ГЛАВА II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА
§2. Идеальный газ

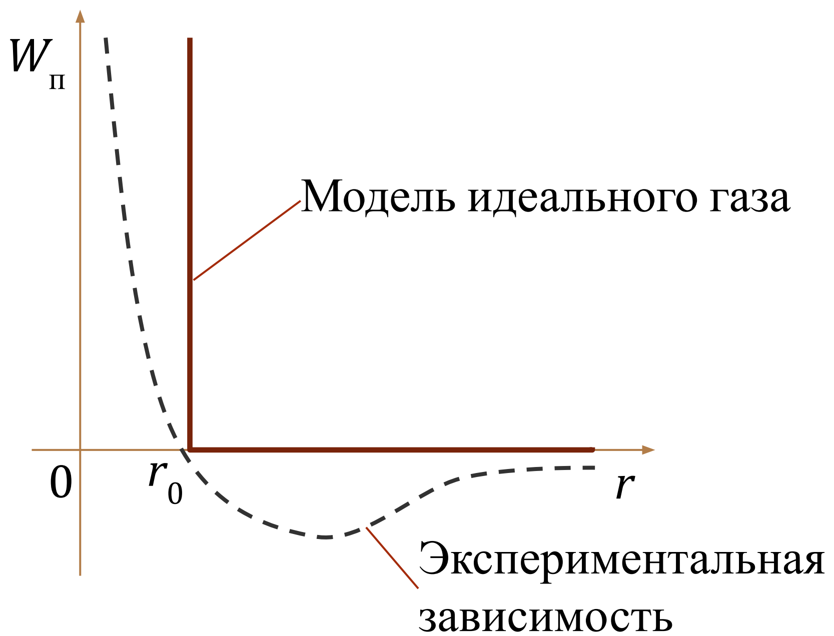
О. И. Лубенченко
НИУ МЭИ
Кафедра физики им. В. А. Фабриканта
2020

§2. Идеальный газ

I. Модель идеального газа

Идеальный газ — коллектив огромного числа молекул.

1. Среднее расстояние между молекулами намного больше их линейных размеров и собственным объёмом молекул можно пренебречь по сравнению с объёмом, занимаемым газом.
2. Молекулы находятся в непрерывном хаотическом (***тепловом***) движении.
3. Молекулы взаимодействуют между собой и со стенками сосуда посредством *абсолютно упругого удара*. Между соударениями молекулы не взаимодействуют.



§2. Идеальный газ

II. Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы

Уравнение состояния идеального газа: $\boxed{\frac{pV}{T} = \mathrm{const}}$

Частные случаи (газовые законы):

1. $T = \mathrm{const}$: $\boxed{pV = \mathrm{const}}$ ***закон Бойля-Мариотта***

2. $p = \mathrm{const}$: $\boxed{\frac{V}{T} = \mathrm{const}}$ ***закон Гей-Люссака***

3. $V = \mathrm{const}$: $\boxed{\frac{p}{T} = \mathrm{const}}$ ***закон Шарля***

$\boxed{pV = \frac{m}{\mu}RT}$ – ***уравнение Менделеева-Клапейрона***

$R = 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – ***универсальная газовая постоянная***

$\nu = \frac{m}{\mu} \longrightarrow pV = \nu RT = RT\frac{N}{N_A} = NkT$

$p = nkT$

k

§2. Идеальный газ

$$k = \frac{R}{N_А} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$$ — ***постоянная Больцмана***

Концентрация молекул — ФВ — характеристика макросистемы, равная числу частиц в единичном объёме:

$$\boxed{n = \frac{N}{V}} \qquad [n] = м^{-3}$$

$$p = \frac{N}{V}kT \longrightarrow \boxed{p = nkT}$$

Закон Дальтона: давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонент смеси:

$$\boxed{p = \sum p_i}$$

Доказательство

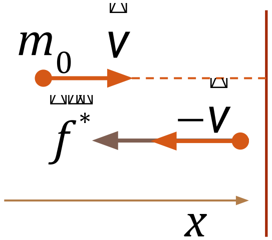
$$p_i = n_i kT \qquad n = \frac{N}{V} = \frac{\sum N_i}{V} = \sum \frac{N_i}{V} = \sum n_i \qquad \sum p_i = \sum n_i kT = kT \sum n_i = nkT$$

Нормальные условия: $p_о = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па; $T_о = 273$ К

III. Основное уравнение МКТ

Рассмотрим равновесный идеальный газ, состоящий из одинаковых молекул массой m_0. Все молекулы имеют разные по модулю и направлению скорости. Давление газа обусловлено ударами молекул о стенку сосуда.

1. Удар одной молекулы



Удар молекулы о стенку — абсолютно упругий.

II закон Ньютона: $\Delta(m_0\vec{v}) = \vec{f}^{*}\tau$

$\vec{f}^{*}$ — сила, с которой стенка действует на молекулу

τ — время удара

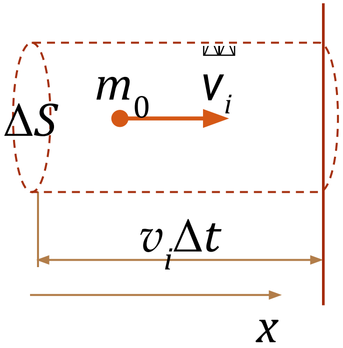
$$x: -m_0v - m_0v = -f^{*}\tau$$

III закон Ньютона: $\vec{f} = -\vec{f}^{*} \longrightarrow f = f^{*}$

$$f = \frac{2m_0v}{\tau}$$

2. Число ударов о стенку за время $\Delta t \gg \tau$

i-я *скоростная группа* молекул: $v = (v_i,\ v_i \pm \Delta v)$



Число молекул внутри цилиндра, которые долетят до стенки за время Δt:

$$\Delta N_i = \frac{n_i}{6} v_i \Delta t \Delta S$$

n_i — концентрация молекул i-ой скоростной группы

Коэффициент 1/6 ← из всех молекул 1/3 движется вдоль оси x, из них ½ движется в направлении стенки.

3. Импульс, полученный стенкой от молекул *i*-ой скоростной группы за время Δt

$$\langle F_i \Delta t\rangle = \sum f_i = \sum 2m_0 v_i = \Delta N_i \cdot 2m_0 v_i = \frac{n_i}{\cancel{6}\,3} v_i \Delta t \Delta S \cdot \cancel{2} m_0 v_i = \frac{m_0}{3} n_i v_i^2 \Delta t \Delta S$$

F_i — модуль суммарной силы, с которой молекулы i-ой скоростной группы действуют на участок стенки площадью ΔS

Давление молекул i-ой скоростной группы

$$p_i = \frac{\langle F_i\rangle}{\Delta S} = \frac{m_0 n_i v_i^2}{3}$$

§2. Идеальный газ

4. Учёт давления всех скоростных групп молекул

Закон Дальтона: $$p=\sum p_i=\frac{m_0}{3}\sum n_i v_i^2=\frac{m_0}{3}\sum n_i v_i^2\frac{n}{n}$$

$$n=\sum n_i \qquad \left\langle v^2\right\rangle=\frac{n_1v_1^2+n_2v_2^2+\ldots\ +n_iv_i^2+\ldots}{n_1+n_2+\ldots\ +n_i+\ldots}=\frac{\sum n_iv_i^2}{n}$$

$$p=\frac{m_0 n}{3}\left\langle v^2\right\rangle$$

$\sqrt{\left\langle v^2\right\rangle}=v_{\text{кв}}$ — ***средняя квадратичная скорость*** молекулы идеального газа

$\boxed{p=\frac{2}{3}n\left\langle\frac{m_0v^2}{2}\right\rangle}$ — ***основное уравнение МКТ идеального газа***

$\boxed{p=\frac{2}{3}n\langle\quad\rangle}$ — ***основное уравнение МКТ идеального газа для энергии***

$\langle\varepsilon\rangle$ — *средняя кинетическая энергия* поступательного движения молекулы идеального газа

IV. Молекулярно-кинетический смысл абсолютной температуры

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{2}{3}n\langle\quad\rangle \\ p &= nkT \end{aligned}\right\} \longrightarrow kT = \frac{2}{3}\langle\quad\rangle \longrightarrow \langle\varepsilon\rangle = \frac{3}{2}kT$$

Абсолютная температура пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения, приходящейся на 1 молекулу.

Энергетическая температура: $\theta = kT = \frac{2}{3}\langle\varepsilon\rangle = \frac{2}{3}\left\langle\frac{m_0 v^2}{2}\right\rangle$ $\quad [\theta] = \text{Дж}$

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{2\langle\varepsilon\rangle}{m_0}} = \sqrt{\frac{\cancel{2}\cdot 3kT}{\cancel{2}m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\quad}}$$

$$\boxed{v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}}$$

Численная оценка

При t = 27°C (T = 300 К) для кислорода (μ = 3,2·10^{-2} кг/моль):

$$\theta = 4{,}2\cdot 10^{-21}\ \text{Дж}$$

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3\cdot 8{,}31\cdot 3\cdot 10^2}{3{,}2\cdot 10^{-2}}} = 10^2\cdot 3\sqrt{2{,}6} = 483\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$