Квадратична функція
$y = ax^2 + bx + c$
її графік і властивості

9 клас. Алгебра

Функція виду $y=ax^2+bx+c$, де x – аргумент і $a \neq 0$ називається ***квадратичною***, де a – перший коефіцієнт, b – другий коефіцієнт, c – вільний член.

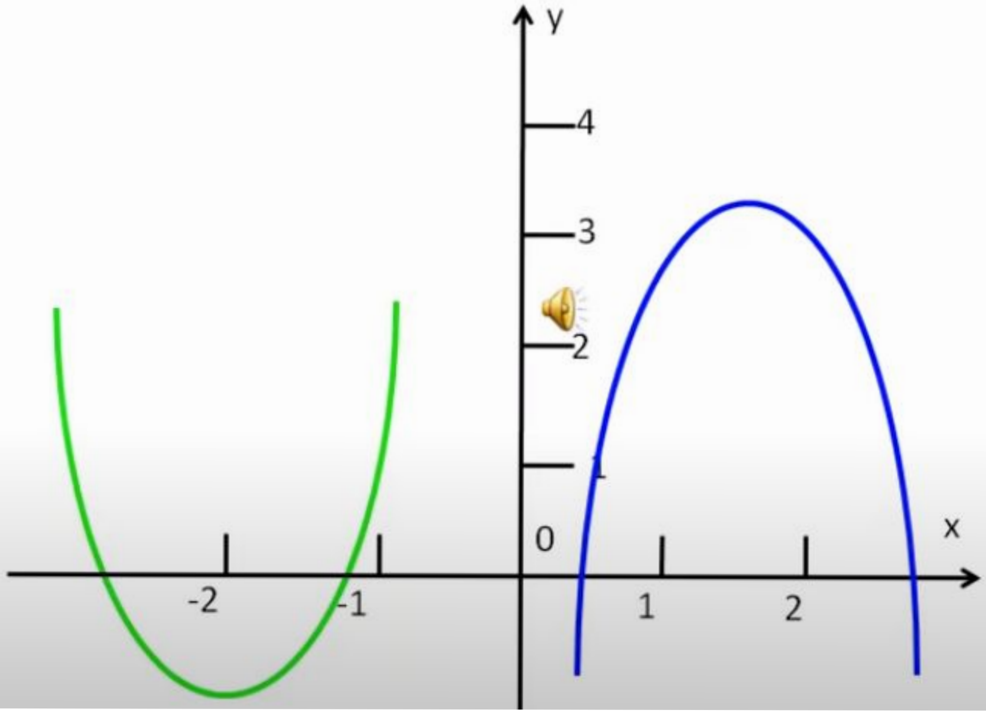
Приклад.

Записати функцію $y=3-2x+\frac{2x^2}{3}$ ***у стандартному вигляді, та визначити значення a,b,c.***

$$y=\frac{2}{3}x^2-2x+3$$

Тепер явно видно, що $a=\frac{2}{3}, b=-2, c=3$.

Графіком квадратичної функції є ***парабола***

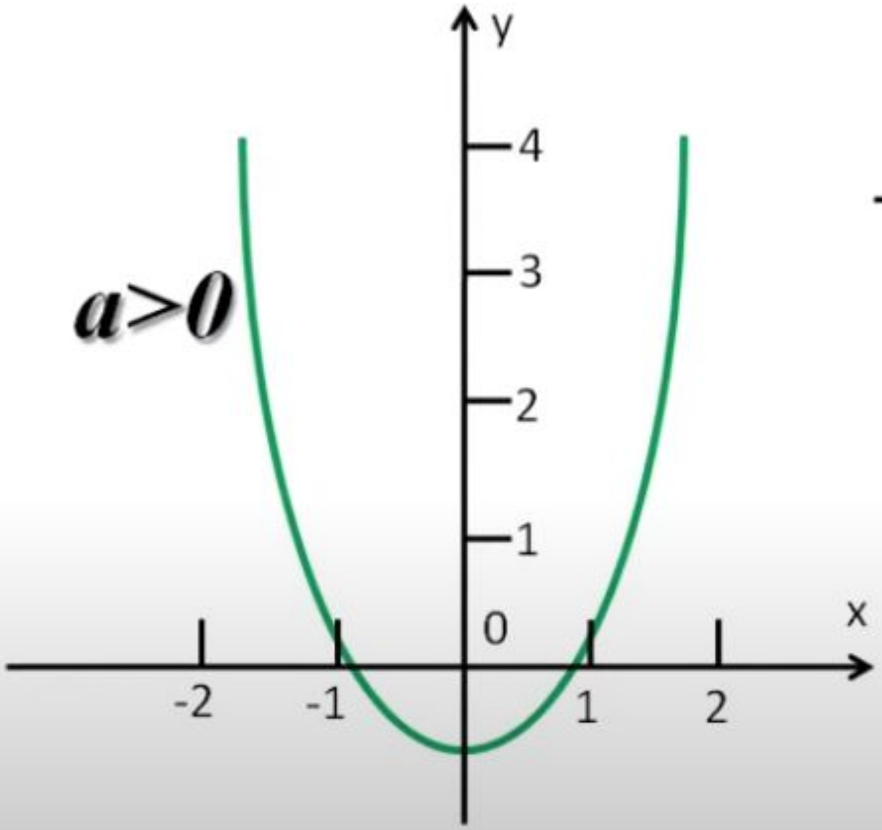


Щоб побудувати графік:

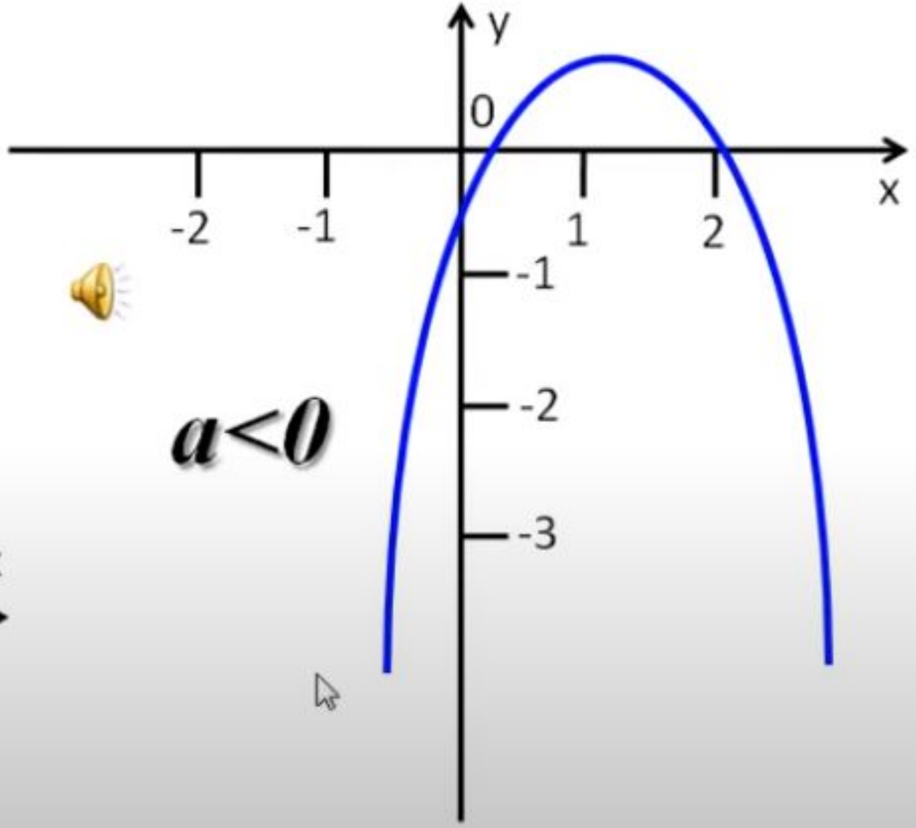
1. З'ясувати вгору чи вниз будуть ***направлені*** вітки параболи;
2. Обчислити координати ***вершини параболи*** – точки ***A(m;n)***;
3. Знайти ***нулі функції*** – точки перетину графіка з віссю абсцис ***0x;***
4. Визначити точку перетину ***параболи*** з віссю ординат ***0y.***

Вітки ***параболи*** направлені ***вгору***, якщо ***a>0*** і ***вниз***, якщо ***a<0***

a>0



a<0

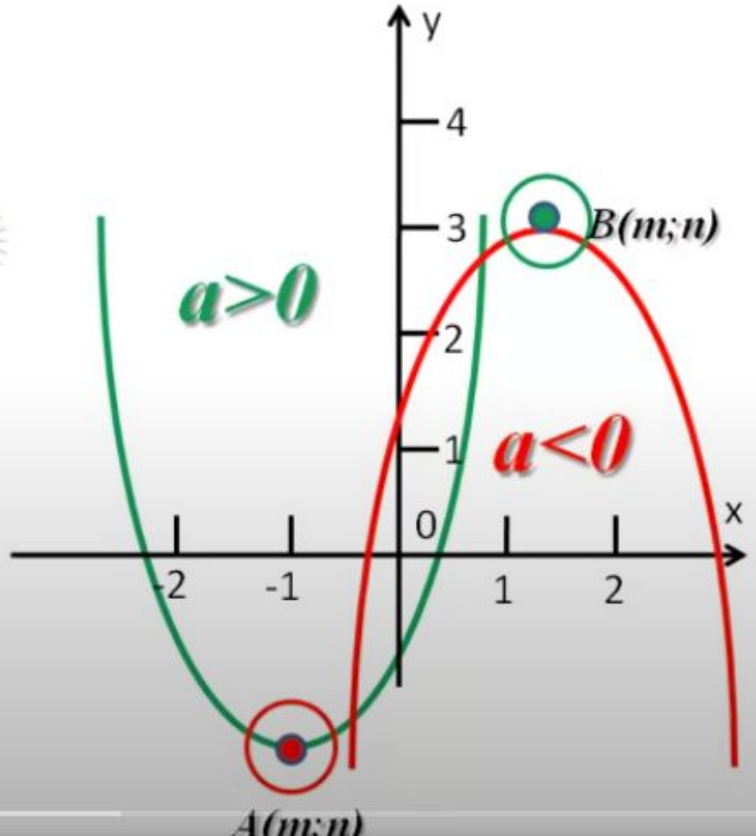


Вершина параболи

Точка ***A(m;n) – вершина параболи***

$$m = -\frac{b}{2a}$$

$n=y(m)=am^2+bm+c$



Приклад.

Знайти координати вершини графіка функції $y=3x^2-12x+1$.

Знайдемо координату x— ***число*** m***:***

$$m=\frac{-b}{2a}\ ;\ m=\frac{-(-12)}{2*3}=2$$

Знайдемо координату y— ***число*** n***:***

Перший спосіб. Використаємо формулу $n=am^2+bm+c$*:*

$n=3\cdot2^2-12\cdot2+1=12-24+1=-11.$

Другий спосіб. Знайдемо n *за формулою* $n=\frac{-b^2-4ac}{4a}$

$$n=\frac{-(-12)^2-4\cdot3\cdot1}{4\cdot3}=\frac{-144-12}{12}=-11$$

Відповідь: (2;−11).

Нулі функції

- це точки перетину параболи з віссю $0x$,

Умова нулів функції: $y=0$;

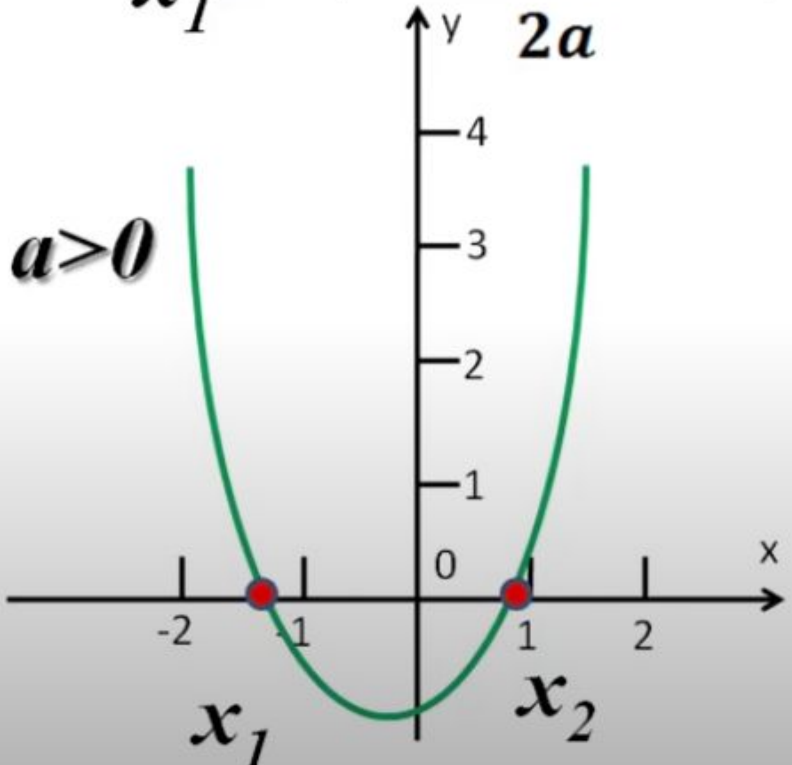
$y=ax^2+bx+c$;

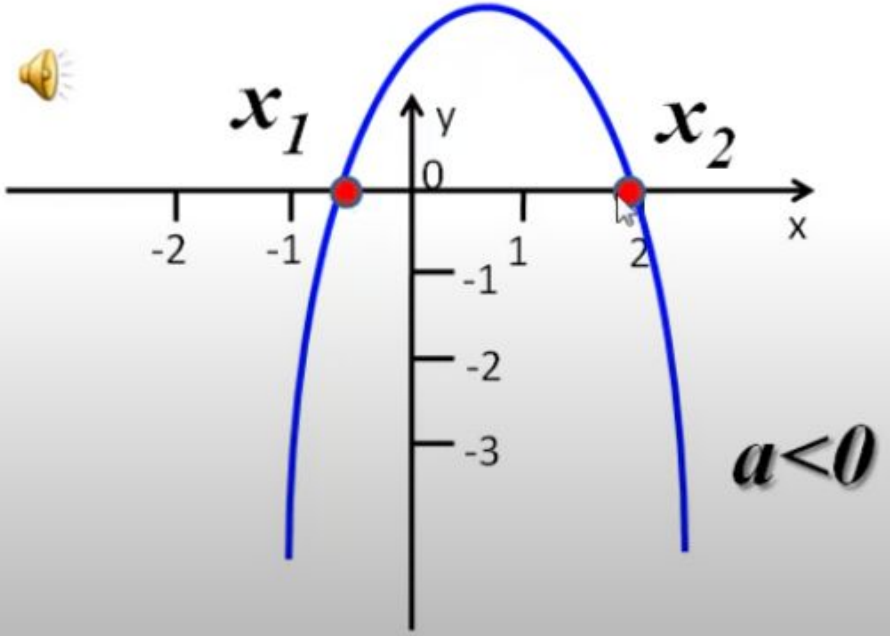
$$ax^2+bx+c=0$$

$$D=b^2-4ac$$

Якщо $D>0$:

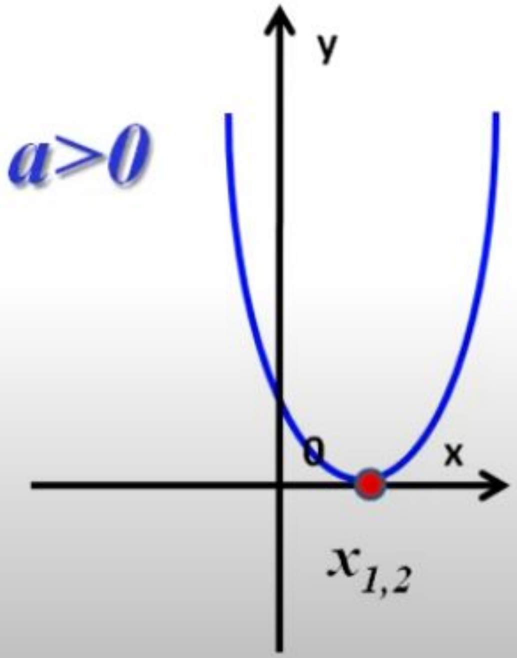
$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

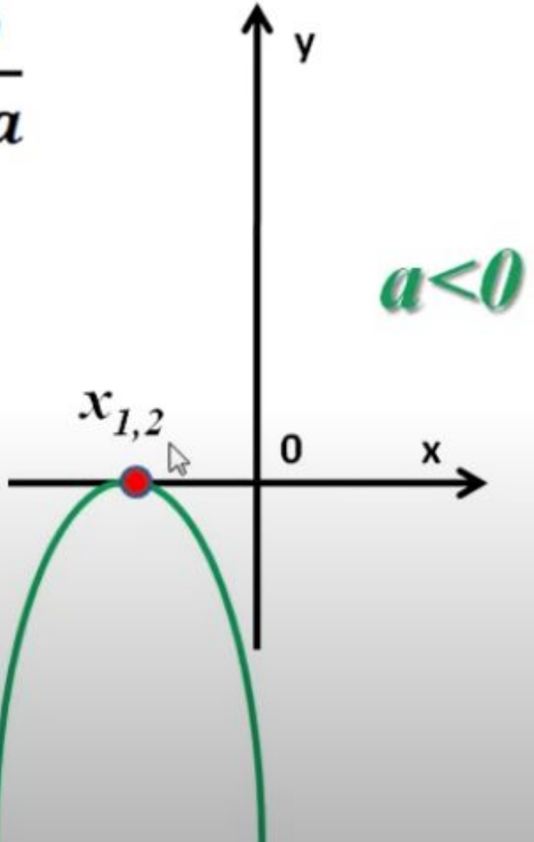




Якщо ***D=0***, то ми матимемо ***2*** дійсних-рівних корені:

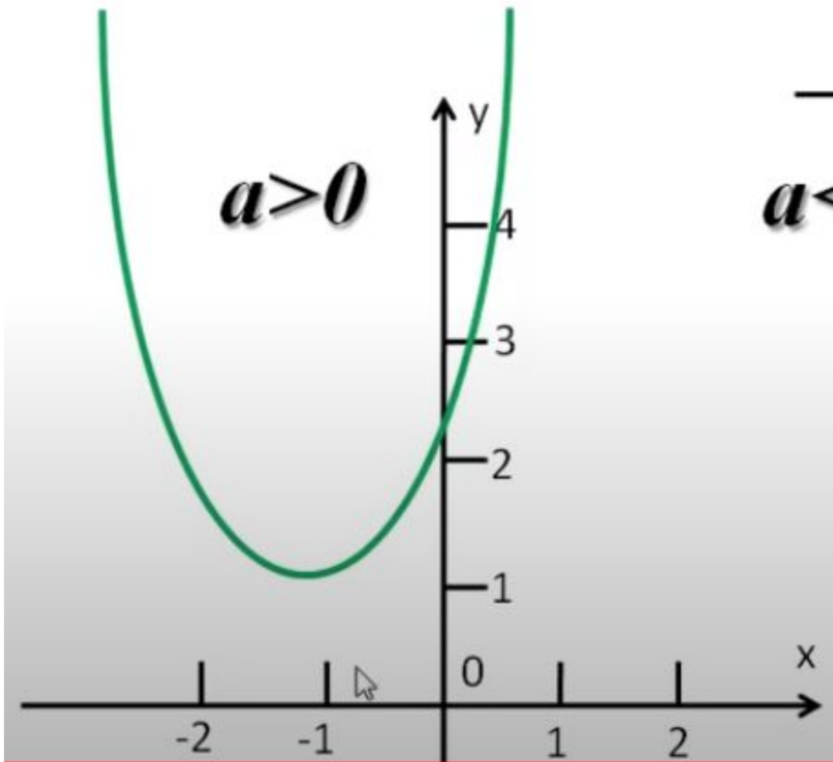
$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

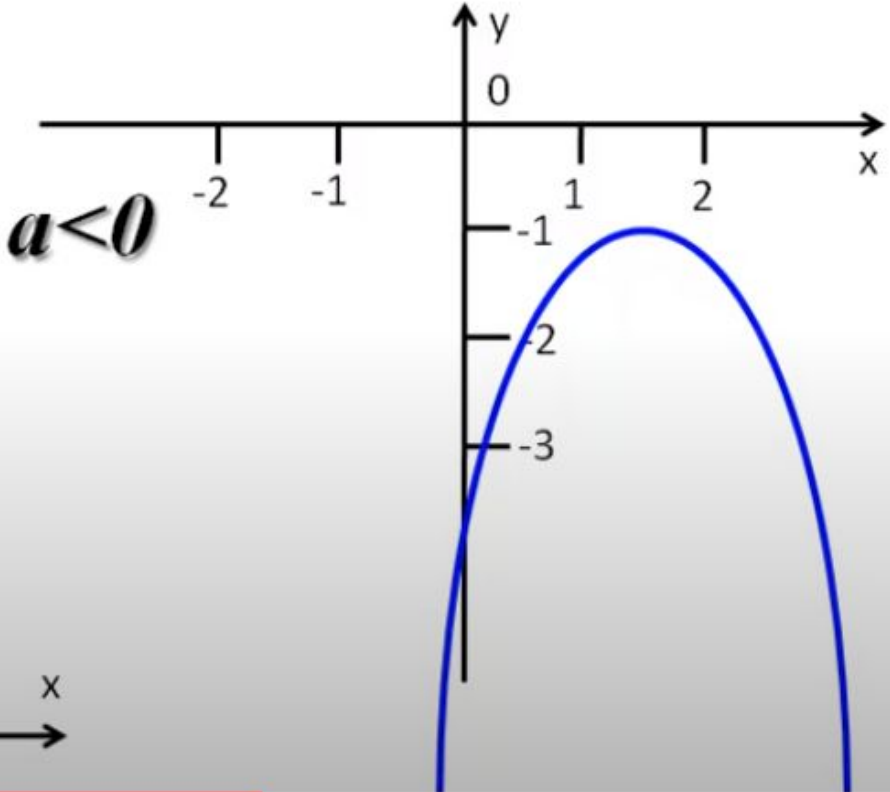




Якщо $D<0$, то дійсних коренів квадратний тричлен не матиме:

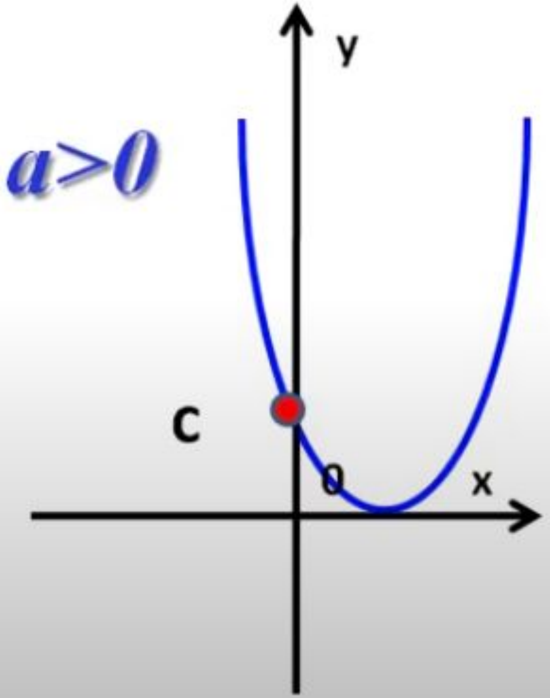
Немає перетину з віссю X

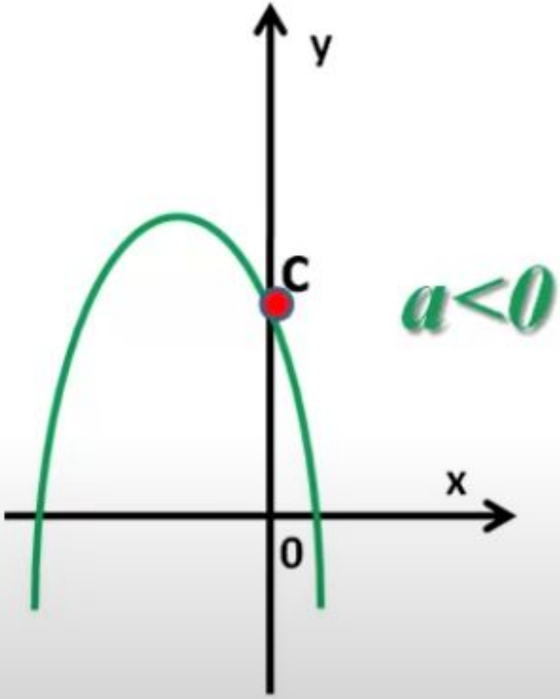




Точка перетину ***параболи*** з віссю ординат ***0y:***

Нехай x=0, тоді y(0)= a*0²+в*0+c=c



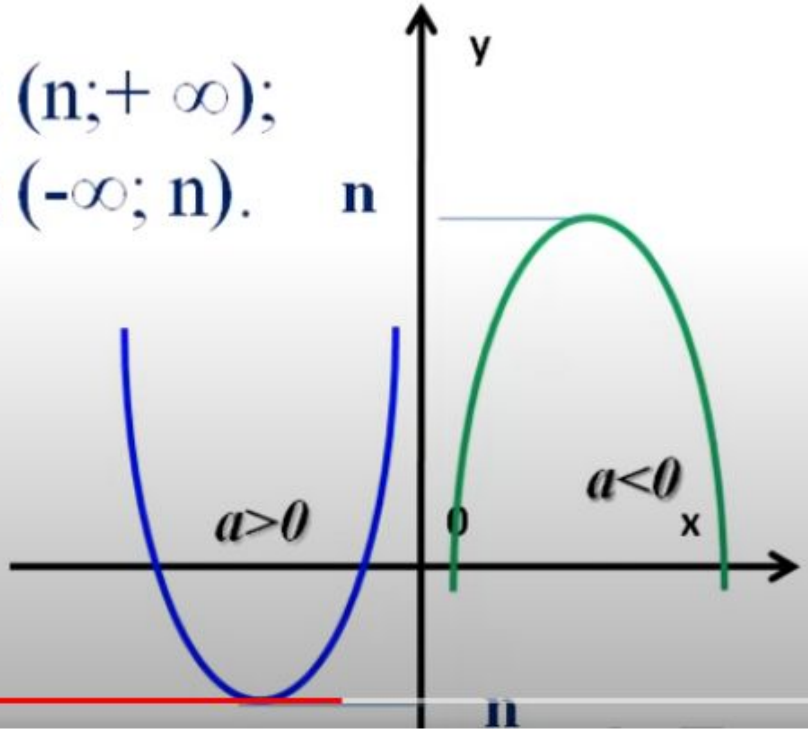


Областю визначення квадратичної функції є множина всіх дійсних чисел: проміжок (-∞;+ ∞).

Область значень :

якщо ***a>0,*** проміжок (n;+ ∞);

якщо ***a<0,*** проміжок (-∞; n).



Приклад 9. Побудувати графік функції $y=-3x^2+8x+3$.

Розв'язання

Тут $a=-3$, $b=8$, $c=3$, тоді $x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{8}{2\cdot(-3)}=1\frac{1}{3}$,

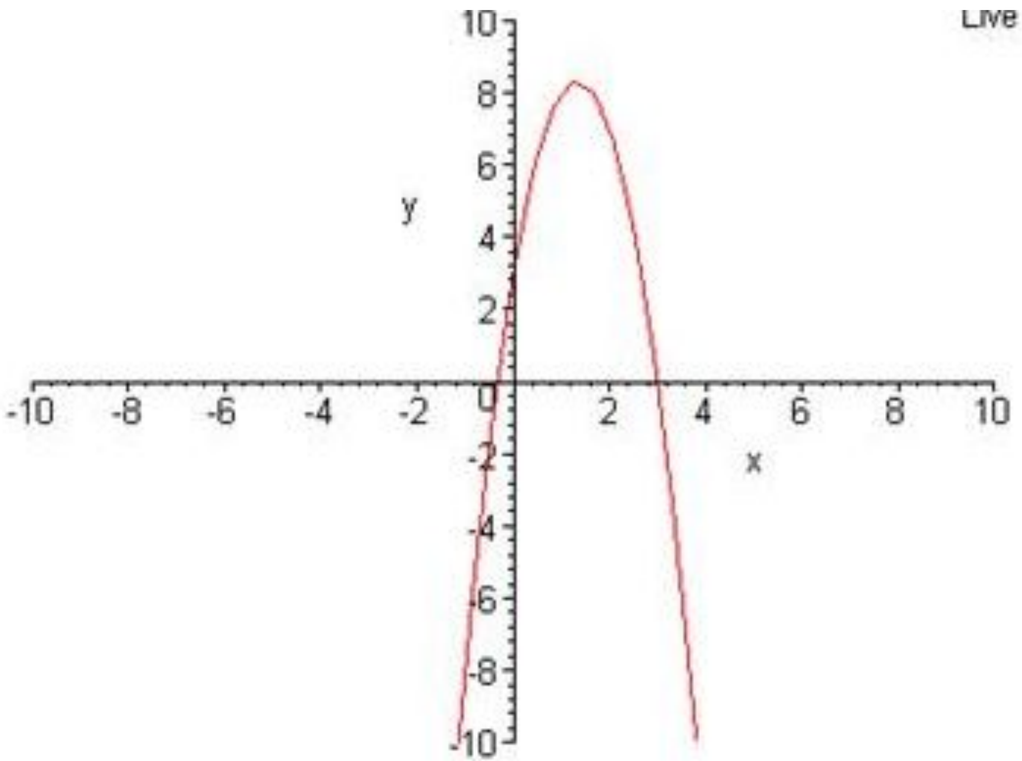
$y_0=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4\cdot(-3)\cdot 3-8^2}{4\cdot(-3)}=8\frac{1}{3}$. Отже, точка $\left(1\frac{1}{3};\ 8\frac{1}{3}\right)$ – вершина параболи. Знаходимо точки перетину параболи $y=-3x^2+8x+3$ з осями координат:

з віссю 0х: $y=0$, тобто $-3x^2+8x+3=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=-\frac{1}{3} \end{array}\right.$. Отже точка $(3;\ 0)$ і точка $\left(-\frac{1}{3};\ 0\right)$ – точки перетину параболи з віссю 0х;

з віссю 0у: $x=0$, тобто $y=-3\cdot 0^2+8\cdot 0+3=3$. Це точка $(0;\ 3)$.

Крім того, відмітимо, що коефіцієнт a – від'ємний, отже, парабола $y=-3x^2+8x+3$ нахилена вітками донизу.

Відмічаємо на координатній площині знайдені точки і будуємо по них параболу (при потребі знаходимо додаткові точки).


Live
10
8
6
y
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-10
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
10
x

Домашнє завдання:

1. Повторити основні визначення та формули.
2. Побудувати графік функції $y = x^2 - 2x - 3$.
3. Знайдіть координати вершини параболи $y = 2x^2 - 4x + 7$.
4. Визначте, куди направлені вітки параболи $y = x^2 - 4x + 5$.