

ГЛАВА II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§2. Идеальный газ

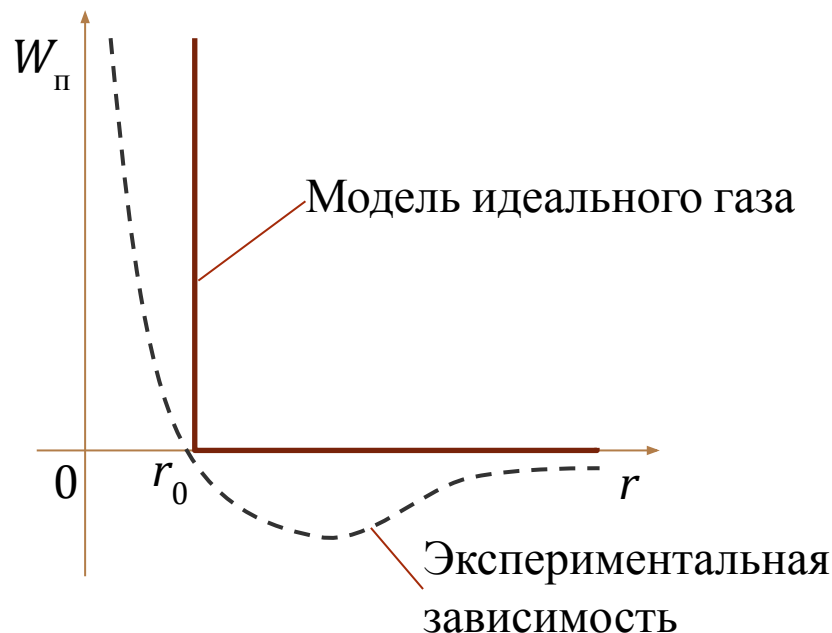
**О. И. Лубенченко
НИУ МЭИ**

**Кафедра физики им. В. А. Фабриканта
2020**

I. Модель идеального газа

Идеальный газ — коллектив огромного числа молекул.

1. Среднее расстояние между молекулами намного больше их линейных размеров и собственным объёмом молекул можно пренебречь по сравнению с объёмом, занимаемым газом.
2. Молекулы находятся в непрерывном хаотическом (*тепловом*) движении.
3. Молекулы взаимодействуют между собой и со стенками сосуда посредством *абсолютно упругого удара*. Между соударениями молекулы не взаимодействуют.



II. Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы

Уравнение состояния идеального газа: $\frac{pV}{T} = \text{const}$

Частные случаи (газовые законы):

1. $T = \text{const}$: $pV = \text{const}$ — закон Бойля-Мариотта

2. $p = \text{const}$: $\frac{V}{T} = \text{const}$ — закон Гей-Люссака

3. $V = \text{const}$: $\frac{p}{T} = \text{const}$ — закон Шарля

$pV = \frac{m}{\mu} RT$ — уравнение Менделеева-Клапейрона

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — универсальная газовая постоянная

$\nu = \frac{m}{\mu} \longrightarrow pRT = \frac{RT}{N_A} N = nkT$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} - \text{постоянная Больцмана}$$

Концентрация молекул – ФВ – характеристика макросистемы, равная числу частиц в единичном объёме:

$$n = \frac{N}{V}$$

$$[n] = \text{м}^{-3}$$

$$p = \frac{N}{V} kT \longrightarrow p = nkT$$

Закон Дальтона: давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонент смеси:

$$p = \sum p_i$$

Доказательство

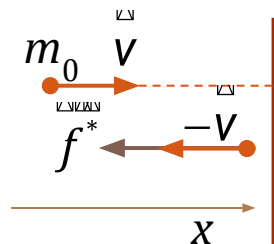
$$p_i = n_i kT \quad n = \frac{N}{V} = \frac{\sum N_i}{V} = \sum \frac{N_i}{V} = \sum n_i \quad \sum p_i = \sum n_i kT = kT \sum n_i = nkT$$

Нормальные условия: $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $T_0 = 273 \text{ К}$

III. Основное уравнение МКТ

Рассмотрим равновесный идеальный газ, состоящий из одинаковых молекул массой m_0 . Все молекулы имеют разные по модулю и направлению скорости. Давление газа обусловлено ударами молекул о стенку сосуда.

1. Удар одной молекулы



Удар молекулы о стенку — абсолютно упругий.

II закон Ньютона: $\Delta(m_0 v) = f^*$

f^* — сила, с которой стенка действует на молекулу

τ — время удара

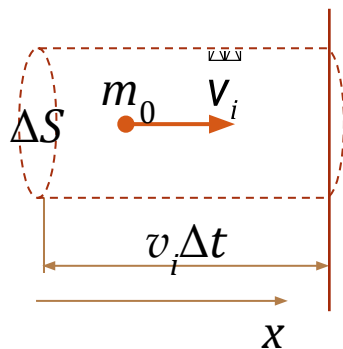
$$x: -m_0 v - m_0 v = -f^* \tau$$

III закон Ньютона: $f = -f^* \implies f = f^*$

$$f = \frac{2m_0 v}{\tau}$$

2. Число ударов о стенку за время $\Delta t \gg \tau$

i -я *скоростная группа* молекул: $v = (v_i, v_i \pm \Delta v)$



Число молекул внутри цилиндра, которые долетят до стенки за время Δt :

$$\Delta N_i = \frac{n_i}{6} v_i \Delta t \Delta S$$

n_i — концентрация молекул i -ой скоростной группы

Коэффициент $1/6$ ← ~~из~~ всех молекул $1/3$ движется вдоль оси x , из них $1/2$ движется в направлении стенки.

3. Импульс, полученный стенкой от молекул i -ой скоростной группы за время Δt

$$\langle F_i \Delta t \rangle = \sum f_i = \sum 2 m_0 v_i = \Delta S \cdot 2 v_i \cdot \frac{n_i}{6} v_i \Delta t = \frac{2}{3} m_0 n_i v_i^2 \Delta S \Delta t$$

F_i — модуль суммарной силы, с которой молекулы i -ой скоростной группы действуют на участок стенки площадью ΔS

Давление молекул i -ой скоростной группы

$$p_i = \frac{\langle F_i \rangle}{\Delta S} = \frac{m_0 n_i v_i^2}{3}$$

4. Учёт давления всех скоростных групп молекул

Закон Дальтона: $p = \sum p_i = \frac{m_0}{3} \sum n_i v_i^2 = \frac{m_0}{3} \sum n_i v_i^2 \frac{n}{n}$

$$n = \sum n_i \quad \langle v^2 \rangle = \frac{n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \dots + n_i v_i^2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots} = \frac{\sum n_i v_i^2}{n}$$

$$p = \frac{m_0 n}{3} \langle v^2 \rangle$$

$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = v_{\text{КВ}}$ — **средняя квадратичная скорость** молекулы идеального газа

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle$$

— **основное уравнение МКТ идеального газа**

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle$$

— **основное уравнение МКТ идеального газа для энергии**

$\langle \varepsilon \rangle$ — **средняя кинетическая энергия** поступательного движения молекулы идеального газа

IV. Молекулярно-кинетический смысл абсолютной температуры

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{2}{3}n \langle \varepsilon \rangle \\ p = nkT \end{array} \right\} \longrightarrow kT = \frac{2}{3} \langle \varepsilon \rangle \longrightarrow \langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$$

Абсолютная температура пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения, приходящейся на 1 молекулу.

Энергетическая температура: $\theta = kT = \frac{2}{3} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2}{3} \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle$ $[\theta] = \text{Дж}$

$$v_{\text{KB}} = \sqrt{\frac{2 \langle \varepsilon \rangle}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3kT}{2m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad \boxed{v_{\text{KB}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}}$$

Численная оценка

При $t = 27^\circ\text{C}$ ($T = 300 \text{ К}$) для кислорода ($\mu = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$):

$$\theta = 4,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

$$v_{\text{KB}} = \sqrt{\frac{8,31 \cdot 3 \cdot 10^2}{3,2 \cdot 10^{-2}}} = 10^2 \cdot 3 \sqrt{2,6} = 483 \left(- \right)$$