоритма – массив из n чисел A[1..n]

```
Insertion_sort(A)
    for j:= 2 to length[A]
        do key := A[j]
            //вставка элемента A[j] в отсортированную послед-ть A[1..j-1]:
          i := j – 1
            while i > 0 и A[i] > key
            do A[i+1] := A[i]
                i := i – 1
       A[i+1] := key
```

# СОРТИРОВКА ВСТАВКАМИ (2)

```
Insertion_sort(A)
    for j:= 2 to length[A]                                  число инструкций:  n          время 1 инстр.:  c1
        do key := A[j]                                      число инструкций:  n-1        время 1 инстр.:  c2
           //вставка элемента A[j] в отсортированную послед-ть A[1..j-1]:
           i := j - 1                                       число инструкций:  n-1        время 1 инстр.:  c3
           while i > 0 и A[i] > key                         число инструкций:  ∑_{j=2}^{n} tj      время 1 инстр.: c4
                 do A[i+1] := A[i]                          число инструкций:  ∑_{j=2}^{n} (tj − 1)  время 1 инстр.: c5
                    i := i - 1                              число инструкций:  ∑_{j=2}^{n} (tj − 1)  время 1 инстр.: c6
           A[i+1] := key                                    число инструкций:  n-1        время 1 инстр.:  c2
```

время работы алгоритма T(n) = ?

# СОРТИРОВКА ВСТАВКАМИ (3)

```
Insertion_sort(A)
    for j:= 2 to length[A]                          число инструкций:  n          время 1 инстр.:  c1
      do key := A[j]                                число инструкций:  n-1        время 1 инстр.:  c2
         //вставка элемента A[j] в отсортированную послед-ть A[1..j-1]:
         i := j – 1                                 число инструкций:  n-1        время 1 инстр.:  c3
         while i > 0 и A[i] > key                   число инструкций:  ∑_{j=2}^{n} tj   время 1 инстр.: c4
                  do A[i+1] := A[i]                 число инструкций:  ∑_{j=2}^{n} (tj – 1)   время 1 инстр.: c5
                     i := i – 1                     число инструкций:  ∑_{j=2}^{n} (tj – 1)   время 1 инстр.: c6
               A[i+1] := key                        число инструкций:  n-1        время 1 инстр.:  c2
```

время работы алгоритма (в худшем и среднем случаях) $T(n) = an^2 + bn + c = O(n^2)$ // O - временная сложность алгоритм
в благоприятном случае $T(n) = O(n)$

# МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ “РАЗБИВАЙ И ВЛАСТВУЙ”

- 1 **этап**: **Разделение**. Сложная задача разбивается на несколько более простых (которые подобны исходной задаче, но имеют меньший объем).
- 2 **этап**. **Властвование**. Рекурсивное решение вспомогательных задач. Когда объем подзадачи достаточно мал, то она решается непосредственно.
- 3 **этап**. **Комбинирование**. Решение исходной задачи из решений вспомогательных задач.

# СОРТИРОВКА СЛИЯНИЕМ (1)

- Разделение: сортируемая последовательность, состоящая из n элементов, разбивается на две меньшие последовательности, каждая из которых содержит n/2 элементов.

- Властвование: сортировка обеих вспомогательных последовательностей методом слияния.

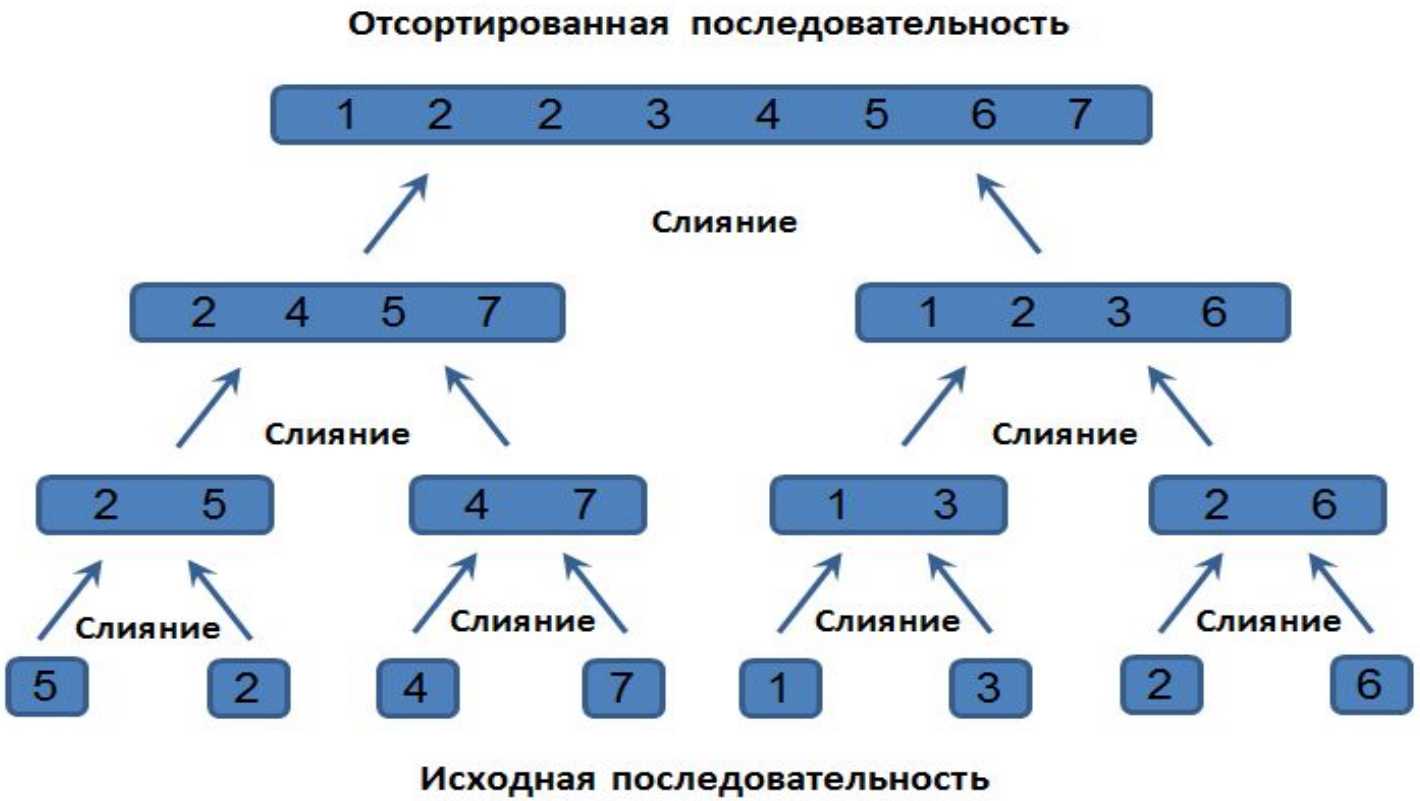
- Комбинирование: слияние двух отсортированных последовательностей для получения окончательного результата.

# **СОРТИРОВКА СЛИЯНИЕМ** (2)

- Merge_sort(A, p, r)  // сортировка элементов в подмассиве A[p, q]

```
if (p < r)
    then q := [(p+r) / 2]
        Merge_sort(A, p, q)
        Merge_sort(A, q+1, r)
        Merge(A, p, q, r)        // слияние двух отсортированных подмассивов
```

# СОРТИРОВКА СЛИЯНИЕМ (3)



# СОРТИРОВКА СЛИЯНИЕМ (4)

Merge_sort (A, p, q, r)  //Слияние двух упорядоченных массивов

- Создаются два временных массива L и R, в которые копируются последовательности A[1..q-p+1] и A[r-q, r] соответственно
- Указатели текущей позиции ставятся на первые элементы обоих массивов
- В итоговом массиве A указатель ставится на позицию j := p.
- Пока один из массивов не закончится:
  - Сравниваются значения текущих элементов, берется меньший из них и копируется в A[j].
  - В массиве, из которого бы взят элемент, сдвигается указатель текущей позиции
  - В итоговом массиве указатель сдвигается на следующую позицию: j  = j + 1
- Все элементы оставшегося массива копируются в A[j..r]

# **СОРТИРОВКА СЛИЯНИЕМ** (5)

- Сложность алгоритма: $T(n) = O(n \lg n)$